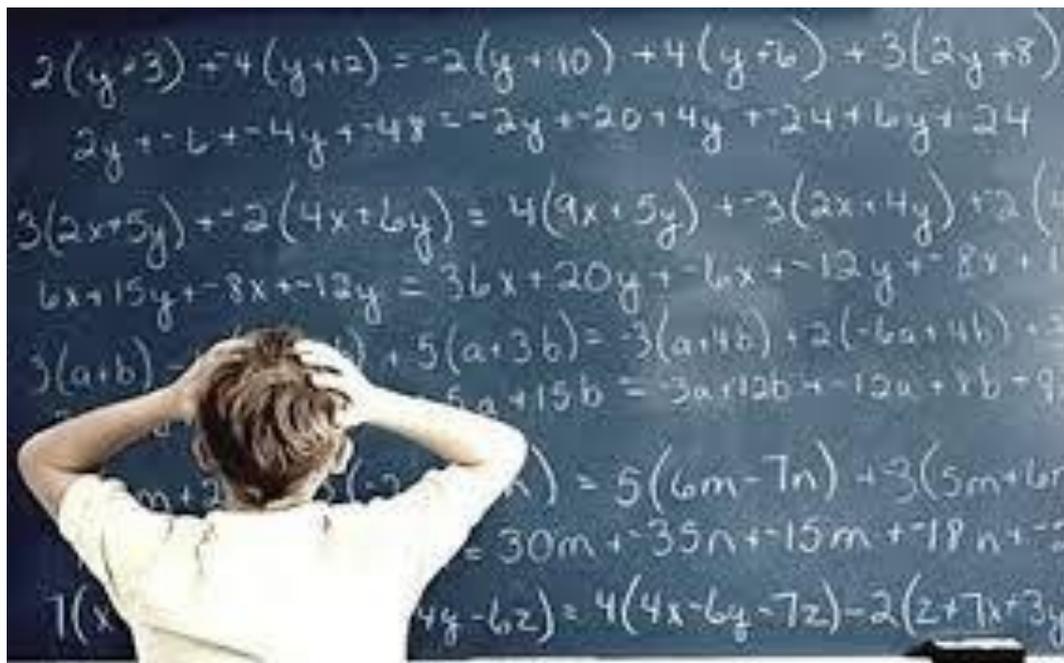


AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

Amanhã, às 14:00 vai chover.

Como QUANTIFICAR a incerteza para auxiliar a tomada de decisões? Uma das formas é quantificar a PROBABILIDADE.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Probabilidade é o estudo das **chances** de obtenção de cada resultado de um **experimento aleatório**. A essas chances são atribuídos números reais do intervalo entre 0 e 1. Resultados mais próximos de 1 têm mais chances de ocorrer. Além disso, a probabilidade também pode ser apresentada na forma percentual.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Para quantificar valores que possam ser analisados sob a luz da ciência, precisamos de modelos apropriados. Existem três modelos básicos: Conceitual, escalar e matemático.

O modelo matemático corresponde a uma abstração de um modelo físico onde representamos suas características por meio de constantes, variáveis e parâmetros.

Pode ser: determinístico, estatístico e estocástico (probabilístico).



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

CHANCE E PROBABILIDADE

Chance (r) e probabilidade (p) têm definições distintas.

Qual a chance e a probabilidade de se obter a face “2” em um dado não viciado?

$$p(2) = 1/6$$

$$r(2) = 1:5 \text{ ou } r = p / (1-p)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Existem três problemas básicos na teoria da probabilidade:

1. descrever a situação ou especificar o conjunto sobre o qual as afirmações de probabilidade estão sendo feitas;
2. definir uma medida numérica para uma afirmação de probabilidade e;
3. avaliar numericamente as probabilidades de eventos particulares.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Um **EXPERIMENTO (E)** consiste em **observar os resultados** de um determinado **EVENTO**. Esse evento pode ser físico (queda de uma pedra) ou não. Do ponto de vista da teoria da probabilidade, um experimento pode ser determinístico (ED) ou aleatório (EA). Em um ED os resultados, para condições semelhantes, sempre conduzirão a valores idênticos. Em um EA conduzem a resultados distintos.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Exemplos de Experimento aleatório

- E: Resultado da sequência de Jogar a moeda 10 vezes.
- E: Consumo de água em uma cidade.
- E: Resultados da mega sena (jogos não viciados).
- E: Número de pessoas que ligarão para o INCRA nas próximas 2 horas.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

A análise de um experimento aleatório revela:

1. cada experimento poderá ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições;
2. não se conhece um particular valor do experimento “a priori”, porém, pode-se descrever todos os possíveis resultados (possibilidades) e;
3. quando repetido muitas vezes surgirá uma regularidade.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Experimento aleatório

ANTES de sua
realização não
se pode prever
seu resultado



Conjunto de resultados



Realizado um grande
número de vezes, tende
a uma **REGULARIDADE**



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Espaço Amostral (S): Corresponde ao conjunto de todos os **eventos** possíveis de um experimento estatístico.

Para cada experimento aleatório (E).



Há um espaço amostral associado (S).



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Exemplos de Espaço Amostral

- E: Consumo de energia em uma cidade. S: $\{\text{Energia} \geq 0 \text{ MWh}\}$
- E: Resultado da mega sena (não viciados). S: $\{\text{Valores possíveis}\}$
- E: Número de pessoas que ligarão para o INCRA nas próximas 2 horas. S: $\{0, 1, 2, \dots\}$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Tipos de espaço amostral

Discreto quando ele for:

- Finito: apenas alguns resultados
- Infinito enumerável: possível listar.

Contínuo quando for infinito, formado por intervalos de números reais.

O Tipo do Espaço Amostral definirá o tipo de modelo probabilístico.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



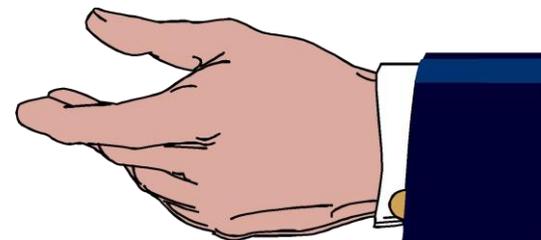
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Modelo probabilístico

Concepção matemática simplificada para descrever as principais características de uma **variável aleatória (VA)**.



Incerteza!



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Ao fazermos uso de um modelo probabilístico, podemos:

- ❑ Definir todos os resultados possíveis.
- ❑ Obter uma regra para avaliar a possibilidade de ocorrência dos resultados.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

EVENTO: Resultados de um experimento ou qualquer subconjunto do espaço amostral. Pode ser simples (contém um único resultado) ou composto (contém vários resultados).

Há eventos **certos** e **impossíveis**, os quais também fazem partes do conjunto total dos eventos.

Ex: Experimento (Arremesso de um Dado).

- Evento Certo: Obter uma das faces.
- Evento Impossível: Obter a face 7
- Evento composto: Obter a face Par.
- Evento Simples: Obter a face 5.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Diagramas de Venn

Corresponde a uma forma simbólica para tratar conjuntos.

Com a representação de Venn é possível representar as relações de união e intersecção entre diferentes conjuntos.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec

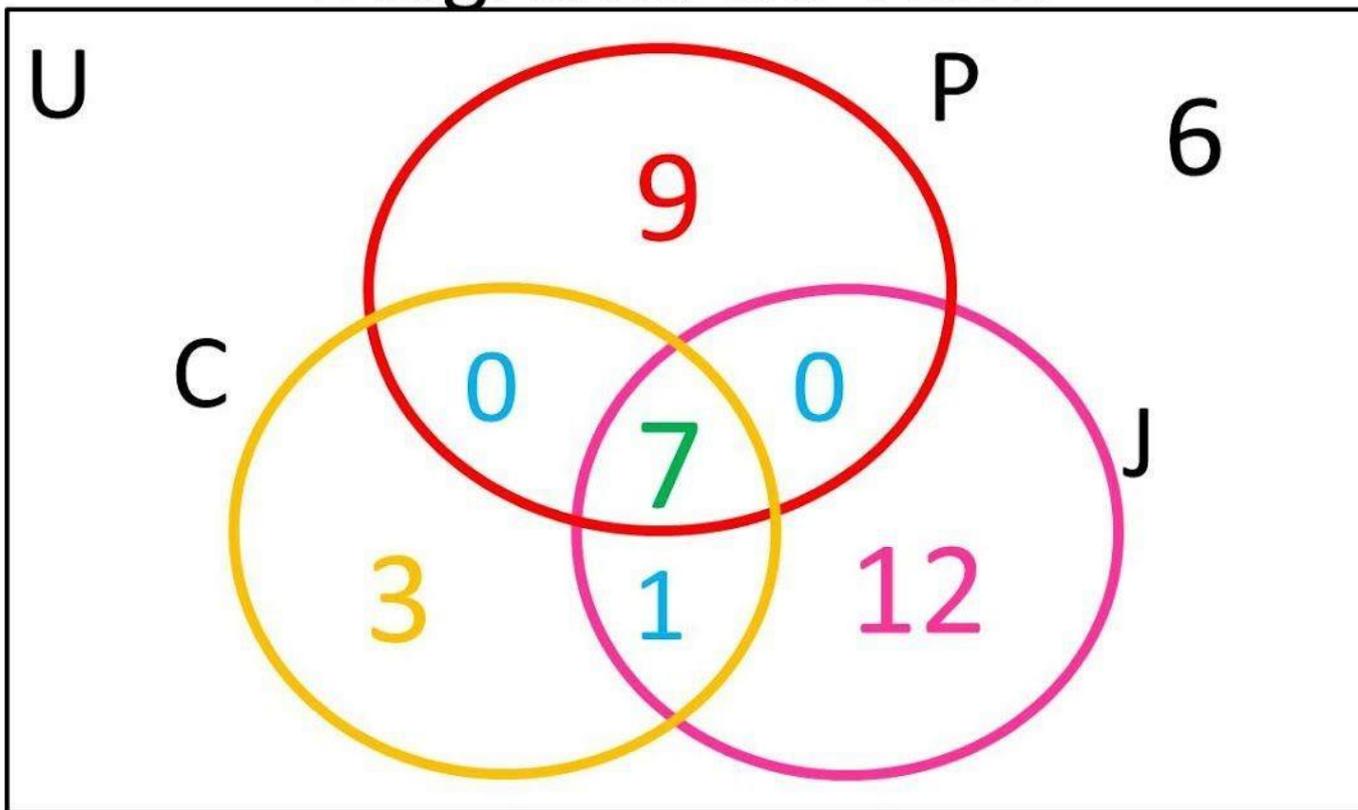


Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Diagrama de Venn



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



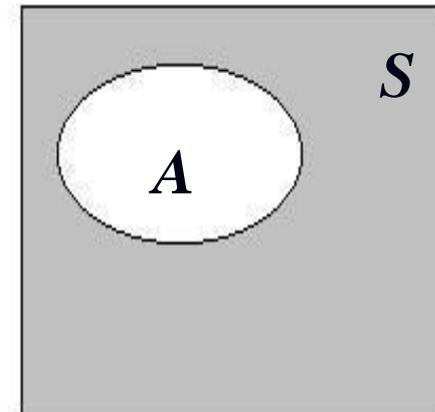
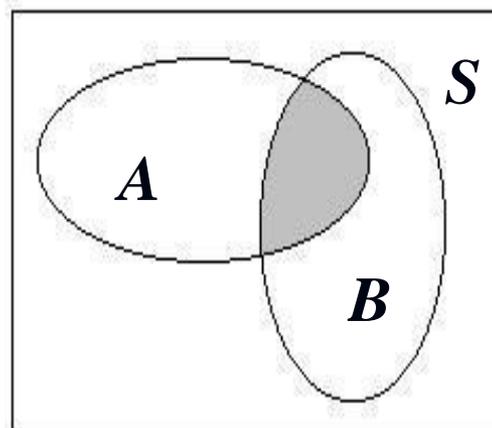
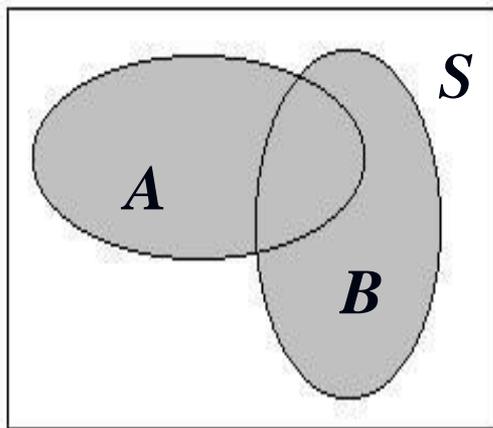
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Operações entre eventos

União: $A \cup B$ intersecção: $A \cap B$ complementar: \bar{A}



Diagramas de Venn



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Operação	Conjunto	Evento
União $A \cup B$	reúne os elementos de ambos os conjuntos	ocorre quando ocorrer pelo menos um deles (A , B ou ambos)
Intersecção $A \cap B$	formado somente pelos elementos que estão em A e B	ocorre quando ocorrer ambos os eventos (A e B)
Complementar	formado pelos elementos que não estão em A	ocorre quando não ocorrer o evento A ($\text{não } A$)



Endereço

 Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF


(61)3082-0505


www.ineprotec.com.br


@ineprotec



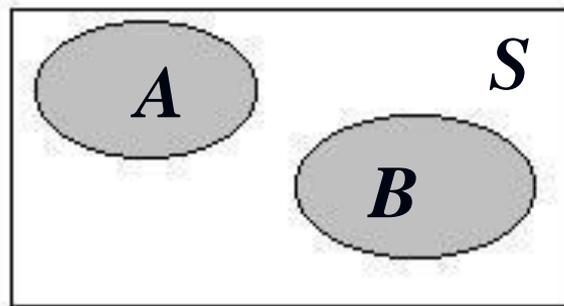
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Eventos mutuamente exclusivos

- Eventos são ditos **mutuamente exclusivos (M.E.)** se e só se eles não puderem ocorrer simultaneamente.
- A e B são M.E. $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Definição clássica de probabilidade

Espaços amostrais discretos e equiprováveis

Definição clássica:
$$P(E_i) = \frac{n_{E_i}}{n}$$

sendo:

n : resultados igualmente prováveis,

n_{E_i} : resultados pertencentes a um certo evento E_i



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

O uso da definição clássica permite resolver muitos problemas por meio das técnicas de análise combinatória e de contagem, para os casos enumeráveis finitos.

Para os casos enumeráveis infinitos, faz-se uso de técnicas de limites.

Para os casos não enumeráveis (comprimentos, áreas, volumes) utiliza-se as probabilidades geométricas.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



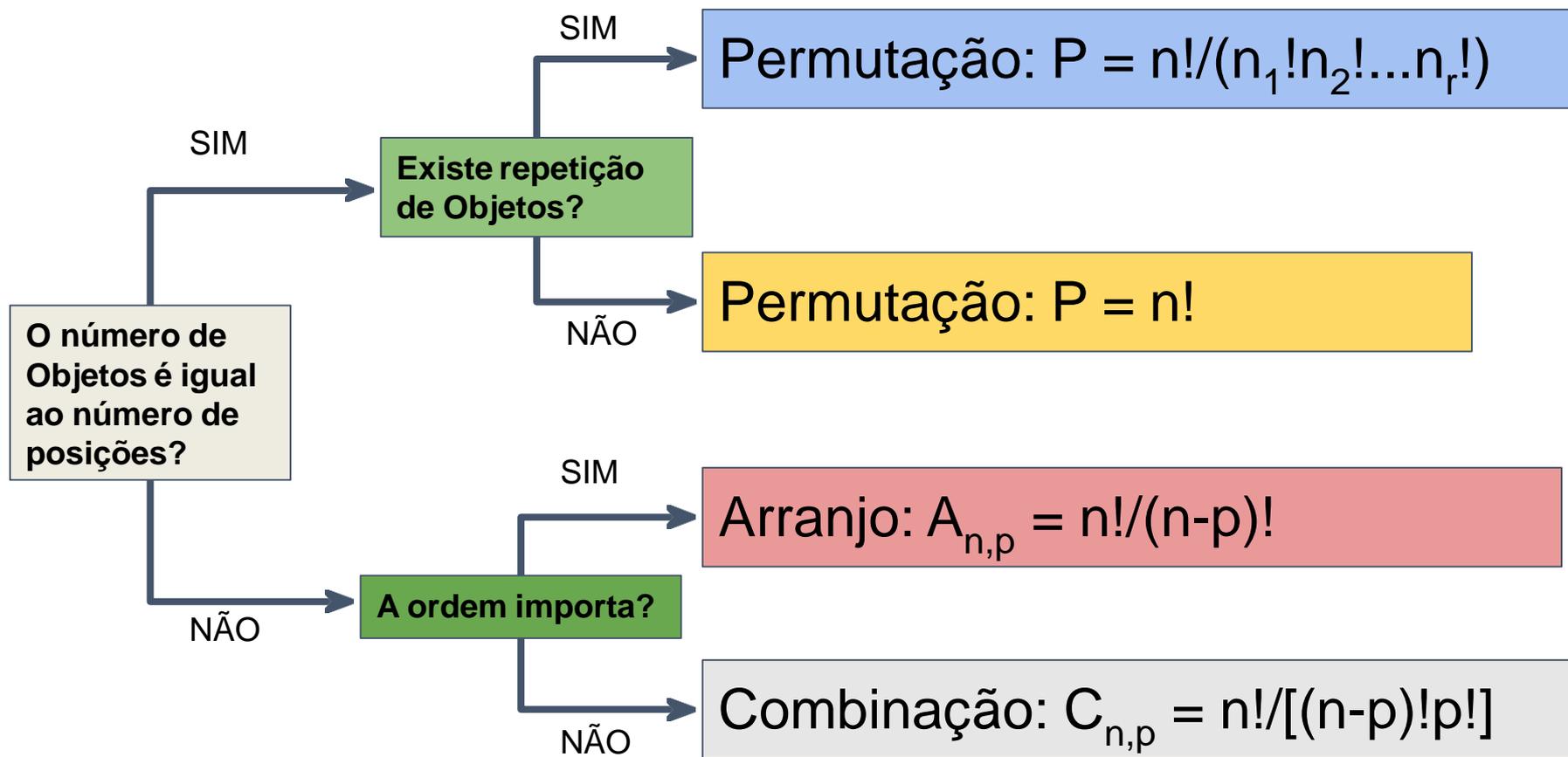
@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Definição experimental de probabilidade

$$f_{RE_i} = \frac{n_{E_i}}{n} \quad \text{Frequência relativa}$$

$$P(E_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_{RE_i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_{E_i}}{n}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Uma medida de probabilidade consiste em obter um função (P) a ser aplicada sobre um EVENTO (E_i) qualquer, pertencente a um espaço amostral S, o qual associa um valor numérico tal que:

1. $0 \leq P(E_i) \leq 1$;
2. $P(S) = 1$ e;
3. Se E_1, E_2, \dots, E_n são eventos mutuamente exclusivos, então $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n) = \sum P(E_i)$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

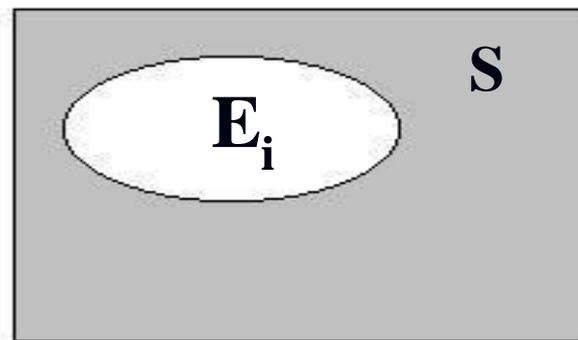
CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Propriedades de probabilidade

- $P(\emptyset) = 0$
- $\sum P(E_i) = 1,0$
- Probabilidade do evento complementar

$$P(\bar{E}_i) = 1 - P(E_i)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

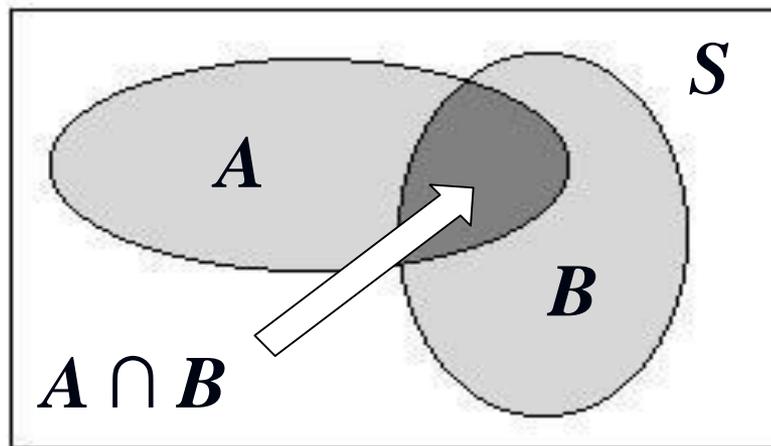
CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Propriedades de probabilidade

- Regra da adição

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Probabilidade condicional

- Qual é a probabilidade do Brasil ganhar a Copa do Mundo de 2022 supondo-se que ganhará a Copa América de 2021?
- Qual é a probabilidade do dólar cair para R\$1,8 se o FED reduzir a taxa de juros em 0,5% no próximo mês?



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Probabilidade condicional

- Sejam A e B eventos quaisquer, sendo $P(B) > 0$. Definimos a probabilidade condicional de A dado B por:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Probabilidade condicional

- Sejam A e B eventos quaisquer, sendo $P(A) > 0$. Definimos a probabilidade condicional de B dado A por:

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Regra do produto

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\longrightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A | B)$$

OU

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\longrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Eventos independentes

- Dois ou mais eventos são **independentes** quando a ocorrência de um dos eventos não influencia a probabilidade da ocorrência dos outros. Nesse caso: $P(A | B) = P(A)$

A e B são independentes



$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



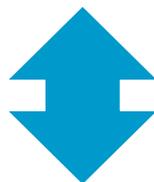
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

A probabilidade combinada $P(A,B)$ (Ocorrência de A e B), corresponde a:

A e B são independentes



$$P(A,B) = P(A) \times P(B)$$

De forma genérica:

$$P(D_1, D_2, \dots, D_n) \prod_{i=1}^n P(D_i)$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Exemplo 1

Seja o lançamento de 2 dados não viciados e a observação das faces voltadas para cima.

- ❖ Calcule a probabilidade de ocorrer faces iguais (E_1), sabendo-se que a soma é menor ou igual a 5 (E_2).
- ❖ Calcule a probabilidade de ocorrer soma das faces menor ou igual a 5 (E_2) sabendo-se que são iguais (E_1).



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Exemplo 1

$$S = \left\{ \begin{array}{cccccc} (1, 1) & (1, 2) & (1, 3) & (1, 4) & (1, 5) & (1, 6) \\ (2, 1) & (2, 2) & (2, 3) & (2, 4) & (2, 5) & (2, 6) \\ (3, 1) & (3, 2) & (3, 3) & (3, 4) & (3, 5) & (3, 6) \\ (4, 1) & (4, 2) & (4, 3) & (4, 4) & (4, 5) & (4, 6) \\ (5, 1) & (5, 2) & (5, 3) & (5, 4) & (5, 5) & (5, 6) \\ (6, 1) & (6, 2) & (6, 3) & (6, 4) & (6, 5) & (6, 6) \end{array} \right\}$$

36 resultados eqüiprováveis.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Exemplo 1

$E_1 =$ faces iguais = $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$$P(E_1) = 6/36 = 1/6$$

$E_2 =$ soma das faces é menor ou igual a 5 =

= $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$.

$$P(E_2) = 10/36 = 5/18$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

	E_2					
	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)
					E_1	

$$P(E_1 | E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{2/36}{10/36} = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$P(E_2 | E_1) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)} = \frac{2/36}{6/36} = \frac{2}{6} = 0,33$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Variável aleatória

“Uma **variável** aleatória é uma **função** com valores **numéricos**, cujo valor é determinado por fatores de chance.”

Função matemática que associa **números reais** (contradomínio da função) aos resultados de um **Espaço Amostral** (domínio da função), por sua vez vinculado a um Experimento Aleatório.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

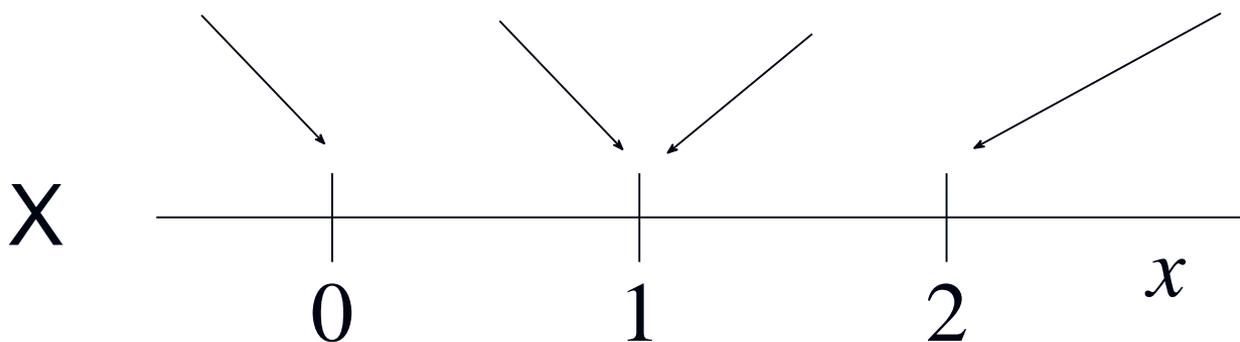
CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Variável aleatória

X = número de coroas em 2 lançamentos de uma moeda

$S = \{(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)\}$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Assim, temos:

$$P(X=2) = 1/4$$

$$P(X=1) = 2/4$$

$$P(X=0) = 1/4$$

$$P(X=3) = 0$$

Qual a probabilidade de X assumir valores menores ou igual a 1. $P(X \leq 1)$

$$P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = 1/4 + 2/4 = 3/4$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Por definição, uma variável aleatória (VA) $X : S \rightarrow R$, é uma variável definida sobre o espaço S de um experimento aleatório tal que a probabilidade $P(X \leq a)$ esteja definida para todo $a \in R$.

Usualmente as VA são denotadas por letras maiúscula (X, Y, Z , etc) e os valores assumidos por estas pelas letras minúsculas (x, y, z , etc).



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



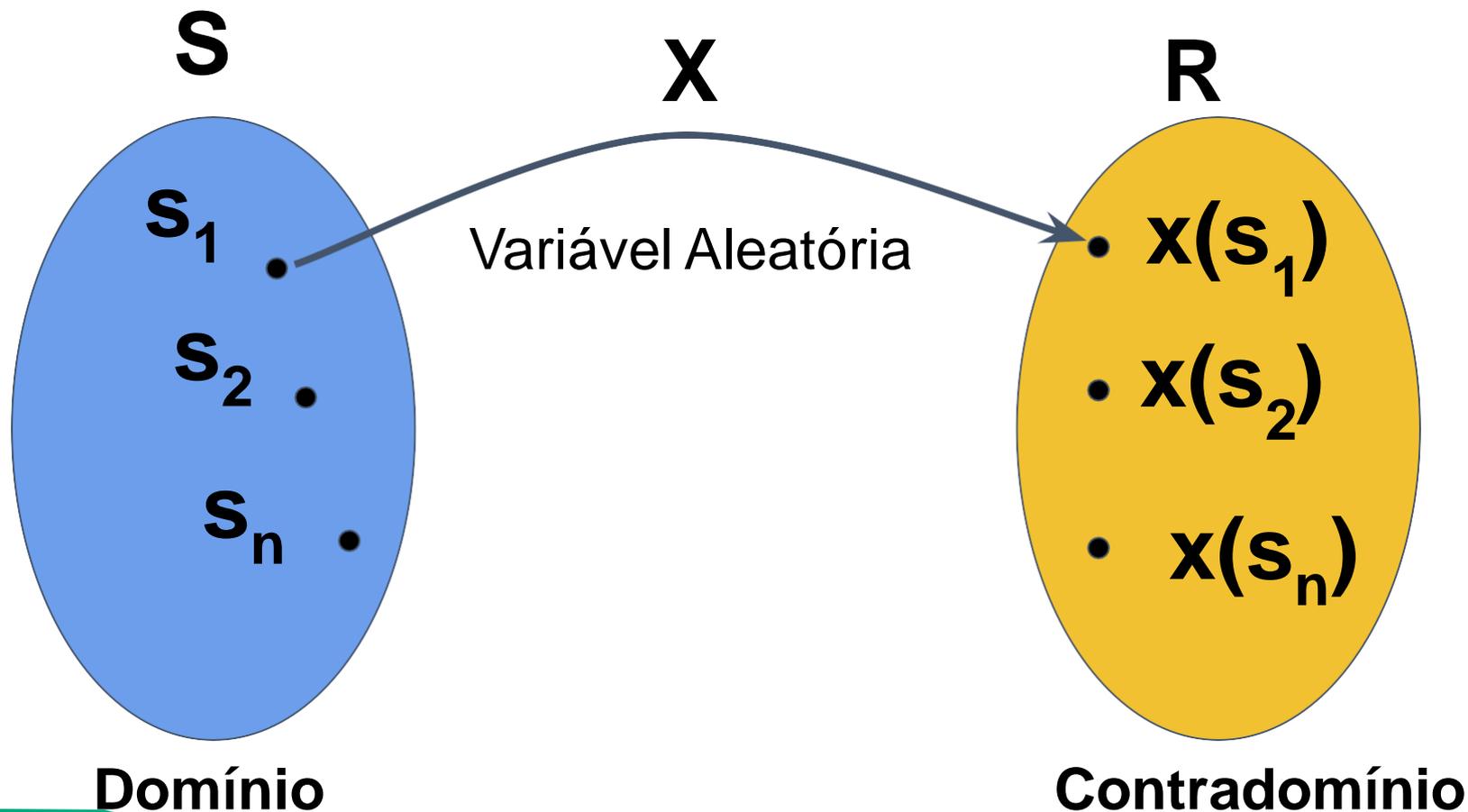
@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF

(61)3082-0505

www.ineprotec.com.br

@ineprotec



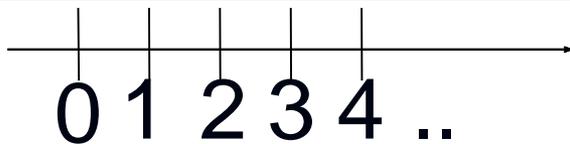
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE



os resultados estão em um conjunto finito ou enumerável



número de defeitos em ...

os resultados abrangem todo um intervalo de números reais



tempo de resposta de ...



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Distribuição de probabilidades

Para o exemplo anterior temos: $P(X=2) = 1/4$;
 $P(X=1) = 2/4$; $P(X=0) = 1/4$ e $P(X=3) = 0$.

Nota-se que podemos associar um valor de probabilidade a cada resultado assumido pela VA (X). Quando queremos **descrever** o **comportamento** das probabilidades de uma VA, fazemos uso de uma **FUNÇÃO DE PROBABILIDADE**.

$P(X=x)$ ou $P(x)$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Uma função de Probabilidade descreve como a probabilidade total (que corresponde a 1) do espaço amostral se distribui entre os valores da variável aleatória.

É chamada de **Função de frequência** para o caso discreto e **Função de densidade de probabilidade (fdp)** para o caso contínuo.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Função de frequência - Discreto

Define o conjunto de pares $[x_i, P(x_i)]$,
onde:

- x_i é um valor qualquer da variável X .
- $P(x_i)$ é a probabilidade de ocorrência do valor de $X=x_i$.

Obs: A soma das probabilidades de todos os resultados tem que ser igual a 1,0.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Função de frequência - Discreto

E: Lançamento de duas moedas.

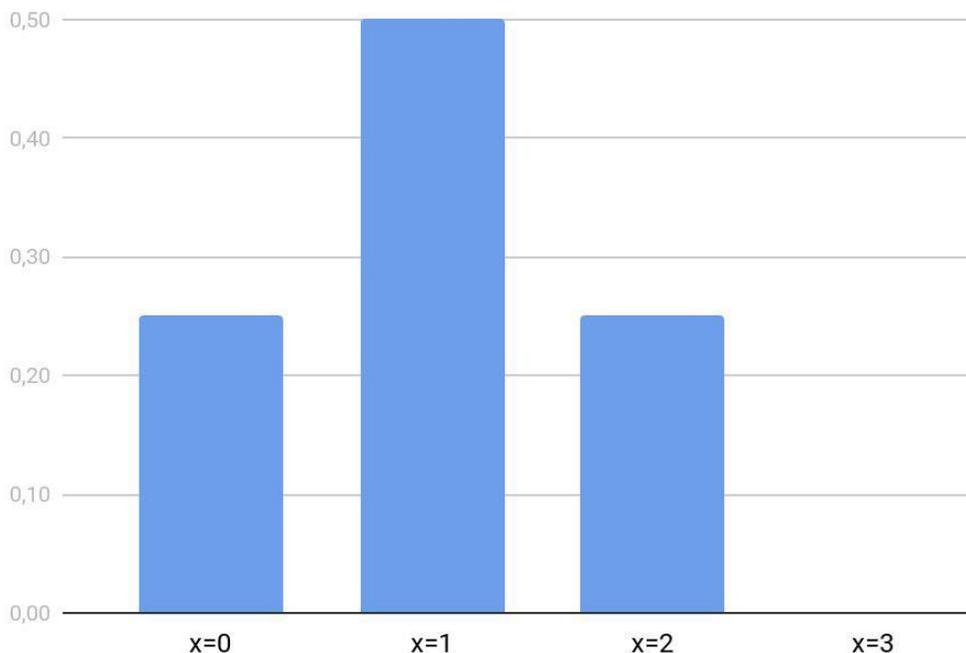
X: n° de caras obtidas.

S: (0, 1, 2)

P(x): {(0;1/4), (1;1/2), (2;1/4), (3;0)}

x	0	1	2	3
P(x)	0,25	0,5	0,25	0

Função de Probabilidade - Gráfico



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Função de Densidade de Probabilidade

Nos casos das variáveis contínuas a função de frequência é substituída pela fdp. A função $f()$ não indica diretamente a probabilidade de ocorrência de um determinado valor, mais sim a ocorrência de valores dentro de um intervalo.

De fato a probabilidade de $P(X=7,03)$, sendo X uma VA contínua é ZERO.



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



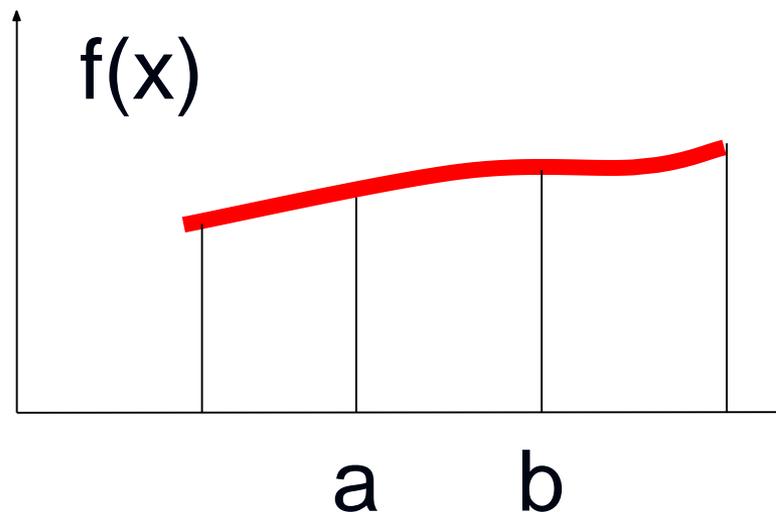
Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Função de Densidade de Probabilidade

Assim, para VA contínuas a probabilidade é computada da seguinte forma:



$$P(a < X < b) = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Toda função de frequência ou de densidade de probabilidade $f(x)$ satisfaz:

$$(i) \quad f(x) \geq 0, \forall x \in R$$

$$(ii) \quad \sum_{x=0}^{\infty} f(x) = 1$$

$$(iii) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br 51



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Função de Distribuição Acumulada

Um outro componente importante na caracterização de uma VA é a Função de Distribuição Acumulada. Pode ser definido para o caso discreto ou para o contínuo.

$$P(X \leq x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \quad \Bigg| \quad P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br 52



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Valor Esperado

Valor esperado corresponde ao valor que observamos em média para a variável aleatória X quando fazemos sucessivas observações dessa variável. O valor esperado é representado por: $E[X]$. O primeiro para o caso discreto e o segundo para o contínuo.

$$(i) E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} xf(x) \quad (ii) E[X] = \int_{x=-\infty}^{\infty} xf(x) dx$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Valor Esperado

No caso mais geral, sendo $g()$ uma função qualquer, podemos escrever $E[g(X)]$ como:

$$(i) \ E[g(X)] = \sum_{x=0}^{\infty} g(x)f(x) \quad \text{Discreto}$$

$$(ii) \ E[g(X)] = \int_{x=-\infty}^{\infty} g(x)f(x) dx \quad \text{Contínuo}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Variância

A partir do valor esperado pode-se calcular outras medidas que também caracterizam uma VA. Essas medidas são chamadas de MOMENTOS.

Os principais momentos são a média $E[X]$ e a variância $V[X]$.

$$(i) V[X] = \sigma^2 = \sum_{x=-\infty}^{\infty} (X - E[X])^2 f(x) = \sum_{i=1}^k (x_i - E[X])^2 p_i$$

$$(ii) V[X] = \sigma^2 = \int_{x=-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 f(x) dx$$



CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Propriedades do valor esperado

Seja k uma constante e X e Y variáveis aleatórias:

- $E(k) = k$
- $E(k \pm X) = k \pm E(X)$
- $E(k \times X) = k \times E(X)$
- $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$
- Se X e Y independentes:
 - $E(X \times Y) = E(X) \times E(Y)$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br 56



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Propriedades da variância

- Seja k uma constante e X e Y variáveis aleatórias:
 - $V(k) = 0$
 - $V(k \pm X) = V(X)$
 - $V(k \times X) = k^2 \times V(X)$
 - Se X e Y são independentes:
 - $V(X \pm Y) = V(X) + V(Y)$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Verificar se a função a seguir é uma FDP.

$$f(x) = \begin{cases} 0,2 & \text{para } x = -15 \\ 0,4 & \text{para } x = -10 \\ 0,3 & \text{para } x = 0 \\ 0,1 & \text{para } x = 1 \\ 0,0 & \text{para outros valores} \end{cases}$$

$$(i) \quad f(x) \geq 0, \forall x \in R$$

$$(ii) \quad \sum_{x=0}^{\infty} f(x) = 1$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
 Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Verificar se a função a seguir é uma FDP.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{para } 0 < x < 2 \\ 0,0 & \text{para outros valores} \end{cases}$$

$$(i) f(x) \geq 0, \forall x \in R \qquad (iii) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{2} dx = 0 + \int_0^2 \frac{x}{2} dx = \left. \frac{x^2}{4} \right|_0^2 = \frac{4}{4} - \frac{0}{4} = 1$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Calcule a esperança da seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 \text{ para } x = -1 \\ 1/4 \text{ para } x = 0 \\ 2/4 \text{ para } x = 1 \\ 0,0 \text{ para outros valores} \end{cases}$$

$$E[X] = \sum_{x=-\infty}^{\infty} xf(x) = 0 + (-1) \left(\frac{1}{4}\right) + (0) \left(\frac{1}{4}\right) + (1) \left(\frac{2}{4}\right) = 1/4$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Calcule a variância da seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 \text{ para } x = -1 \\ 1/4 \text{ para } x = 0 \\ 2/4 \text{ para } x = 1 \\ 0,0 \text{ para outros valores} \end{cases}$$

$$V[X] = \sum_{x=-\infty}^{\infty} (X - E[X])^2 f(x) = 0 + \left(-1 - \frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4} + \left(0 - \frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4} + \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{2}{4}$$

$$0 + \frac{25}{64} + \frac{1}{64} + \frac{18}{64} = \frac{44}{64} \text{ ou } \frac{11}{16}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Calcule a esperança da seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1/8 \text{ para } 0 < x < 8 \\ 0,0 \text{ para outros valores} \end{cases}$$

$$E[X] = \int_{x=-\infty}^{\infty} x f(x) dx = 0 + \int_{x=0}^8 \frac{x}{8} dx = \left. \frac{x^2}{16} \right|_0^8 = \frac{64}{16} - \frac{0}{16} = 4$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03

CONCEITOS DE PROBABILIDADE

Calcule a variância da seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 1/8 & \text{para } 0 < x < 8 \\ 0,0 & \text{para outros valores} \end{cases}$$

$$V[X] = \int_{x=-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 f(x) dx = 0 + \int_{x=0}^8 (x - 4)^2 1/8 dx$$

$$\frac{(x - 4)^3}{24} \Big|_0^8 = \frac{(8 - 4)^3}{24} - \frac{(0 - 4)^3}{24} = \frac{(4)^3}{24} - \frac{(-4)^3}{24} = \frac{128}{24} = \frac{16}{3}$$



Endereço

Quadra 101 conjunto 02 lote 01
Recanto das Emas - Brasília - DF



(61)3082-0505



www.ineprotec.com.br



@ineprotec



Ineprotec

CNPJ: 08838975/0001-03