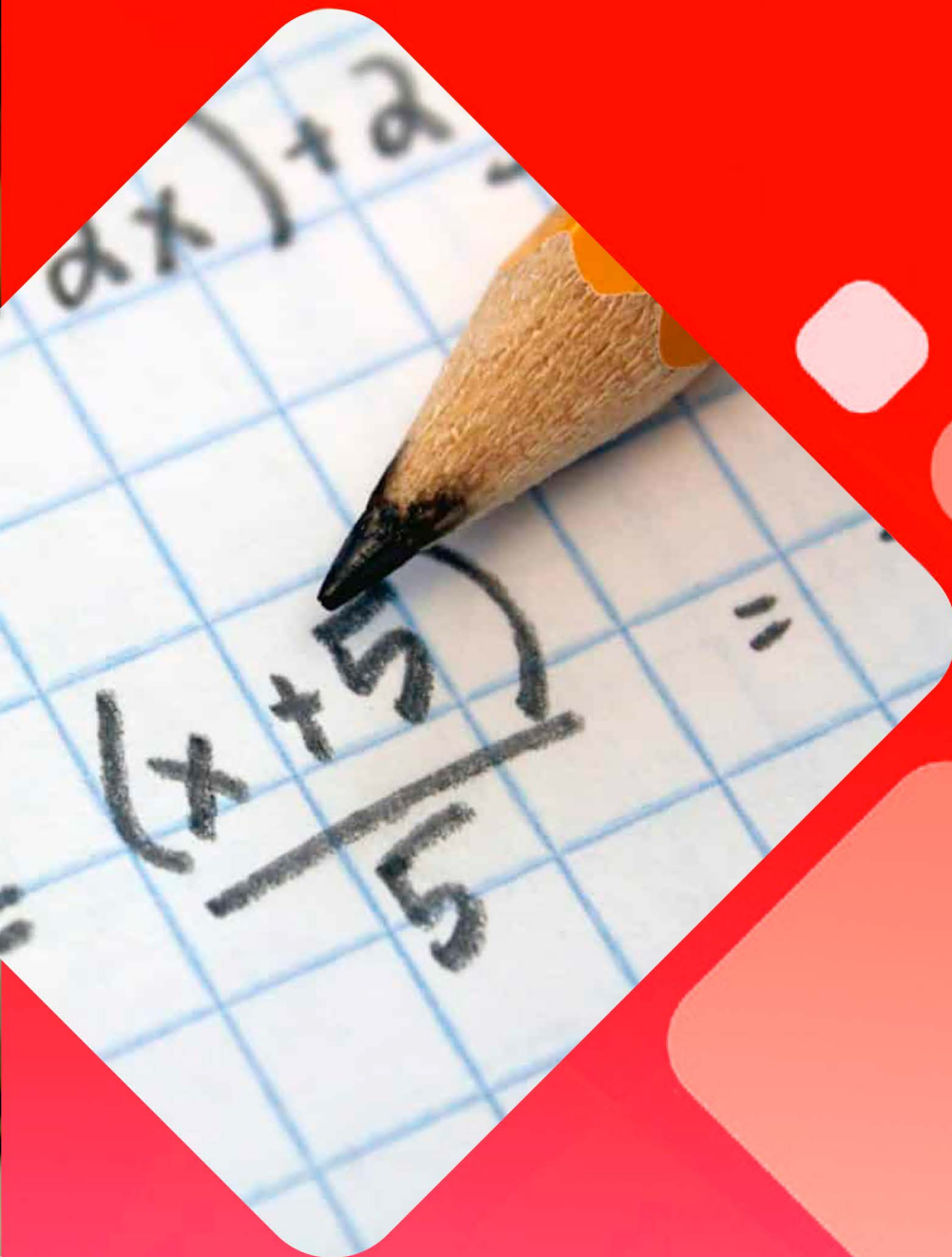


TÉCNICO EM QUÍMICA



MÓDULO I
MATEMÁTICA APLICADA

Sumário

ABERTURA

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

BOAS VINDAS

ORGANIZANDO OS ESTUDOS

INTRODUÇÃO

OPERAÇÕES BÁSICAS

- Adição
- Subtração
- Multiplicação
- Divisão

UNIDADES DE MEDIDA

- Medidas de comprimento
- Medidas de massa
- Medidas agrárias
- Medidas de volume
- Medidas de tempo
- Sistema Internacional de Unidades (SI)

REGRA DE TRÊS

- Regra de três simples
- Regra de três composta
- Representação de porcentagem
- Cálculo de porcentagem

EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

- Definição de uma equação do primeiro grau
- Tipos de equações
- Resolvendo uma equação do primeiro grau

TABELA DE GRÁFICOS

- Tabelas Simples



- Tabelas de dupla entrada
- Gráfico de linha
- Gráfico de barras
- Gráfico de setor

GEOMETRIA

- Figuras planas
- Polígonos regulares
- Triângulo
- Perímetro e área de figuras planas
- Teorema de Pitágoras
- Teorema de Tales
- Figuras espaciais
- Área e volume de figuras espaciais

REFERÊNCIAS

APRESENTAÇÃO

A Escola Técnica com o intuito de se tornar referência em ensino técnico no Brasil, lança cursos técnicos em diversos eixos, como forma atender demandas regionais e estaduais.

Por meio de um trabalho diferenciado o estudante é instigado ao seu autodesenvolvimento, aliando a pesquisa e prática.

Boa formação é requisito necessário para quem deseja estar preparado para enfrentar os desafios do mercado profissional. A escolha de um curso, que aproxime teoria e prática e permita a realização de experiências contribui de maneira decisiva para a formação profissional com qualidade e inovação.

Ciente dessa importância a escola reuniu profissionais especialistas dos cursos propostos, para fornecer cursos técnicos de qualidade para a comunidade.

Como escola de desenvolvimento tecnológico, na área de educação realizado nos últimos anos no campo da educação básica, fortalece e amplia o seu programa de cursos, instituindo, em Goiás cursos técnicos de educação profissional.

Os cursos são oferecidos na modalidade semipresencial, utilizando-se da plataforma Moodle ou MaterialApostilado, mediado por professores formadores/tutores renomados. Além dos momentos presenciais, serão oferecidos no ambiente virtual: fórum de apresentação, fórum de notícias, slide com conteúdos pertinentes ao curso em questão, links de reportagens direcionadas, sistematização da aprendizagem.

BOAS VINDAS

Bem-vindo à Escola Técnica! Prezado (a) Cursista, Que bom tê-lo (a) conosco!

Ao ter escolhido estudar na modalidade à distância, por meio de um ambiente virtual de aprendizagem, você optou por uma forma de aprender que requer habilidades e competências específicas por parte dos professores e estudantes. Em nossos cursos à distância, é você quem organiza a forma e o tempo de seus estudos, ou seja, é você o agente da sua aprendizagem. Estudar e aprender a distância exigirá disciplina.

Recomendamos que antes de acessar o espaço virtual de aprendizagem, faça uma leitura cuidadosa de todas as orientações para realização das atividades.

É importante que, ao iniciar o curso, você tenha uma compreensão clara de como será estruturada sua aprendizagem.

Uma orientação importante é que você crie uma conta de e-mail específica para receber informações do curso, seus exercícios corrigidos, comunicados e avisos.

É de responsabilidade do estudante verificar também sua caixa de spam-lixo para ter acesso a todas as informações enviadas.

Desejamos um ótimo curso.

ORGANIZANDO OS ESTUDOS

O estudo por meio de um ambiente virtual de aprendizagem não é mais difícil e nem mais fácil do que num ambiente presencial. É apenas diferente. O estudo à distância exige muita disciplina. As orientações a seguir irão auxiliá-lo a criar hábitos de estudo.

Elabore um horário semanal, considerando a carga horária do curso. Nesse plano, você deve prever o tempo a ser dedicado:

- Leitura do conteúdo das aulas, incluindo seus links para leituras complementares, sites externos, glossário e referências bibliográficas;
- Realização das atividades ao final de cada semana;
- Participação nos chats;
- Participação nos fóruns de discussão;
- Interação com o professor e/ou com o tutor;
- Interação com seus colegas de curso, por mensagem ou por chat.

Uma vez iniciados os seus estudos, faça o possível para manter um ritmo constante, procurando seguir o plano previamente elaborado. Na educação à distância, é você, que deve gerenciar o seu processo de aprendizagem.

Procure manter uma comunicação constante com seu tutor, com o intuito de tirar dúvidas sobre o conteúdo e/ou curso e trocar informações, experiências e outras questões pertinentes.

Explore ao máximo as ferramentas de comunicação disponíveis (mensageiro, fórum de discussão, chat).

É imprescindível sua participação nas atividades presenciais obrigatórias (aulas), elas são parte obrigatória para finalização do curso.

Módulo I

MATEMÁTICA APLICADA

INTRODUÇÃO

A matemática é reconhecida como a base de muitas ciências. Pode ser comparada a uma linguagem exata e internacional que é utilizada para descrever estruturas, processos e fenômenos ao nosso redor. De modo que é reconhecida por sua importância. Mesmo assim, não é raro encontrar pessoas que dizem não entender ou não gostar de matemática. Em muitos casos, isso se deve à falta de intimidade com a disciplina em questão.

O primeiro ponto de vista é o da matemática como ferramenta. Pense nas ciências exatas, como física, química e tantas outras, por exemplo consegue imaginar essas ciências sem a matemática? Embora isso seja possível, o uso da matemática simplifica a compreensão dos conceitos, a medição e a análise de resultados. Assim, para essas ciências, a matemática é uma ferramenta de apoio.

OPERAÇÕES BÁSICAS

O fator responsável pelo maior número de erros nos desenvolvimentos de exercícios matemáticos é sem dúvida nenhuma a regra de sinais.

Além disso, a regra de sinais pode ser considerada um dos fatores mais importantes na matemática. Mas, para entendermos como ela funciona, temos que assimilar como funcionam as quatro operações matemáticas básicas.

- Adição
- Subtração
- Multiplicação
- Divisão

Você sabe como essas operações são feitas? E quando devemos utilizá-las na solução de um problema?

Muita gente imagina, que fazer contas com rapidez significa ser bom em matemática. É engano! Fazer contas rapidamente é uma habilidade que se adquire com prática. Muito mais importante que isso, é descobrir quais são as operações que devemos usar para resolver um problema. Portanto, em matemática, o mais importante é o raciocínio.

Para começar, leia os quatro problemas abaixo e tente descobrir quais são as contas que devem ser feitas.

- a) Um motorista de táxi andou 180 km em certo dia e 162 km no dia seguinte. No total, quanto ele andou nesses dois dias?
- b) Uma mercadoria que custa R\$37,00 foi paga com uma nota de R\$50,00. De quanto foi o troco?
- c) Uma caixa de leite tipo “longa vida” possui 16 litros de leite. Quantos litros existem em 12 caixas?
- d) Devo repartir 24 balas igualmente entre meus três filhos. Quantas balas deve receber cada um?

Adição

Podemos pensar na operação de adição quando queremos juntar coisas que estão separadas.

Exemplo:

Em uma pequena escola, existem 3 turmas: uma com 27 alunos, outra com 31 alunos e outra com 18 alunos. Quantos alunos existem ao todo nessa escola?

Para reunir os alunos das 3 turmas, devemos somar a quantidade de alunos de cada turma.

A operação que devemos fazer é:

$$27 + 31 + 18 = 76$$

Existem, portanto, 76 alunos nessa escola. Cada um dos números de uma soma chama-se parcela. Na operação de adição, podemos somar as parcelas em qualquer ordem. Por isso, temos certeza de que $18 + 27 + 31$ também dá 76.

Devemos ainda lembrar que números negativos também podem ser somados. Por exemplo, a soma de - 12 com - 5 dá - 17. Para escrever essa operação fazemos assim:

$$- 12 + (- 5) = - 17$$

Observe que colocamos - 5 entre parênteses para evitar que os sinais de + e de - fiquem juntos. Mas existe outra maneira, mais simples, de escrever a mesma operação.

Veja:

$$- 12 - 5 = - 17$$

Subtração

Na subtração tiramos uma quantidade de outra para ver quanto resta. Veja o exemplo:

Exemplo:

Uma secretária recebeu a tarefa de preparar 90 envelopes de correspondência. Até a hora do almoço, ela já tinha feito 52. Quantos ela ainda tem de fazer?

Temos aqui um exemplo claro de operação de subtração. A operação que devemos fazer é:

$$90 - 52 = 38$$

Assim, depois do almoço, a secretária deverá preparar ainda 38 envelopes.

Observe agora que, em uma subtração, quando o segundo número é maior que o primeiro, o resultado é negativo.

Veja:

$$9 - 5 = 4$$

$$5 - 9 = -4$$

Para visualizar as operações de adição e subtração, representamos os números inteiros como pontos de uma reta.

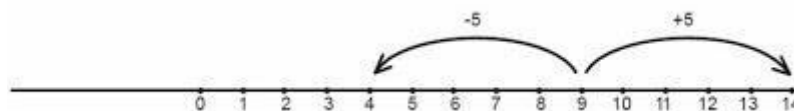


Figura 1: Representação dos números inteiros positivos.

Na operação $9 + 5 = 14$, partimos do número 9, andamos 5 unidades para a direita e chegamos ao número 14.

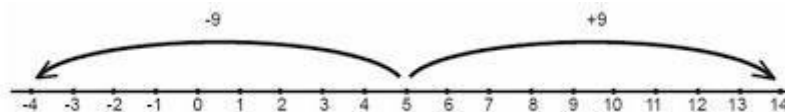


Figura 2: Representação dos números inteiros.

Na operação $9 - 5 = 4$, partimos do número 9, andamos 5 unidades para a esquerda e chegamos ao número 4.

Na operação $5 + 9 = 14$, partimos do número 5, andamos 9 unidades para a direita e chegamos ao número 14.

Na operação $5 - 9 = -4$, partimos do número 5, andamos 9 unidades para a esquerda e chegamos ao número -4.

Regras de sinais na adição e subtração

Para resumir, as regras são as seguintes:

$$(+) \text{ e } (+) = (+) \quad 5 + (+3) = 5 + 3 = 8$$

$$(+) \text{ e } (-) = (+) \quad 5 + (-3) = 5 - 3 = 2$$

$$(-) \text{ e } (+) = (-) \quad 5 - (+3) = -5 - 3 = -8$$

$$(-) \text{ e } (-) = (-) \quad 5 - (-3) = -5 + 3 = -2$$

(Lembrando que escrever 5 ou +5 é a mesma coisa)

Veja, a seguir, como devemos proceder numa situação em que há soma e subtração de diversos números.

Exemplo:

João abriu uma conta bancária. Depois de algum tempo, essa conta apresentou o seguinte movimento:

DIA	SALDO INICIAL	DEPÓSITO	RETIRADA
10	00,00		
10		53,00	
12			25,00
15		65,00	
18			30,00
21			18,00

Figura 3: Tabela representando um extrato bancário.

Qual será o saldo de João após essas operações?

Vamos representar os depósitos por números positivos e as retiradas por números negativos. Devemos então fazer a seguinte conta:

$$53 - 25 + 65 - 30 - 18$$

O resultado dessa operação será a quantia que João ainda possui no banco. A melhor forma de fazer esse cálculo é somar os números positivos (depósitos); somar os números negativos (retiradas) e depois subtrair o segundo resultado do primeiro. Assim:

$$53 - 25 + 65 - 30 - 18$$

$$(53 + 65) - (25 + 30 + 18)$$

$$118 - 73 = 45$$

Portanto, João ainda tem R\$ 45,00 em sua conta bancária.

Multiplicação

A multiplicação nada mais é que a soma com parcelas iguais.

Exemplo:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 5 \cdot 7 = 35$$

O número 7 apareceu 5 vezes. Então, 7 vezes 5 dá 35. Da mesma forma:

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 7 \cdot 5 = 35$$

Agora, o número 5 apareceu 7 vezes. Então 5 vezes 7 dá 35. Em uma multiplicação cada número chama-se **fator**.

Propriedades da multiplicação

1) Na multiplicação, a ordem dos fatores não altera o resultado.

$$5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$$

2) Quando temos várias multiplicações seguidas, qualquer uma delas pode ser feita primeiro.

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = (2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = 30$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$$

3) Quando um número multiplica uma soma, ele multiplica cada parcela dessa soma.

$$2 \cdot (3 + 4 + 5) = (2 \cdot 3) + (2 \cdot 4) + (2 \cdot 5) = 6 + 8 + 10 = 24$$

Ou,

$$2 \cdot (3 + 4 + 5) = (2 \cdot 12) = 24$$

Regras de sinais na multiplicação

$$\begin{aligned} (+) \cdot (-) &= (-) \\ (-) \cdot (+) &= (-) \\ (-) \cdot (-) &= (+) \\ (+) \cdot (+) &= (+) \end{aligned}$$

Exemplo:

Para calcular $4 \cdot (-3)$ podemos fazer uma soma com 4 parcelas iguais a -3 .

Veja:

$$4 \cdot (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3)$$

$$4 \cdot (-3) = -3 - 3 - 3 - 3$$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

Divisão

Podemos pensar a divisão quando queremos repartir um total de partes iguais ou quando queremos saber quantas vezes um número cabe no outro.

Exemplo:

Desejamos colocar 80 lápis em 5 caixas, de maneira que todas as caixas tenham o mesmo número de lápis. Quantos lápis devemos pôr em cada caixa?

A resposta é fácil. Basta dividir 80 por 5.

$$80/5 = 16$$

Logo, cada caixa deve conter 16 lápis.

No exemplo que acabamos de ver, a divisão foi exata, ou seja, conseguimos colocar a mesma quantidade de lápis em cada caixa sem que sobrasse nenhum.

O que aconteceria, entretanto, se tivéssemos 82 lápis para pôr nas 5 caixas? A resposta é fácil. Cada caixa continuaria com 16 lápis, mas sobrariam 2.

Veja a operação:

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \\ 82 \overline{)5} \text{ ——— divisor} \\ -5 \ 16 \text{ ——— quociente} \\ \hline 32 \\ -30 \\ \hline 2 \text{ ——— resto} \end{array}$$

Na operação acima, 82 é o dividendo, 5 é o divisor, 16 é o quociente e 2 é o resto. Esses quatro números se relacionam da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccccc} 82 & = & 5 & \times & 16 & + & 2 \\ \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ \text{(dividendo)} & = & \text{(divisor)} & \times & \text{(quociente)} & + & \text{(resto)} \end{array}$$

O resto é sempre positivo e menor que o divisor.

Ao fazer uma divisão, estaremos sempre encontrando dois novos números: o quociente e o resto.

UNIDADES DE MEDIDA

Unidades de medida são grandezas que compõem o sistema métrico decimal. Hoje, vamos rever algumas unidades de medida mais importantes para resolução de problemas matemáticos.

Além disso, vamos mostrar as conversões e ainda resolver alguns exercícios para facilitar o entendimento do aluno.

Às vezes, ao tentar resolver um exercício torna-se necessário fazer a conversão de uma unidade de medida para outra. Vamos mostrar os símbolos adotados no Sistema Internacional (SI).

Medidas de comprimento

A unidade padrão das medidas de comprimento é **metro (m)**.

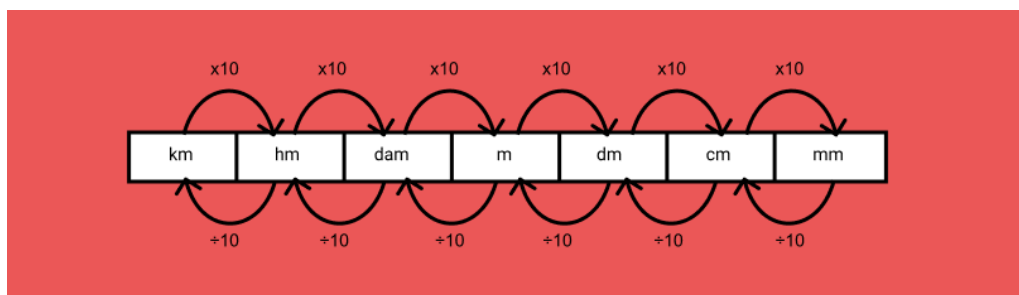


Figura 4: Representação de unidades da medida de comprimento.

Perceba pela imagem que para uma conversão para a direita é o mesmo que multiplicar por 10. Enquanto que para a esquerda é dividir por 10.

Dessa forma, podemos entender que para multiplicar por 10 basta deslocar a vírgula para a direita uma vez, que é a quantidade de zeros. Para dividir basta deslocar a vírgula para a esquerda uma vez, a quantidade de zeros.

Então se quisermos converter metro (m) em milímetro (mm), multiplicamos por 1.000 ($10 \times 10 \times 10$), que é o mesmo que deslocar a vírgula três casas à direita (1 metro tem 1.000 milímetros). Se quisermos converter metros (m) em quilômetros (km), temos que dividir por 1000 ($10 \div 10 \div 10$), que é o mesmo que deslocar a vírgula três casas à esquerda (1 metro equivale a 0,001 km).

- *Quilômetros* → $1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$
- *Hectômetro* → $1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$
- *Decâmetro* → $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$
- *Metro* → 1 m
- *Decímetro* → $1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$
- *Centímetro* → $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$
- *Milímetro* → $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$

Exemplos:

- Converter **10 dam** em **cm**:

dam → **m** → **dm** → **cm**

$$10 \text{ dam} = 100 \text{ m} = 1.000 \text{ dm} = 10.000 \text{ cm}$$

Deslocar a vírgula para a direita em três casas ou multiplicar por 1000: $10 \text{ dam} = 10 \times 1.000 = 10.000 \text{ cm}$

- Converter **320 dm** em **km**:

km ← **hm** ← **dam** ← **m** ← **dm**

$$320 \text{ dm} = 32 \text{ m} = 3,2 \text{ dam} = 0,32 \text{ hm} = 0,032 \text{ km}$$

A vírgula é deslocada **quatro** casas à esquerda ou dividir por 10.000.

$$320 \text{ dm} = 320 \div 10.000 = 0,0320 \text{ km}$$

Medidas de capacidade

A unidade padrão das medidas de capacidade é o **litro (L)**.

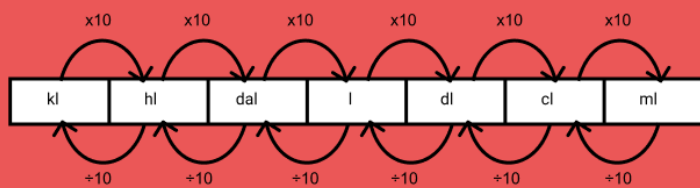


Figura 5: Representação de unidades da medida de capacidade.

- *Quilolitro* → $1 \text{ kL} = 1.000 \text{ L}$
- *Hectolitro* → $1 \text{ hL} = 100 \text{ L}$
- *Decalitro* → $1 \text{ daL} = 10 \text{ L}$
- *Litro* → 1 L
- *Decilitro* → $1 \text{ dL} = 0,1 \text{ L}$
- *Centilitro* → $1 \text{ cL} = 0,01 \text{ L}$
- *Mililitro* → $1 \text{ mL} = 0,001 \text{ L}$

Exemplo:

- Converter 20 mL em DL

$\text{dL} \leftarrow \text{cL} \leftarrow \text{mL} \quad 20 \text{ mL} = 2 \text{ cL} = 0,2 \text{ dL}$

É o mesmo que deslocar a vírgula **duas** casas à esquerda ou dividir por 100.

$20 \text{ mL} = 20 \div 100 = 0,2 \text{ dL}$

Pela imagem abaixo veja que converter é o mesmo que dividir por 10 para a esquerda ou multiplicar por 10 para a direita. Também pode se entender que essa multiplicação ou divisão é o mesmo que deslocar a vírgula uma vez de uma unidade para a outra.

Medidas de massa

A unidade padrão das medidas de massa é o **grama (g)**. Porém, no **Sistema Internacional de Unidades (SI)** a unidade de referência é o **Quilograma (kg)**.

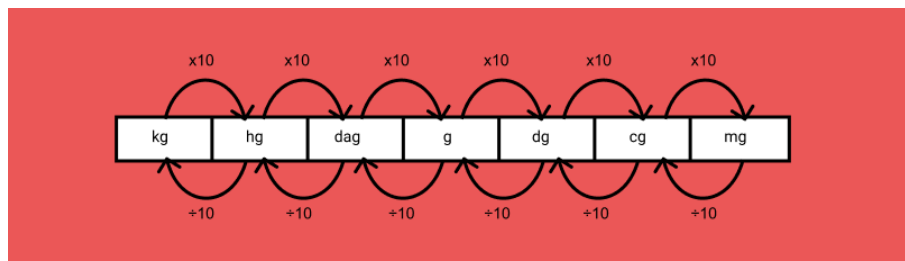


Figura 6: Representação de unidades da medida de massa.

- *Quilograma* → $1 \text{ kg} = 1.000 \text{ g}$
- *Hectograma* → $1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$
- *Decagrama* → $1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$
- *Gramas* → 1 g
- *Decigrama* → $1 \text{ dg} = 0,1 \text{ g}$
- *Centigrama* → $1 \text{ cg} = 0,01 \text{ g}$
- *Miligrama* → $1 \text{ mg} = 0,001 \text{ g}$

Além dessas referências de mudança de unidade, devemos lembrar que é possível transformar as unidades citadas para tonelada. Em que, 1.000 kg corresponde a 1 tonelada.

$$1 \text{ t} = 1.000 \text{ kg}$$

Exemplos:

- Converter 32 g em hg.

$$\text{hg} \leftarrow \text{dag} \leftarrow \text{g}$$

$$32 \text{ g} = 3,2 \text{ dag} = 0,32 \text{ hg}$$

É o mesmo que deslocar a vírgula **duas** casas à esquerda ou dividir por 100.

$$32 \text{ g} = 32 \div 100 = 0,32 \text{ hg}$$

- Converter 782 kg em toneladas:

Uma tonelada (**1t**) equivale a **1.000 kg**. Assim, devemos dividir a quantidade de **kg** por **1.000**, que é o mesmo que deslocar a vírgula **três** casas decimais à esquerda.

Logo,

$$782 \text{ kg} = 782 \div 1.000 = \mathbf{0,782 \text{ t}}$$

Medidas de superfície ou área

A unidade padrão das medidas de superfície (ou área) é o **metro quadrado (m²)**.

- Quilômetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ km}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2$
- Hectômetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ m}^2$
- Decâmetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ m}^2$
- Metro quadrado $\rightarrow 1 \text{ m}^2$
- Decímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$
- Centímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$
- Milímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$

Exemplos:

- Converter 3,2 hm² em m²:

$$\text{hm}^2 \rightarrow \text{dam}^2 \rightarrow \text{m}^2$$

$$3,2 \text{ hm}^2 = 320 \text{ dam}^2 = 32.000 \text{ m}^2$$



É o mesmo que deslocar a vírgula **quatro** casas decimais à direita, pois as unidades são quadradas, ou seja, multiplicar por 10^4 (10.000).

- Converter $48,6 \text{ dm}^2$ em m^2 :

$\text{m}^2 \leftarrow \text{dm}^2$

$$48,6 \text{ dm}^2 = 0,48 \text{ m}^2$$

É o mesmo que deslocar a vírgula **duas** casas decimais à esquerda, pois as unidades são quadradas, ou seja, dividir por 10^2 (100).

$$48,6 \text{ dm}^2 = 48,6 \div 100 = 0,486 \text{ m}^2$$

Existem algumas situações em que o volume de um recipiente medido em metros cúbicos (m^3) necessite de uma medida em litros (L), nesse caso, basta usar a seguinte referência:

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ L}$$

(relação entre medida de volume e de capacidade)

Medidas agrárias

As medidas agrárias são muito utilizadas para medir áreas rurais, comuns na vida de fazendeiros, produtores e cidadãos que possuem xácara ou fazenda.

São elas:

- **Are (a);**
- **Hectare (ha);**
- **Alqueire.**

Exemplo:

Difícilmente se ouve falar:



“Seu João comprou uma fazenda de **100 000 m²**”.

O mais comum é dizer:

“Seu João comprou uma fazenda com **10 hectares** de área”.

As medidas de áreas rurais são diferentes das medidas urbanas (metro, centímetro, milímetro, etc.). Mas, elas se relacionam entre si.

Vejam as referências:

1 a = 100 m²

(um are corresponde a cem metros quadrados)

1 ha = 100 a = 10.000 m²

(um hectare corresponde a cem ares ou a dez mil metros quadrados)

Outra medida agrária bastante utilizada é o alqueire. No Brasil ela varia de acordo com a região. Por isso, ao trabalhar cálculos envolvendo alqueires, será necessário saber em relação a qual região se está trabalhando.

Os alqueires mais usados e suas respectivas regiões são:

- 1 alqueire nortista → 27.225 m² = 2,72 ha
- 1 alqueire mineiro → 48.400 m² = 4,84 ha
- 1 alqueire paulista → 24.200 m² = 2,42 ha
- 1 alqueire baiano → 96.800 m² = 9,68 ha

Medidas de volume



A unidade padrão nas medidas de volume é o **metro cúbico (m³)**.

- *Quilômetro cúbico* → $1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3 = 1.000.000.000 \text{ m}^3$
- *Hectômetro cúbico* → $1 \text{ hm}^3 = 10^6 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ m}^3$
- *Decâmetro cúbico* → $1 \text{ dam}^3 = 10^3 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ m}^3$
- *Metro cúbico* → 1 m^3
- *Decímetro cúbico* → $1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,001 \text{ m}^3$
- *Centímetro cúbico* → $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$
- *Milímetro cúbico* → $1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3 = 0,000000001 \text{ m}^3$

Exemplos:

- Converta $28,3 \text{ m}^3$ em dm^3 :

$$\text{m}^3 \rightarrow \text{dm}^3$$

$$28,3 \text{ m}^3 = 28.300 \text{ dm}^3$$

É o mesmo que deslocar a vírgula **três** casas decimais à direita, pois as unidades são cúbicas, ou seja, multiplicar por 10^3 (1.000).

$$28,3 \text{ m}^3 = 28,3 \times 1.000 = 28.300 \text{ dm}^3$$

Medidas de tempo

No SI, a unidade de referência das medidas de tempo é o **segundo (s)**.

Dessa forma, em muitos casos o aluno terá que saber converter de horas para segundos, de minutos para segundos ou vice-versa.



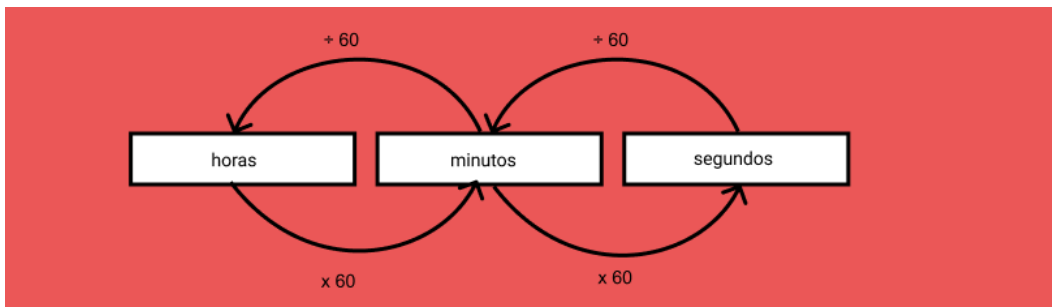


Figura 7: Representação de unidades de medida de tempo.

- **1 minuto (min) = 60 segundos (s)**
- **1 hora (h) = 60 minutos (min) = 3.600 segundos (s)**
- **1 dia = 24 horas (h) = 1.440 minutos (min) = 86.400 segundos (s)**

Exemplos:

- Converter 3 horas para segundos:

$$3 \text{ h} \times 60 \times 60 = 10.800 \text{ s}$$

- Converter 3 horas para minutos:

$$3 \text{ h} \times 60 = 180 \text{ min}$$

- Converter 3.600 segundos para horas:

$$3.600 \text{ s} \div 60 \div 60 = 1 \text{ h}$$

- Converter 180 minutos para horas:

$$180 \text{ min} \div 60 = 3 \text{ h}$$

- Converter 10.800 segundos para minutos:

$$10.800 \text{ s} \div 60 = 180 \text{ min}$$

Sistema Internacional de Unidades (SI)

Veamos uma tabela que mostra a relação entre Grandeza, Nome da Unidade e Símbolo, de acordo com o SI:

<i>GRANDEZA</i>	<i>NOME DA UNIDADE</i>	<i>SÍMBOLO (SI)</i>
<i>Comprimento</i>	<i>Metro</i>	<i>m</i>
<i>Capacidade</i>	<i>Litro</i>	<i>l</i>
<i>Massa</i>	<i>Quilograma</i>	<i>kg</i>
<i>Superfície/área</i>	<i>Metro quadrado</i>	<i>m²</i>
<i>Medidas agrárias</i>	<i>Are</i>	<i>a</i>
<i>Volume</i>	<i>Metro cúbico</i>	<i>m³</i>
<i>Tempo</i>	<i>Segundos</i>	<i>s</i>

Figura 8: Tabela indicando a relação entre Grandeza, Unidade e Símbolo de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI).

REGRA DE TRÊS

A Regra de três pode ser dividida em:



- Regra de três simples;
- Regra de três composta.

Independente da regra de três ser simples ou composta, para que seja resolvida é necessário ter bastante atenção quanto as grandezas envolvidas. Elas podem ser diretas ou inversas, ou seja, grandeza diretamente proporcionais, que são colocadas na mesma ordem em que aparecem na tabela e multiplicadas em cruzamento; ou grandezas inversamente proporcionais, que uma das razões é invertida antes de multiplicar cruzado.

Regra de três simples

Exemplo:

Um pintor utilizou 18 litros de tinta para pintar 60m² de parede. Quantos litros de tintas serão necessários para pintar 450 m², nas mesmas condições?

Vamos relacionar os dados através de uma tabela:

Litros	Área em m ²
18	60
x	450

18 ----- 60

x ----- 450

Observe que, quanto maior a área a ser pintada maior será a quantidade de tinta. Podemos dizer que a regra de três é diretamente proporcional. Nesse caso, não invertemos os termos, ou seja, colocamos na mesma ordem que aparece na tabela e multiplicamos cruzado.

Veja:



$$\frac{18}{x} = \frac{60}{450}$$

$$60 \cdot x = 18 \cdot 450$$

$$60x = 8100$$

$$x = 8100 / 60$$

$$x = 135$$

Portanto, serão necessários 135 litros de tintas para pintar uma parede de 450 m².

Regra de três composta

Quando trabalhamos com três grandezas, direta ou inversamente proporcionais em um determinado problema, existem seis valores, dos quais cinco são conhecidos e apenas um desconhecido. O valor da incógnita será encontrado através da regra de três composta.

Exemplo:

Se 8 homens levam 12 dias montando 16 máquinas, então, nas mesmas condições, 15 homens levarão quantos dias para montar 50 máquinas?

Vamos chamar o valor desconhecido de x e montar uma tabela contendo os valores:

Grandezas inversamente proporcionais		Grandezas diretamente proporcionais
QUANTIDADE DE HOMENS	TEMPO DE MONTAGEM (DIAS)	NÚMERO DE MÁQUINAS
8	12	16
15	x	50

Figura 9: Representação de regra de três composta.

Fixando a grandeza *quantidade de homens*, vamos relacionar as *grandezas tempo de montagem* com *número de máquinas*. Se dobrarmos o tempo de montagem, dobraremos o número de máquinas. Logo, essas duas grandezas são diretamente proporcionais.

Como as nossas grandezas são inversamente proporcionais, uma das frações deve ser invertida. Sabendo dessas informações, basta escrevermos a proporção de acordo com a tabela abaixo;

$$\begin{aligned}\frac{12}{x} &= \frac{8}{15} \cdot \frac{16}{50} \\ \frac{12}{x} &= \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{50} \\ \frac{12}{x} &= \frac{15 \cdot 16}{8 \cdot 50} \\ \frac{12}{x} &= \frac{240}{400} \\ 240x &= 12 \cdot 400 \\ 240x &= 4800 \\ x &= \frac{4800}{240} \\ x &= 20\end{aligned}$$

Conclusão: Com 15 homens, serão construídas 50 máquinas em 20 dias.

PORCENTAGEM

A **porcentagem** é uma das áreas da matemática mais conhecidas. Praticamente é utilizada em todas as outras, quando queremos comparar grandezas, estimar o crescimento de algo, expressar uma quantidade de aumento ou desconto do preço de alguma mercadoria. Vemos porcentagem a todo momento e, mesmo quando não percebemos, estamos fazendo uso dela.

A porcentagem é uma razão cujo o denominador é igual a 100. Ela costuma ser indicada pelo símbolo “%” (por cento).

Representação de porcentagem

Existem três formas de representarmos uma porcentagem: na **forma percentual**, **forma fracionária** ou **forma decimal**.

Veja:

Forma percentual	Forma fracionário	Forma decimal
10%	$\frac{10}{100}$	0,1
30%	$\frac{30}{100}$	0,3
5,3%	$\frac{5,3}{100}$	0,053

Figura 10: Tabela com as formas de representar porcentagem.

Cálculo de porcentagem

Existem várias formas de se calcular porcentagem. Além de poder utilizar a porcentagem em forma de fração ou decimal para o cálculo, também é possível usar o processo da regra de três simples, isso fica a escolha do cursista.

Exemplos:

- 1. Imagine que um produto que custava R\$ 80,00 foi vendido a vista, com 5% de desconto. Esse desconto de 5% de R\$ 80,00 significa 5 partes das 100 em que 80 foi dividido, ou seja, R\$ 80,00 será dividido em 100 partes, e o desconto será igual a 5 partes dessa divisão.**

Assim, 5% de R\$ 80,00 é igual a:



$$\frac{5}{100} \cdot 80 = 0,05 \cdot 80 = 4$$

Portanto, 5% de R\$ 80,00 será R\$ 4,00. E esse será o valor a ser descontado.

Poderíamos, também, calcular de outra forma:

5% de R\$ 80,00:

$$\frac{5 \cdot 80}{100} = \frac{400}{100} = 4$$

- 2. Digamos que você vai em uma loja no shopping ou numa loja na internet e encontre um produto com desconto de 10%, seu custo inicial era de R\$ 50,00. De quanto será esse desconto em dinheiro?**

Veja:

$$10\% \text{ de } 50 = \frac{10}{100} \cdot 50 = \frac{500}{100} = 5$$

(desconto de R\$5,00)

Usando regra de três:

$$\begin{array}{l} 50 \text{ ----- } 100\% \\ x \text{ ----- } 10\% \end{array}$$



$$\frac{50}{x} = \frac{100}{10}$$

$$100 \cdot x = 10 \cdot 50$$

$$100x = 500$$

$$x = \frac{500}{100}$$

$$x = 5$$

(desconto de R\$5,00)

EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Equação do primeiro grau é uma igualdade entre expressões que as transformam em uma identidade numérica, para um ou para mais valores atribuídos às suas variáveis.

Definição de uma equação do primeiro grau

É toda sentença aberta, redutível e equivalente a:

$$ax + b = 0, \text{ com } a \in \mathbb{R}^* \text{ e } b \in \mathbb{R}.$$

Ou seja, **a** e **b** são números que pertencem aos conjuntos dos números reais (\mathbb{R}), com **a** diferente de zero e **x** representa uma variável que não conhecemos (incógnita).

Exemplo:

$$5 + x = 8$$

Essa equação se transforma numa identidade, fazendo:

$$x = 3 \Rightarrow 5 + x = 8 \Rightarrow 5 + 3 = 8 \Rightarrow 8 = 8$$



(temos uma identidade, com a solução sendo x igual a 3).

A letra x na equação é denominada a **variável da equação** ou **incógnita**, enquanto que o número 3 é chamado de solução da equação, conjunto verdade ou raiz.

Na equação acima o que está antes da igualdade é chamado de primeiro membro, e o que está do lado direito é chamado de segundo membro da equação.

Exemplo:

$$\begin{array}{ccc} 3x - 12 & = & 7 + x \\ 1^\circ \text{ membro} & & 2^\circ \text{ membro} \end{array}$$

Tipos de equações

As equações podem ter uma ou mais incógnitas ou variáveis, como queira chamar:

Exemplos:

$$4 + 2x = 11 + 3x$$

(uma incógnita ou uma variável, a variável x)

$$y - 1 = 6x + 13 - 4y$$

(duas incógnitas ou duas variáveis, x e y)

$$8x - 3 + y = 4 + 5z - 2$$



(três incógnitas ou três variáveis, x , y , e z)

Resolvendo uma equação do primeiro grau

Para resolver uma equação do primeiro grau deve-se levar em consideração que ao mudarmos as variáveis (incógnitas) e os valores numéricos de posição na equação, a igualdade deve continuar sendo verdadeira.

Também devemos ficar atentos com o sinal de cada variável ou valor numérico, pois, para que a igualdade continue valendo, devemos inverter o sinal ao mudar de lado na equação apenas quando se trata de uma adição ou subtração.

Dessa forma, uma multiplicação passa para o outro lado dividindo; uma divisão passa multiplicando; uma subtração passa somando; e uma soma passa subtraindo.

Exemplos:

1. Encontrar o valor de x na equação $3x + 2 = x + 1$

Devemos passar os termos comuns para o outro lado da equação

$$3x + 2 = x + 1 \rightarrow 3x - x = 1 - 2 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

As variáveis e valores devem mudar de lado trocando o sinal quando for uma adição ou subtração

Quando temos uma multiplicação passamos dividindo, quando temos uma divisão passamos multiplicando e vice-versa. Sem mudar o sinal.

Dessa forma, o valor da variável x que torna a equação verdadeira é $-\frac{1}{2}$.

$$x = \frac{-1}{2}$$



2. Encontrar o valor de x para a equação $-5x = -5$.

Existem duas formas de responder essa equação, multiplicando os dois lados por -1 para tornar toda a equação positiva ou manter o sinal e lembrar que durante a divisão de dois números negativos o sinal muda para positivo.

Veja:

Multiplica os dois lados da equação por -1 para ficar tudo positivo durante a divisão

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ -5x = -5 \quad \rightarrow \quad 5x = 5 \quad \rightarrow \quad x = \frac{5}{5} \quad \rightarrow \quad x = 1 \\ \searrow \quad \swarrow \\ -5x = -5 \quad \rightarrow \quad -5x = -5 \quad \rightarrow \quad x = -\frac{5}{5} \quad \rightarrow \quad x = 1 \end{array}$$

Mantém o sinal, mas tem que lembrar que a divisão de dois números negativos o resultado é positivo

Dessa forma, o valor da variável x que torna a equação verdadeira é 1.

$$x = 1$$

TABELA DE GRÁFICOS

Tanto as tabelas quanto os gráficos são muito utilizados para organização de dados e representação de resultados em pesquisas estatísticas.

Tabelas Simples

Usada para apresentar a relação entre uma informação e outra (como produto e preço). É formada por duas colunas e deve ser lida horizontalmente.



PRODUTO	PREÇO
Chocolate em barra	R\$ 0,50
Maçã	R\$ 1,00
Banana	R\$ 0,70
Biscoito	R\$ 3,00
Pão com queijo	R\$ 1,50
Pão com geleia	R\$ 1,20
Granola	R\$ 2,50
Suco de laranja	R\$ 1,75

Figura 11: Representação de tabela simples.

Tabelas de dupla entrada

Útil para mostrar dois ou mais tipos de dados - como altura e peso, por exemplo - sobre um item - nome. Deve ser lida na **vertical** e na **horizontal** simultaneamente para que as linhas e as colunas sejam relacionadas.

NOME	ALTURA*	PESO**
André	1,10	35
João	1,05	28,5
Marcos	1,10	33,5
Paula	1,12	34,5
Raquel	1,20	40
Renan	1,30	31
Sandro	1,10	32

* Em metros ** Em quilos

Figura 12: Representação de tabela de dupla entrada.

Gráfico de linha

Apresenta a evolução de um dado. Eixos na vertical e na horizontal indicam as informações a que se refere e a linha traçada entre eles: ascendente, descendente constante ou com vários altos e baixos, que mostra o percurso de um fenômeno

específico. O objetivo de usar esse tipo de gráfico está relacionado a simplicidade, clareza e veracidade.

Se você acha que esses números não contribuem para mostrar com clareza o histórico da instituição nem para destacar o percurso crescente de matrículas, tem toda razão. Há uma maneira mais clara e eficiente de apresentar esses dados: um gráfico.

Observe:

- Evolução do número de alunos da escola:

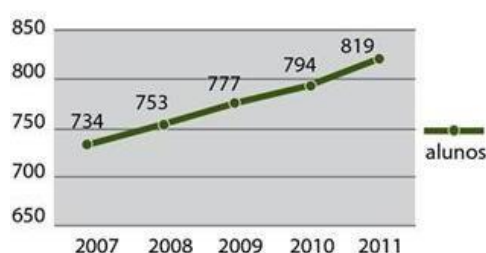


Figura 13: Representação de um gráfico de linha.

(na horizontal temos os anos e na vertical o número de alunos)

Esse exemplo revela que para cada informação que se quer comunicar há uma linguagem mais adequada: textos, gráficos e tabelas. "Eles são usados para facilitar a leitura do conteúdo, já que apresentam as informações de maneira mais visual", explica Cleusa Capelossi Reis, formadora de Matemática da Secretaria Municipal de Educação de São Caetano do Sul, na Grande São Paulo.

No início do Ensino Fundamental, as crianças precisam aprender a ler e interpretar esses recursos com os quais elas irão se deparar no dia a dia. Além disso, esse é um conteúdo importante da Matemática que vai acompanhá-las durante toda a escolaridade no estudo de diversas disciplinas.

Gráfico de barras

Usado para comparar dados quantitativos. Formado por barras de mesma largura e comprimento variável, pois estes dependem do montante que representam. A barra mais

longa indica a maior quantidade e, com base nela, é possível analisar como certo dado está em relação aos demais.

- Os prédios mais altos do mundo:

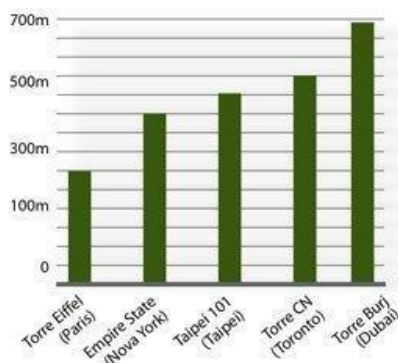


Figura 14: Representação de um gráfico de barras. (na horizontal temos os prédios e na vertical suas alturas)

Gráfico de setor

Também conhecido como gráfico **pizza**. Esse tipo de gráfico é útil para agrupar ou organizar quantitativamente dados considerando um total, e para representar os resultados em porcentagem (%). A circunferência representa o todo e é dividida de acordo os números relacionados ao tema abordado.

- Eleições para prefeito (simulação dos votos em porcentagem):



Figura 15: Representação de gráfico de setor (ou gráfico de pizza).
(cada parte do círculo indica uma porcentagem de votos identificada na legenda ao lado)

GEOMETRIA

O primeiro passo para estudar esse tema é [aprender o conceito](#) de **ponto e reta**.

- Um **ponto** determina uma posição no espaço.
- Uma **reta** é um conjunto de pontos.
- Um **plano** é um conjunto infinito com duas dimensões.

Figuras planas

Dentre as principais figuras planas podemos destacar:

- Triângulo;
- Quadrado;
- Retângulo;

- Trapézio;
- Losango;
- Círculo.

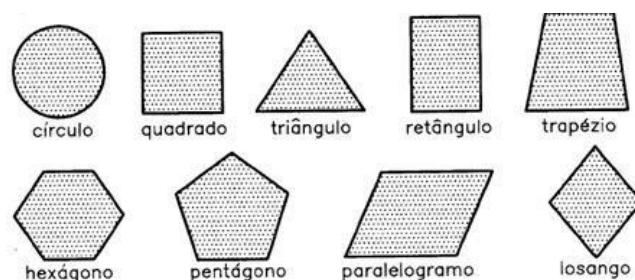


Figura 16: Exemplos de figuras planas.

As figuras planas com três ou mais lados são chamadas de polígonos.

Polígonos regulares

Trata-se de polígonos cujos lados são todos iguais, ou seja, são de mesmo tamanho.

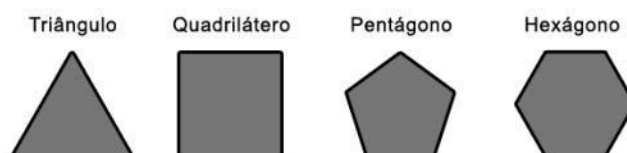


Figura 17: Exemplos de polígonos regulares.

Repare que todas as figuras são formadas por três ou mais segmentos que são os lados de cada figura, e que cada lado intersecta ou liga somente com outros dois lados, cujo encontro dessa ligação chamamos de vértice e, além disso, esses dois lados que se encontram nunca são paralelos.

Vimos alguns exemplos de polígonos regulares, ou seja, polígonos cujos lados são todos iguais de mesmo tamanho. Mas, existem também polígonos cujos lados podem ser de tamanhos diferentes os quais chamamos de polígonos não-regulares.

Exemplos:

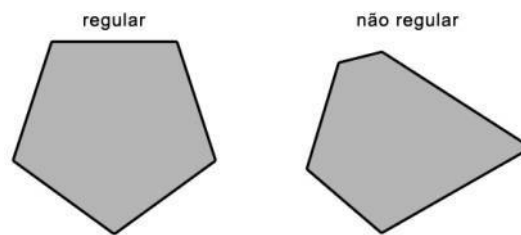


Figura 18: Exemplo de pentágono regular e não-regular.

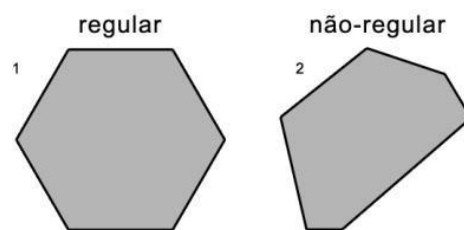


Figura 19: Exemplo de hexágono regular e não-regular.

Triângulos

Os triângulos são polígonos de três lados que podem ser classificados de duas maneiras:

- Quanto à medida dos lados;
- Quanto à medida dos ângulos.

Vejamos estas duas maneiras de se classificar um triângulo:

Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados

Os triângulos recebem nomes específicos de acordo com o comprimento ou **medida de seus lados**. Os que possuem os lados iguais são classificados de triângulo equilátero, os que possuem 2 lados iguais de triângulo isósceles e os que possuem lados diferentes de triângulo escaleno.

Exemplos:

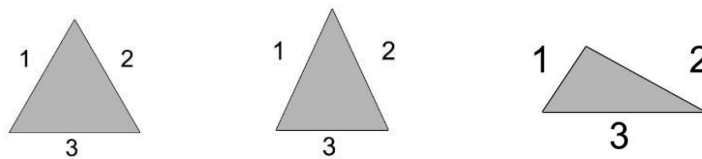


Figura 20: Triângulo equilátero (lados 1, 2 e 3 iguais), triângulo isósceles (lados 1 e 2 iguais) e triângulo escaleno (lados 1, 2 e 3 diferentes).

Classificação dos triângulos quanto à medida dos ângulos

Os triângulos também recebem nomes específicos de acordo com a **medida de seus ângulos**. Os que possuem ângulos agudos são classificados de triângulos acutângulos, quando os 3 ângulos são menores que 90° ; os que possuem um ângulo reto, de 90° são triângulos retângulos; e os que possuem um ângulo raso, quando um dos ângulos é maior que 90° , os triângulos obtusângulos.



Figura 21: Triângulo acutângulo (ângulo: $A^\wedge < 90^\circ$, $B^\wedge < 90^\circ$ e $C^\wedge < 90^\circ$), triângulo isósceles (ângulo $A^\wedge = 90^\circ$) e triângulo escaleno (ângulo $A^\wedge > 90^\circ$).

Perímetro e área de figuras planas

O perímetro de qualquer figura plana se dá pela soma de seus lados, ou seja, no triângulo é soma de seus 3 lados; no quadrilátero é soma de seus 4 lados; e assim por diante.

O perímetro também é indicado pelo **comprimento do contorno de uma figura plana**. No caso do círculo, o perímetro é igual ao **comprimento da circunferência** que forma o círculo dado por:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

(comprimento é igual a duas vezes Pi vezes o raio)

Vejamos as fórmulas usadas para calcular a área das principais figuras planas:

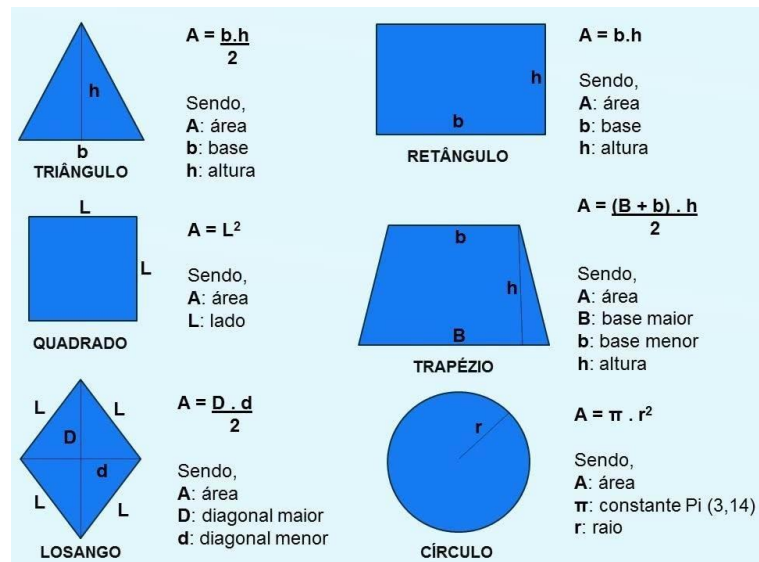


Figura 22: Fórmulas da área das principais figuras planas.

Teorema de Pitágoras

O **Teorema de Pitágoras** está relacionado com o comprimento dos lados do triângulo retângulo. Essa figura geométrica é formada por um ângulo interno de 90° , chamado de **ângulo reto**. O enunciado desse teorema é: **a soma dos quadrados de seus catetos corresponde ao quadrado de sua hipotenusa**.

Fórmula

Segundo o enunciado do Teorema de Pitágoras, a fórmula é representada da seguinte maneira:



$$a^2 = b^2 + c^2$$

(quadrado da hipotenusa = ao quadrado de um cateto + o quadrado do outro cateto)

Sendo:

a: hipotenusa

b: cateto

c: cateto

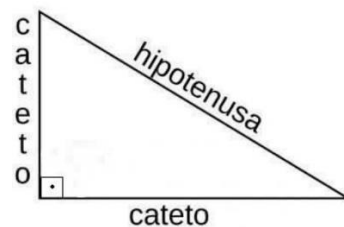


Figura 23: Representação de um triângulo retângulo.

A **hipotenusa** é o **maior** lado de um **triângulo retângulo** e o lado oposto ao ângulo reto. Os outros dois lados são os **catetos**. O ângulo formado por esses lados possui medida igual a 90° (ângulo reto).

Identificamos ainda os catetos, de acordo com um ângulo de referência. Ou seja, o cateto poderá ser chamado de cateto adjacente ou cateto oposto.

Quando o cateto está junto ao ângulo de referência, é chamado de **adjacente**, por outro lado, se está contrário a este ângulo, é chamado de **oposto**.

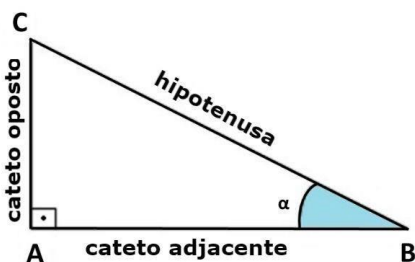


Figura 24: Representação de um triângulo retângulo com um ângulo de referência para determinar os catetos oposto e adjacente.

Teorema de Tales

O **Teorema de Tales** é uma teoria aplicada na geometria acerca do conceito relacionado entre retas paralelas e transversais.

Conceito

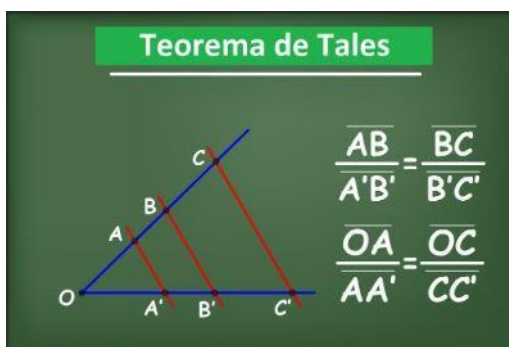


Figura 25: Ilustração da relação do teorema de Tales.

O conceito do Teorema de Tales é expresso pela sentença:

“A interseção entre duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais”.

Exemplo:

Para compreender melhor o teorema de tales, observe a figura abaixo:

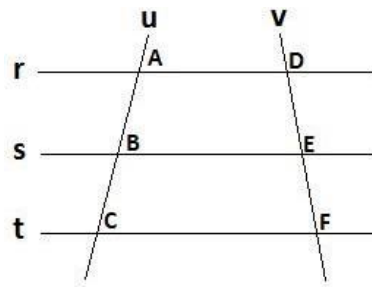


Figura 26: Retas paralelas cortadas por retas transversais.

Na figura acima as retas transversais u e v interceptam as [retas paralelas](#) r, s e t. Os pontos pertencentes na reta u são: A, B e C; e na reta v, os pontos: M, N e O.

Logo, de acordo com o Teorema de Tales:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

(segmentos proporcionais)

Lê-se: **AB está para BC, assim como DE está para EF.**

Teorema de Tales nos triângulos

O teorema de Tales também é aplicado em situações que envolvem triângulos. Veja abaixo um exemplo em que se aplica o teorema:

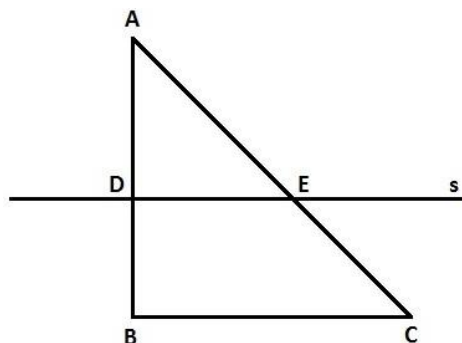


Figura 27: Aplicação do teorema de Tales no triângulo.

De acordo com a [semelhança entre triângulos](#) podemos afirmar que: o triângulo ABC é semelhante ao triângulo ADE.

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE$$

(triângulo ABC é semelhante ao triângulo AED)

Exemplos:

1. **Sejam as retas r , s e t tais que $r \parallel s \parallel t$. Vamos determinar a medida dos segmentos AB e BC da figura abaixo:**

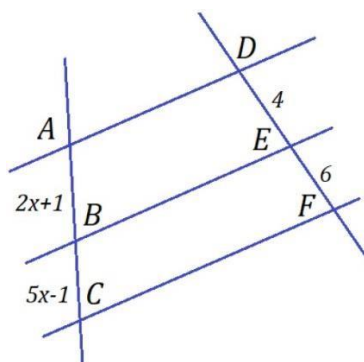


Figura 28: Representação de retas paralelas cortadas por retas transversais.

As medidas de cada segmento são:

- $AB = 2x+1$
- $BC = 5x-1$
- $DE = 4$
- $EF = 6$
- $AC = 2x+1+5x-1=7x$
- $DF = 4+6=10$

Pelo teorema de Tales, podemos então afirmar:

$$\frac{2x + 1}{4} = \frac{5x - 1}{6} = \frac{7x}{10}$$

Para resolver esta equação podemos escolher **dois** entre os três termos acima na igualdade.

- Escolhendo os termos AB, DE, BC e EF:

$$\frac{2x + 1}{4} = \frac{5x - 1}{6}$$

$$6 \cdot (2x + 1) = 4 \cdot (5x - 1)$$

$$12x + 6 = 20x - 4$$

$$6 + 4 = 20x - 12x$$

$$10 = 8x$$

$$x = \frac{10}{8}$$

$$x = 1,25$$

$$AB = 2x + 1 = 2 \cdot 1,25 + 1 = 3,5$$

$$BC = 5x - 1 = 5 \cdot 1,25 - 1 = 5,25$$

Então, as medidas valem **AB = 3,5** e **BC = 5,25**.

2. Agora, considere três terrenos que estão entre duas ruas, A e B. Sabendo que as medidas de cada terreno de frente a rua A são 40 m, 30 m e 20 m, vamos determinar a medida de cada terreno para a rua B sabendo que a frente para essa rua tem 180 m.

Vamos ilustrar segundo o nosso problema um esboço dos terrenos:



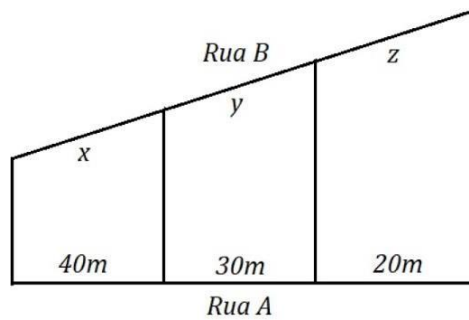


Figura 29: Representação de três terrenos (*Exemplo 2* do Teorema de Tales).

Pelo enunciado podemos dizer que $x + y + z = 180$, então pelo teorema de Tales, a relação dos seus lados será dada por:

$$\frac{x + y + z}{x} = \frac{40 + 30 + 20}{40}$$

$$\frac{180}{x} = \frac{90}{40}$$

$$90x = 7200$$

$$\mathbf{x = 80}$$

$$\frac{x + y + z}{y} = \frac{40 + 30 + 20}{30}$$

$$\frac{180}{y} = \frac{90}{30}$$

$$90y = 180.30$$

$$90y = 5400$$

$$\mathbf{y = 60}$$

$$\frac{x + y + z}{z} = \frac{40 + 30 + 20}{20}$$

$$\frac{180}{z} = \frac{90}{20}$$

$$90z = 180.20$$

$$90z = 3600$$

$$\mathbf{z = 40}$$

Então, as medidas valem:

$$x = 80$$

$$y = 60$$

$$z = 40$$

3. Agora, um exemplo com um triângulo onde os segmentos DE e BC são paralelos. Vamos determinar o valor da medida AE .

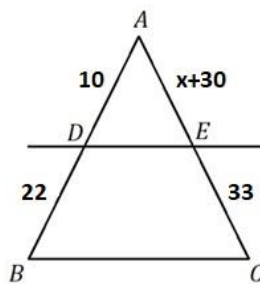


Figura 30: Representação de aplicação de teorema de Tales em um triângulo.

Pela definição do teorema podemos:

$$\frac{10 + 22}{10} = \frac{x + 30 + 33}{x + 30}$$

$$\frac{32}{10} = \frac{x + 63}{x + 30}$$

$$32 \cdot (x + 30) = 10 \cdot (x + 63)$$

$$32x + 960 = 10x + 630$$

$$32x - 10x = 630 - 960$$

$$22x = -330$$

$$x = \frac{-330}{22}$$

$$x = -15$$



Logo, AE que vale $x+30$ será $-15+30$ que dá 15.

$$AE = 15$$

Figuras espaciais

A **geometria espacial** é a área da matemática que estuda figuras no espaço, ou seja, que possuem **mais de duas dimensões**.

Assim como a geometria plana, o estudo da geometria espacial está baseado em axiomas fundamentais. Além dos axiomas já utilizados em geometria plana (ponto, reta e plano), outros quatro são importantes para entender a geometria espacial:

- Por três pontos não colineares passa um único plano
- Qualquer que seja o plano, existem infinitos pontos nesse plano e infinitos pontos fora dele.
- Se dois planos distintos têm um ponto em comum, então a intersecção entre eles é uma reta.
- Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida nesse plano.

As figuras espaciais objetos de estudo desse campo da geometria são conhecidas como **sólidos geométricos**, ou ainda, **figuras geométricas espaciais**. Assim, é possível determinar, o volume destes mesmos objetos, ou seja, o espaço que estes ocupam.

Dentre as principais figuras espaciais podemos destacar:

- Cubo;
- Paralelepípedo;
- Pirâmide;
- Cone;



- Cilindro e Esfera.

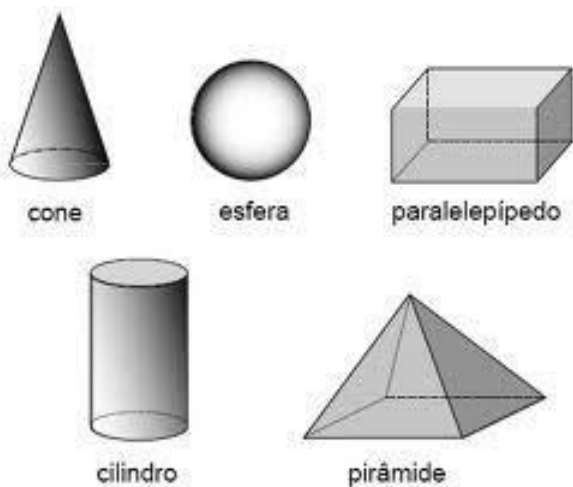


Figura 31: Exemplos de sólidos geométricos também conhecidos como figuras espaciais.

Essas figuras espaciais estão inseridas em dois grandes grupos, um relacionado aos corpos redondos (Exemplos: cone, cilindro e esfera) e o outro aos poliedros (Exemplos: cubo, prisma e pirâmide).

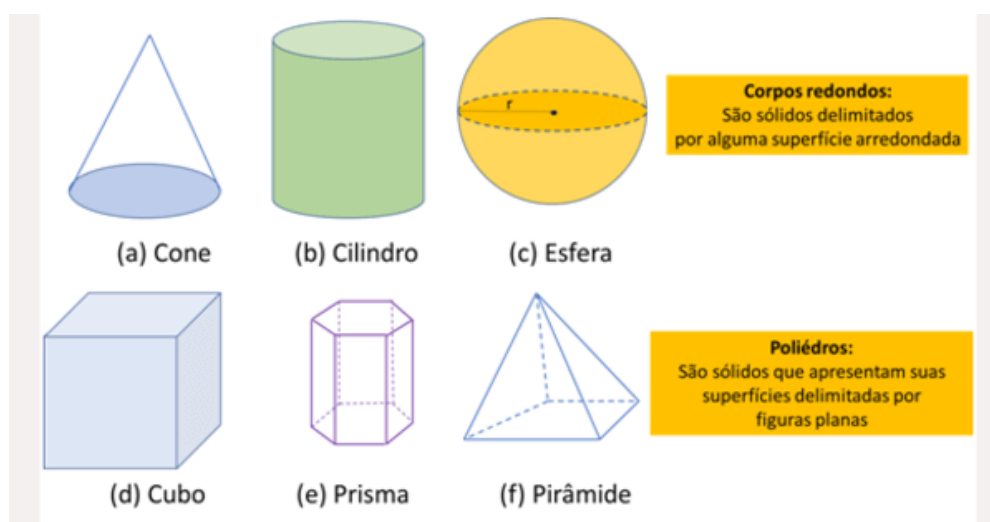


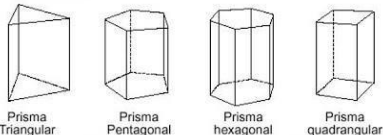
Figura 32: Exemplos de figuras que pertencem ao grupo de sólidos de corpos redondos e ao grupo de sólidos chamados de poliedros (copos não-redondos).

Area e volume de figuras espaciais

Confira abaixo as fórmulas para os cálculos de área e volume das principais figuras espaciais:

RESUMÃO: VOLUME E ÁREA DOS SÓLIDOS

Prismas

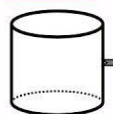


Prisma Triangular Prisma Pentagonal Prisma hexagonal Prisma quadrangular

VOLUME
 $V = Ab \times H$

ÁREA TOTAL
 $A_T = 2Ab + A_L$

Cilindro

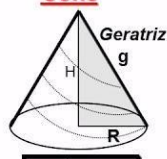


Superfície Lateral
 $A_L = 2\pi RH$

VOLUME
 $V = Ab \times H$

ÁREA TOTAL
 $A_T = 2Ab + A_L$

Cono

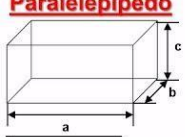


Geratriz g

$V = \frac{1}{3} Ab \times H$

Superfície Lateral
 $A_L = \pi \cdot R \cdot g$

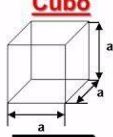
Paralelepípedo



$V = a \cdot b \cdot c$

$A_T = 2(ab + ac + bc)$

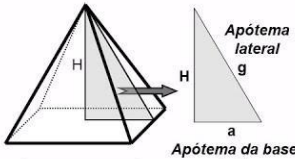
Cubo



$V = a^3$

$A_T = 6a^2$

Pirâmide



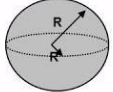
Apótema lateral g

Apótema da base a

$V = \frac{1}{3} Ab \times H$

$g^2 = a^2 + H^2$

Esfera



$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

$A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$




Figura 33: Fórmulas de área e volume das principais figuras espaciais.

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática. Volume Único. Editora Ática, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto. Matemática. Volume Único. Atual Editora, 2007.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR, José Ruy.

Matemática Fundamental –Uma Nova Abordagem. Volume Único. Editora FTD.

DANTE, L.R. Matemática: Contextos e Aplicações. Vol 2. São Paulo: Ática, 2011.

GIOVANNI, J.R. e BONJORNO, J.R. Matemática Completa. Vol2. São Paulo: FTD, 2005.

ANDRÉ, Jorge. Ensinar e Estudar Matemática em Engenharia. Ed. Universidade de Coimbra, 2008.

BLACHEYRE, Affonso. Construção Civil, Teoria e Prática: Matemática, desenhos e técnicas. Ed Hemus, 2005.

FACCHINI, Walter. Matemática para a Escola de Hoje. Ed. FTD, 2006.

FERNANDES, Adelino Goldinho. Matemática Prática para a Construção Civil ao Alcance de Todos. CETOP, São Paulo, 1985.

PEREIRA, José Fernando Fernandes. Fundamentos de Matemática para Engenharia. Ed. Plêiade, 2005.

QUESTÕES

1. Qual o resultado da expressão: $27 + 31 + 18$?

- a) 75
- b) 76
- c) 78
- d) 80

Gabarito: b

2. Na operação $-12 + (-5)$, o resultado é:

- a) -7
- b) -17
- c) 7
- d) 17

Gabarito: b

3. Se $90 - 52 = x$, então x vale:

- a) 32
- b) 38
- c) 42
- d) 48

Gabarito: b

4. Qual é o produto de 7×5 ?

- a) 25
- b) 30
- c) 35
- d) 40

Gabarito: c

5. O valor de $82 \div 5$ é:

- a) 16
- b) 16 com resto 2
- c) 17

d) 15

Gabarito: b

6. Quantos centímetros há em 10 decâmetros?

a) 1.000 cm

b) 10.000 cm

c) 100.000 cm

d) 100 cm

Gabarito: b

7. Quantos hectolitros existem em 1.000 litros?

a) 1 hL

b) 10 hL

c) 100 hL

d) 1.000 hL

Gabarito: c

8. Converter 32 g em hectogramas (hg) resulta em:

a) 0,0032 hg

b) 3,2 hg

c) 0,32 hg

d) 32 hg

Gabarito: c

9. Quantos m^2 existem em $3,2 \text{ hm}^2$?

a) 320 m^2

b) 3.200 m^2

c) 32.000 m^2

d) 320.000 m^2

Gabarito: c

10. A unidade padrão de volume no SI é:

a) litro

b) centímetro cúbico

- c) metro cúbico
- d) decímetro cúbico

Gabarito: c

11. Quanto equivale 1 m³ em litros?

- a) 1 L
- b) 100 L
- c) 1.000 L
- d) 10.000 L

Gabarito: c

12. Quantos segundos há em 3 horas?

- a) 1.800 s
- b) 3.600 s
- c) 10.800 s
- d) 18.000 s

Gabarito: c

13. Se 18 litros pintam 60 m², quantos litros para 450 m²?

- a) 120
- b) 135
- c) 150
- d) 180

Gabarito: b

14. Em uma regra de três composta, se 8 homens fazem 16 máquinas em 12 dias, quantos dias serão necessários para 15 homens fazerem 50 máquinas?

- a) 10
- b) 15
- c) 20
- d) 30

Gabarito: c

15. Quanto é 10% de R\$ 50,00?



a) R\$ 10,00

b) R\$ 5,00

c) R\$ 0,50

d) R\$ 15,00

Gabarito: b

16. A equação $5 + x = 8$ tem como solução:

a) $x = 2$

b) $x = 3$

c) $x = 5$

d) $x = 8$

Gabarito: b

17. A equação $-5x = -5$ tem como solução:

a) $x = -1$

b) $x = 0$

c) $x = 1$

d) $x = 5$

Gabarito: c

18. O gráfico ideal para representar percentuais é:

a) Barras

b) Linha

c) Setor (pizza)

d) Dispersão

Gabarito: c

19. Um triângulo com todos os lados diferentes é chamado de:

a) Equilátero

b) Isósceles

c) Escaleno

d) Retângulo

Gabarito: c



20. Um triângulo com um ângulo de 90° é:

- a) Obtusângulo
- b) Acutângulo
- c) Retângulo
- d) Equilátero

Gabarito: c

21. O perímetro de um retângulo de 5m por 6m é:

- a) 22 m
- b) 11 m
- c) 30 m
- d) 16 m

Gabarito: a

22. A fórmula da área do triângulo é:

- a) $A = l^2$
- b) $A = \pi r^2$
- c) $A = (b \times h)/2$
- d) $A = b \times h$

Gabarito: c

23. O Teorema de Pitágoras afirma que:

- a) $a = b + c$
- b) $a^2 = b^2 + c^2$
- c) $a^3 = b^3 + c^3$
- d) $a^2 + b^2 = c^2$

Gabarito: b

24. A hipotenusa é:

- a) O menor lado
- b) O lado oposto ao ângulo reto
- c) O lado mais curto
- d) Sempre igual aos catetos

Gabarito: b

25. Se um círculo tem raio de 3 cm, seu comprimento é (use $\pi \approx 3$):

- a) 6 cm
- b) 9 cm
- c) 18 cm
- d) 12 cm

Gabarito: c

$$(C = 2\pi r = 2 \times 3 \times 3 = 18)$$

26. O gráfico de linha é ideal para representar:

- a) Proporções
- b) Evolução de dados no tempo
- c) Comparações fixas
- d) Relação espacial

Gabarito: b

27. O gráfico de barras é mais adequado para:

- a) Exibir partes de um todo
- b) Mostrar variação contínua
- c) Comparar quantidades
- d) Mostrar funções

Gabarito: c

28. A área de um quadrado com lado 4 cm é:

- a) 8 cm²
- b) 12 cm²
- c) 16 cm²
- d) 20 cm²

Gabarito: c

29. Um polígono de 6 lados é chamado de:

- a) Pentágono
- b) Hexágono
- c) Heptágono

d) Octógono

Gabarito: b

30. Um cubo tem quantas faces:

a) 4

b) 6

c) 8

d) 12

Gabarito: b

31. A unidade padrão de massa no SI é:

a) Grama

b) Quilograma

c) Tonelada

d) Miligrama

Gabarito: b

32. Converter 180 minutos em horas:

a) 2 h

b) 2,5 h

c) 3 h

d) 4 h

Gabarito: c

33. A unidade de tempo no SI é:

a) Minuto

b) Segundo

c) Hora

d) Dia

Gabarito: b

34. Se 1 hectare = 10.000 m², quantos hectares tem 70.000 m²?

a) 70

b) 7

c) 0,7

d) 700

Gabarito: b

35. O valor de x na equação $3x + 2 = x + 1$ é:

a) -1

b) 1

c) -0,5

d) 0

Gabarito: c

36. Qual das opções é uma figura espacial?

a) Círculo

b) Triângulo

c) Cone

d) Trapézio

Gabarito: c

37. Um exemplo de unidade de superfície é:

a) cm^3

b) m^2

c) km

d) litro

Gabarito: b

38. Quantos milímetros há em 1 metro?

a) 10 mm

b) 100 mm

c) 1.000 mm

d) 10.000 mm

Gabarito: c

39. Em uma divisão, o número que será dividido é chamado de:

a) Quociente

- b) Divisor
- c) Resto
- d) Dividendo

Gabarito: d

40. Qual operação é usada quando queremos repartir igualmente?

- a) Adição
- b) Subtração
- c) Multiplicação
- d) Divisão

Gabarito: d

41. A multiplicação é uma:

- a) Adição de parcelas iguais
- b) Subtração repetida
- c) Divisão de partes
- d) Soma de frações

Gabarito: a

42. A unidade padrão de capacidade é:

- a) m^3
- b) kg
- c) L
- d) g

Gabarito: c

43. Um gráfico de pizza representa:

- a) Evolução temporal
- b) Comparações absolutas
- c) Partes de um todo
- d) Relações espaciais

Gabarito: c

44. O símbolo de porcentagem é:



a) \$

b) #

c) &

d) %

Gabarito: d

45. 20% de 150 é:

a) 20

b) 30

c) 35

d) 40

Gabarito: b

46. A equação do 1º grau sempre tem expoente:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

Gabarito: b

47. O Teorema de Tales trata de:

a) Cálculo de área

b) Medidas angulares

c) Segmentos proporcionais

d) Somas e produtos

Gabarito: c

48. A equação $x + 2 = x + 2$ tem quantas soluções?

a) Nenhuma

b) Uma

c) Infinitas

d) Duas

Gabarito: c



49. Converter $28,3 \text{ m}^3$ em dm^3 resulta em:

- a) 28.300
- b) 2.830
- c) 283
- d) 28,3

Gabarito: a

50. A soma dos ângulos internos de um triângulo é:

- a) 90°
- b) 120°
- c) 180°
- d) 360°

Gabarito





OBRIGADO!
CONTINUE ESTUDANDO.