

# Topografia X Cartografia

---

A topografia bem como a cartografia tem como objetivo a representação gráfica da superfície física da terra. Entretanto, existem diferenças nas suas respectivas projeções, as quais devem ser entendidas pelos profissionais que usam os produtos gerados por essas disciplinas. As representações gráficas oriundas da topografia e cartografia se destinam ao entendimento ou o conhecimento de uma determinada área a partir de sua representação gráfica. Assim, engenheiros e arquitetos, ao fazerem uso dessas representações estarão promovendo o “conhecer” sobre a área, sem a necessidade efetiva de visitá-la in loco.

De um modo geral, os sistemas projetivos, necessitam de elementos básicos para a sua criação. Assim, pode-se definir as suas componentes básicas como: superfície de referência, ponto objeto, superfície de projeção, projetante e projeção.

A superfície de referência corresponde ao espaço geográfico ou a superfície física da terra, onde se encontram todos os objetos (feições) de interesse imediato da engenharia e arquitetura. Ali estão os postes, árvores, lagos, rios, redes de água, vias, etc.

O ponto objeto corresponde a uma posição específica sobre a superfície de referência e normalmente está associado aos objetos que se deseja projetar. Por exemplo, o pé de um poste ou de uma placa de sinalização, bem como a quina de um muro ou de uma edificação, todos poderiam ser tratados como pontos objetos.

Superfície de projeção corresponde a uma superfície sobre a qual deverão ser projetadas todas as feições existentes na superfície de referência. As superfícies de projeção normalmente correspondem a superfícies que promovem uma simplificação do espaço geográfico. O espaço geográfico se apresenta de forma muito complexa, não permitindo que se possa representá-la por meio de modelos matemáticos apropriados. Assim, as superfícies de projeção correspondem a uma superfície matematicamente desenvolvível, o que, por sua vez, simplifica a realidade existente. Assim, quando a topografia, por exemplo, idealiza a terra como sendo plana e efetua a projeção do espaço geográfico sobre esse plano, está simplificando a realidade.

Projetante corresponde a uma linha imaginária que promove o transporte do ponto objeto a partir de sua posição sobre a superfície de referência até a superfície de projeção. De fato, é a intersecção da projetante com a superfície de projeção o objeto principal dos sistemas projetivos.

Projeção corresponde ao elemento principal dos sistemas projetivos e é obtido por meio da intersecção da projetante com a superfície de projeção. Os produtos oriundos dos sistemas projetivos correspondem ao conjunto de projeções, que devidamente conectados por meio de linhas sobre a superfície de projeção ou por intermédio de simbologias pré-definidas, representam graficamente as feições do espaço geográfico. Nesse contexto, serão criados os **mapas, cartas e plantas**, elementos indispensáveis aos estudos em engenharias e arquitetura.

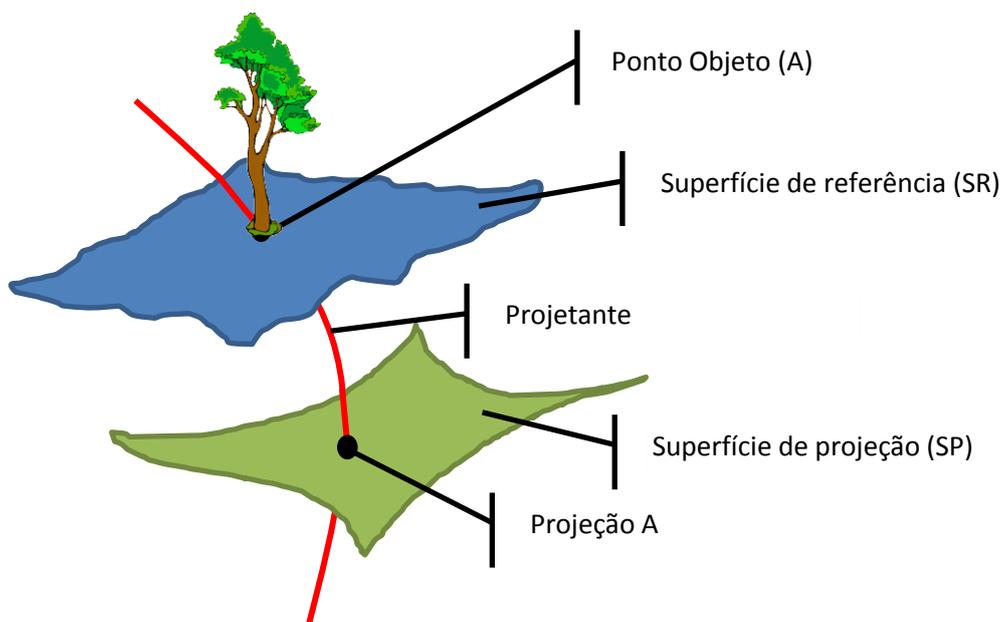


Figura 1: Elementos de um sistema projetivo

Elemento	Característica
<b>Superfície de referência</b>	Espaço geográfico ou superfície física da terra. Em particular, nas projeções cartográficas, o elipsóide de revolução bem como a esfera poderão assumir o papel de superfícies de referências.
<b>Projetante</b>	Curvas ou retas, sendo estas ortogonais ou oblíquas à SP. A origem das projetantes pode ser em pontos impróprios (localizados no infinito), em locais definidos a priori pelo estabelecimento de condições geométricas bem definidas (ex. centro de massa da terra) ou em posições estabelecidas por condições matemáticas pré-definidas. A projetante é a responsável pela obtenção da projeção. Nesse aspecto, associasse um conceito de transformação da SR para a SP, a qual, poderá ser de natureza, estritamente geométrica, semi-geométrica ou matemática.
<b>Superfície de projeção</b>	Poderá ser um plano ou a superfície de um sólido de revolução ou até mesmo uma superfície qualquer, definida por modelos matemáticos apropriados (Ex. superfícies quadráticas). As superfícies de projeção mais utilizadas são: plano, cilindro, cone, esfera, elipsóide e geoide.

Assim, observando os elementos envolvidos no sistema projetivo utilizado tanto na topografia como na cartografia, pode-se estabelecer características que diferenciam um sistema do outro. Nesse ponto específico, vale ressaltar, que o conceito de topografia aplicado aqui corresponde ao conceito clássico, isto é, representação gráfica de uma porção limitada da superfície física da terra, sem levar em consideração a sua curvatura (SPARTEL, 1960). Nas atividades técnicas relacionadas à arquitetura e às engenharias de agrimensura, civil, agrônoma, florestal e ambiental, por exemplo, tem-se empregado, constantemente, o termo topográfico como o equivalente ao cartográfico. É comum, por exemplo, solicitar o levantamento topográfico da área de interesse para os estudos relacionados a essas profissões. Contudo, deve-se ressaltar que a representação topográfica é distinta da

cartográfica, sendo que a segunda representação é a mais utilizada e adquirida pelos profissionais dessas áreas. Assim, quando adquirimos serviços topográficos na verdade estamos adquirindo serviços cartográficos.

## Sistema projetivo empregado na topografia

A topografia clássica efetua a projeção do espaço geográfico (SR) sobre uma superfície plana. Assim, tem-se como superfície de projeção um plano denominado de plano topográfico (PT). O PT pode estar localizado acima, abaixo ou tangenciado a superfície de referência (SR). O plano topográfico (PT) pode ser utilizado também como referência para determinar as alturas dos objetos projetados, utilizando o princípio do método de pontos cotados para representar as diferentes alturas que os objetos se encontram sob a SR, bem como acima e abaixo desta.

As projetantes empregadas na topografia são retas que possuem origem imprópria, isto é, sua origem está no infinito. Ao interceptarem a superfície de projeção, as projetantes formam com esta um ângulo de  $90^\circ$ . Assim, todas as projetantes empregadas na topografia são paralelas, o que caracteriza o sistema projetivo denominado de cilíndrico ortogonal, empregado nas projeções de engenharia e arquitetura. Para representar as diferenças em altura entre os pontos objetos, a topografia faz uso do método do ponto cotado, onde se atribui à projeção um valor numérico referente à cota ou altitude do objeto.

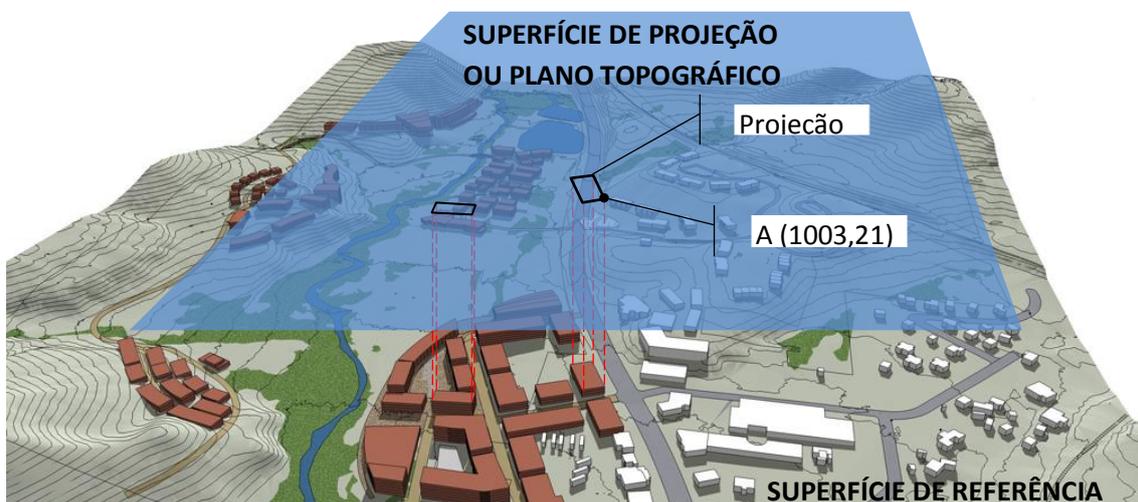


Figura 2: Plano topográfico

Como a superfície de referência apresenta curvatura e utilizamos um plano para representá-la, evidentemente que existirá um ponto na área de projeção, onde se pode construir radiais sobre as quais analisamos os efeitos projetivos. Em outras palavras, definimos uma calota na SR tendo como ponto central o ponto médio da área de interesse (ver Figura 3).

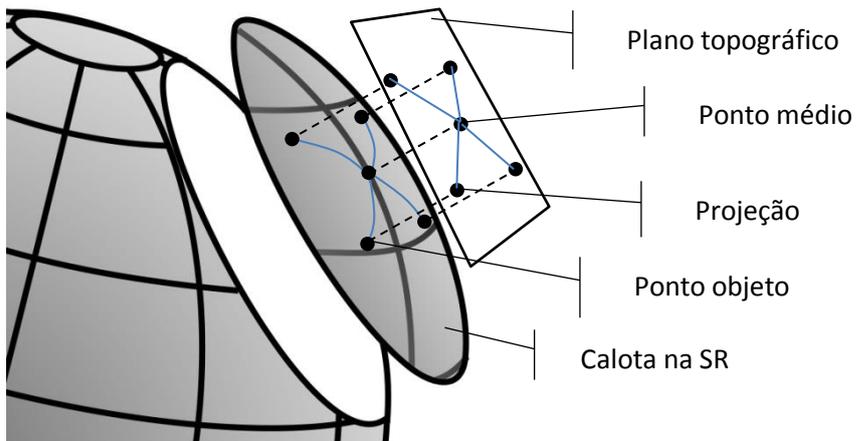


Figura 3: Projeção da calota sobre o plano topográfico.

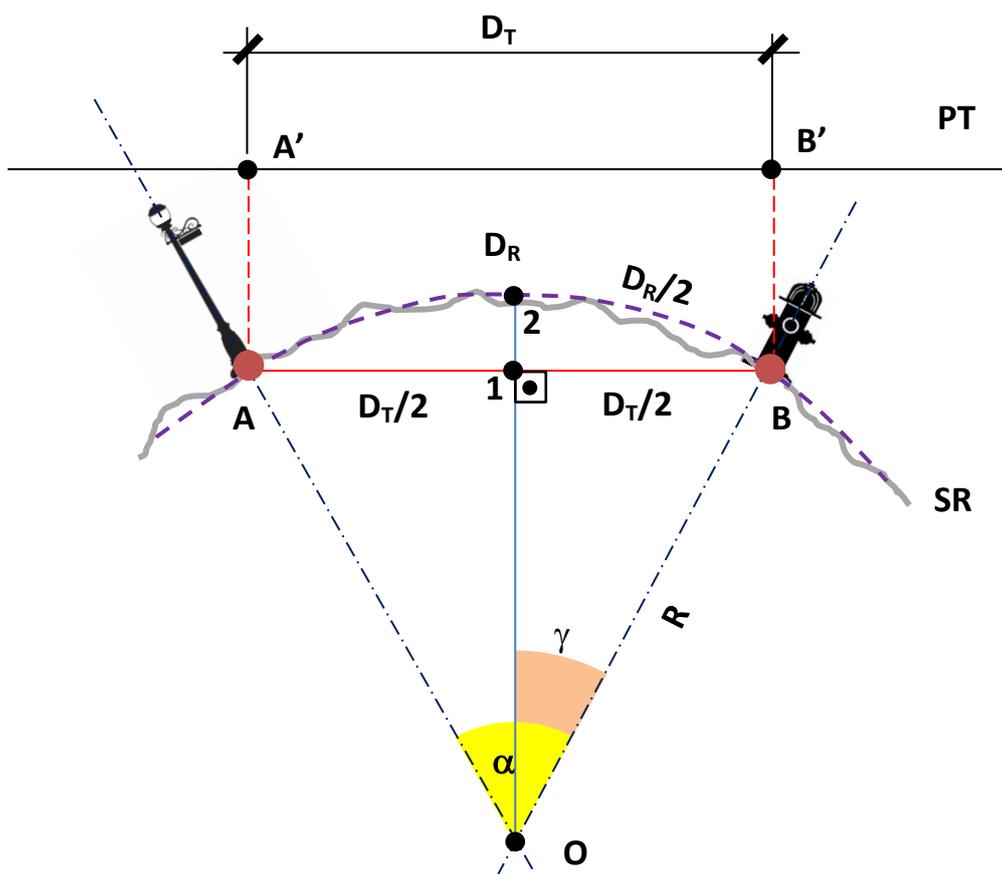


Figura 4: Elementos para o cálculo do erro planimétrico.

Na figura anterior temos:

1.  $D_R$ : Distância real equivalente ao arco AB com ângulo central igual a  $\alpha$  e raio R;
2.  $D_T$ : Distância topográfica equivalente à projeção do arco AB sobre o PT;

3.  $D_R$  equivale ao dobro do arco 2B com ângulo central igual a  $\gamma$  e raio R. O ângulo  $\alpha$  corresponde ao dobro de  $\gamma$ , ou seja:  $\alpha = 2 \times \gamma$ .

O comprimento do arco 2B corresponde a:

$$\frac{D_R}{2} = \gamma \times R \rightarrow D_R = 2 \times \gamma \times R \text{ ou } \gamma = \frac{D_R}{2 \times R} \quad (1)$$

Do triângulo retângulo O1B temos:

$$\frac{D_T}{2} = \text{sen}(\gamma) \times R \rightarrow D_T = 2 \times \text{sen}(\gamma) \times R \quad (2)$$

O cálculo da função seno, com os ângulos em radianos, pode ser obtido em função da série de McLaurin tal como:

$$\text{sen}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2 \times i + 1)!} \times x^{(2 \times i + 1)} = \frac{x^1}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \varepsilon \quad (3)$$

Trabalhando apenas com os dois primeiros termos da série, uma vez que o ângulo  $\gamma$  é pequeno, temos:

$$\text{sen}(\gamma) = \frac{\gamma}{1} - \frac{\gamma^3}{6} \quad (4)$$

Aplicando (4) em (2) temos:

$$D_T = 2 \times R \times \left( \frac{\gamma}{1} - \frac{\gamma^3}{6} \right) \rightarrow D_T = 2 \times R \times \gamma - \frac{2 \times R \times \gamma^3}{6} \quad (5)$$

Para calcular o erro ( $\varepsilon_{PLAN}$ ) entre a representação topográfica ( $D_T$ ) e a distância real ( $D_R$ ), efetua-se a diferença entre (1) e (5), ou seja:

$$\varepsilon_{PLAN} = |D_R - D_T| = 2 \times \gamma \times R - \left( 2 \times R \times \gamma - \frac{2 \times R \times \gamma^3}{6} \right) = \frac{2 \times R \times \gamma^3}{6} \quad (6)$$

Substituindo em (6) o valor de  $\gamma$  dado pela segunda equação em (1) temos:

$$|D_R - D_T| = \frac{2 \times R \times \gamma^3}{6} = \frac{2 \times R \times \left( \frac{D_R}{2 \times R} \right)^3}{6} = \frac{2 \times R \times \left( \frac{D_R^3}{8 \times R^3} \right)}{6} = \frac{D_R^3}{24 \times R^2} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{PLAN} = \frac{D_R^3}{24 \times R^2} \quad (8)$$

O desenvolvimento efetuado anteriormente poderia ser feito de outra forma, com base na figura abaixo.

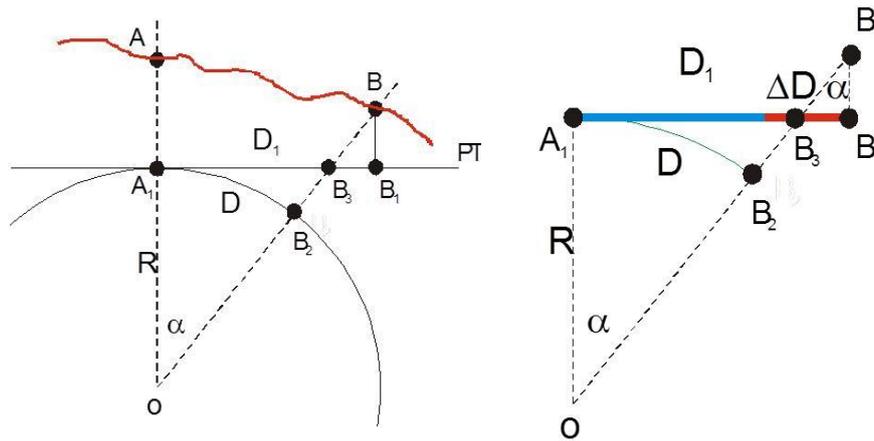


Figura 4: Elementos para o cálculo do erro planimétrico.

Fonte: Spartel (1960)

O erro planimétrico ( $\Delta D$ ), segmento vermelho na figura anterior, é a diferença entre a distância  $A_1B_1$  ( $D_1$  – Distância topográfica) e o comprimento do arco  $A_1B_2$  ( $D$  – Distância Real), segmento azul retificado sobre o plano topográfico, ou seja,  $\Delta D = D_1 - D$ . Efetuando as devidas considerações temos:

- ✓ Admitindo-se que  $\alpha$  é muito pequeno e que o planto topográfico (PT) possa ser passado mais próximo à superfície física da terra, o segmento  $\overline{B_3B_1}$  pode ser negligenciado. Assim,  $D_1$  se reduz a  $\overline{A_1B_3}$ , o que nos dá  $D_1 = R \times \tan \alpha$ ;
- ✓ O segmento  $D$  pode ser obtido por:  $D = R \times \alpha$ ;
- ✓ O erro  $\Delta D$  pode ser escrito como:

$$\Delta D = R \cdot \tan \alpha - R \cdot \alpha \quad (9)$$

- ✓ Como  $\alpha$  é muito pequeno, a função tangente pode ser desenvolvida por uma série de potências, que limitada ao segundo termo corresponde a  $\text{tg}(\alpha) = (\alpha + \alpha^3/3)$ ;

Substituindo o cálculo da tangente na expressão (9) temos:

$$\Delta D = R \cdot \left( \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \right) - R \cdot \alpha = R \cdot \alpha + \frac{R \cdot \alpha^3}{3} - R \cdot \alpha = \frac{R \cdot \alpha^3}{3} \quad (10)$$

- ✓ Como  $\alpha = D/R$ , temos

$$\Delta D = \frac{D^3}{3 \cdot R^2} \quad (11)$$

A equação (11) pode ser encontrada em Spartel (1960) e um desenvolvimento similar em Tuler e Saraiva (2014) e Silva e Segantine (2015).

Como poderá ser observado existem duas formas clássicas para determinar o erro planimétrico da projeção topográfica. O primeiro cálculo é um pouco mais rigoroso do que o segundo. Entretanto, ambos podem ser utilizados para avaliar o erro da topografia clássica.

Quadro 1: Cálculo do erro entre a distância real  $D_R$  e a distância topográfica  $D_T$

Distância Real ( $D_R$ )	Distância Topográfica ( $D_T$ )	Diferença ( $\Delta D$ )	Erro relativo (1:X)
1.000,000	1.000,00	0,000	122.036.652
5.000,000	5.000,00	0,001	4.881.466
10.000,000	9.999,99	0,008	1.220.367
15.000,000	14.999,97	0,028	542.385
20.000,000	19.999,93	0,066	305.092
25.000,000	24.999,87	0,128	195.259
30.000,000	29.999,78	0,221	135.596
35.000,000	34.999,65	0,351	99.622
40.000,000	39.999,48	0,524	76.273
45.000,000	44.999,25	0,747	60.265
50.000,000	49.998,98	1,024	48.815
55.000,000	54.998,64	1,363	40.343
60.000,000	59.998,23	1,770	33.899
65.000,000	64.997,75	2,250	28.884
70.000,000	69.997,19	2,811	24.905
75.000,000	74.996,54	3,457	21.695
80.000,000	79.995,81	4,195	19.068

Obs: Utilizou-se o modelo dado pela equação (11).

A observação do quadro anterior permite estabelecer a seguinte afirmativa clássica da topografia: *“A topografia quando representa as feições terrestres sobre um plano topográfico o faz em verdadeira grandeza”*. O técnico que não está muito familiarizado com conceitos de projeções poderá tomá-la como verdade absoluta. Entretanto, deve-se ficar atento a essa afirmativa, pois as técnicas modernas de obtenção de dados de campo tais como equipamentos GNSS, podem colocar essa afirmativa em cheque. Por outro lado, efetuando uma análise mais criteriosa dos resultados apresentados na tabela, confrontando-os com as precisões obtidas por técnicas de rastreamento GNSS, pode-se dizer que abaixo de 10.000,0m, o erro cometido é inferior à precisão obtida por esses equipamentos. De fato, os levantamentos topográficos clássicos na maioria das vezes não ultrapassam o horizonte de 10 km, e nesses casos, podemos dizer que a topografia clássica representa os dados em verdadeira grandeza.

A NBR 13.133 traz um conceito de plano topográfico diferente do conceito clássico definido anteriormente. No caso específico da NBR-13133, a superfície de referência (SR) é uma esfera (aqui será chamada de esfera de suavização), cujo raio é obtido a partir da esfera de adaptação de Gauss aplicando-se um acréscimo definido pela altitude média do terreno (Hm), ou seja:  $R = R_m + H_m$ . Desta forma, determina-se um ponto central da área de estudo e passa-se por este um plano tangente à esfera de suavização do terreno. Os pontos da superfície física da terra são projetados sobre a esfera de suavização utilizando projetantes que partem do centro da

esfera. Após serem projetadas as feições sobre a esfera, obtêm-se os seus respectivos comprimentos e projetam-se estes sobre o PT.

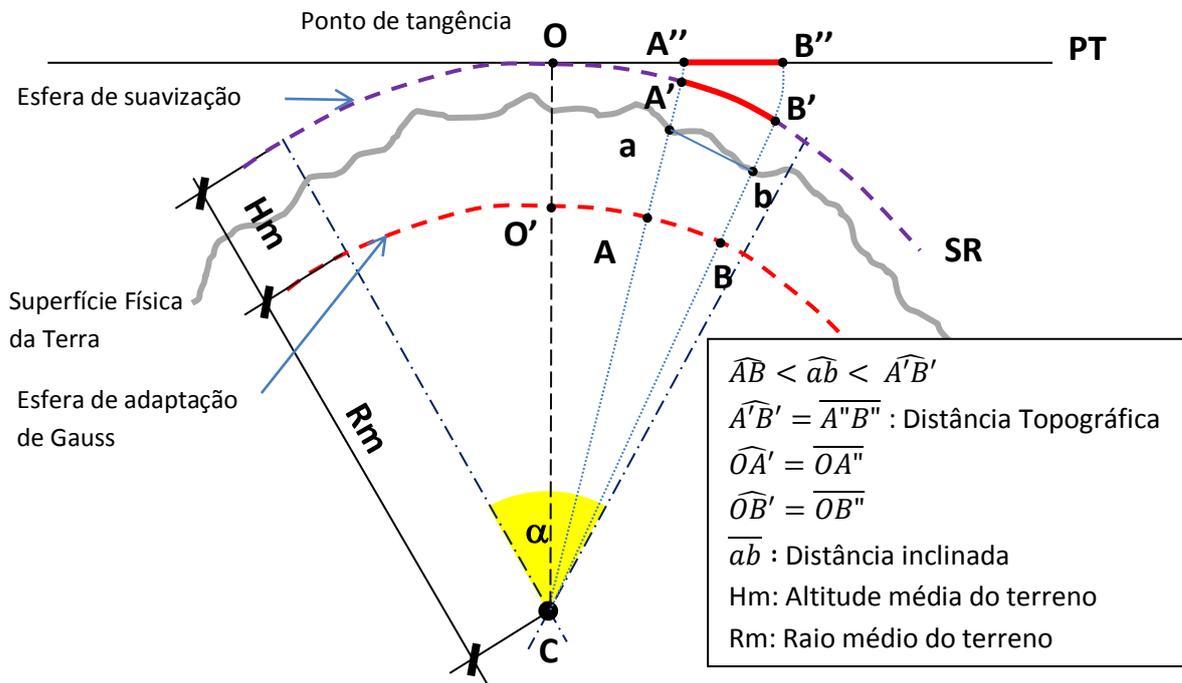


Figura 5: Plano topográfico segundo a NBR-13.133.

Na representação topográfica da figura 5 é possível encontrar um fator de escala que converte a distância horizontal ( $D_h$ ) obtida a partir da distância inclinada ( $D_i$ ) entre “a” e “b” em distância topográfica (arco  $A'B'$ ). Para tal, determina-se um fator de correção ( $\Delta D_h$ ) devido a diferença entre a altitude média ( $h$ ) do alinhamento “ab” e a altitude média ( $Hm$ ) da SR.

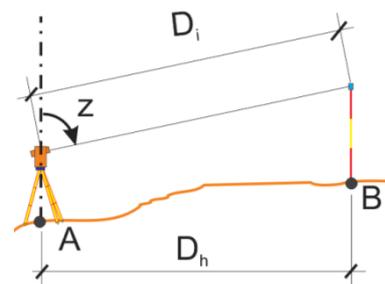
A distância horizontal  $D_h$  é obtida por:

$$D_h = \tan \hat{z} \times D_i \quad (12)$$

Onde:

- $\hat{z}$  : ângulo zenital;
- $D_i$ : Distância inclinada

Obs: As distâncias horizontais ( $D_h$ ) são obtidas em campo com equipamentos topográficos chamados de estações totais. Uma estação total possui um distanciômetro eletrônico que permite avaliar as distâncias eletronicamente, bem como um goniômetro eletrônico que permite avaliar os ângulos horizontais e verticais. O uso de teodolitos eletrônicos e da taqueometria, também é outra forma de obter  $D_h$ .



O fator de correção é obtido por (ABNT-NBR 13.133):

$$\Delta D_h = - \frac{h}{R_m + Hm} \times D_h \quad (13)$$

Onde:

- $\Delta D_h$  Correção a ser aplicada em D, sendo positiva se a sua altitude média for inferior à do nível de referência altimétrica do sistema e negativa em caso contrário.
- h Altura média da distância horizontal “D”, em relação ao nível de referência altimétrico do sistema, sendo positiva se acima deste e negativa em caso contrário.
- Hm Altitude do nível de referência altimétrico do sistema, positivo se acima do nível médio dos mares e negativo em caso contrário.
- $D_h$  Distância horizontal entre a e b

Distância topográfica:

$$D_T = D_h + \Delta D_h \quad (14)$$

A princípio parece que a representação topográfica clássica e aquela introduzida pela NBR 13.133 sejam iguais. Entretanto, existe uma diferença importante nos comprimentos projetados e no princípio projetivo empregado. Na primeira as projetantes são ortogonais à SP, enquanto que na outra as projetantes que levam o ponto da SR para o PT é uma curva. Na primeira a distância projetada é diferente da distância real. Já na outra, a distância real é inicialmente projetada sobre a esfera de suavização, que é a SR, e posteriormente, o mesmo é projetado em **verdadeira grandeza** sobre o plano topográfico. Evidentemente, que no segundo caso, a distância real também não é igual à distância topográfica. Conduto, comparando-se a distância topográfica do primeiro sistema com a do segundo sistema, nota-se que ambas não são iguais.

O sistema projetivo empregado na topografia clássica apresenta as seguintes características:

- A superfície de referência (SR) é a terra real ou o espaço geográfico, que por sua vez apresenta curvatura;
- A superfície de projeção (SP) é um plano e é normal à vertical do local do ponto tomado como origem do levantamento;
- As projetantes são ortogonais à (SP) e sua origem é indefinida.
- As projeções não se dão em verdadeira grandeza, existindo uma deformação nas medidas projetadas;
- Utiliza o princípio do ponto cotado para representar alturas relativas a uma superfície de referência definida, que normalmente é o próprio plano topográfico (PT);
- A extensão do plano topográfico (PT) é diretamente proporcional ao erro máximo admissível nos extremos do plano. Tradicionalmente o horizonte topográfico estende-se até 80 km de extensão total, onde se obtém um erro relativo de 1:15.000;
- O sistema de referência tradicional são os eixos X e Y, sendo que a orientação do eixo Y, não necessariamente, coincide com a direção norte, isto é, são sistemas

arbitrados. Nos trabalhos clássicos, a direção do norte coincidia com o norte magnético, sendo que estes eram obtidos com bussolas. Atualmente, com o advento dos equipamentos GNSS, orientações a partir do norte verdadeiro ou de quadrícula, podem ser obtidas facilmente;

- As distâncias inclinadas medidas em campo são reduzidas apenas ao horizonte do instrumento, convertendo-se em distâncias horizontais;
- O transporte altimétrico dos pontos sobre o plano topográfico é fortemente influenciado pela curvatura da terra.
- Para distâncias reais inferiores a 10.000m, as projeções topográficas se dão em verdadeira grandeza.

Os procedimentos operacionais empregados na topografia clássica para representações gráfica de uma porção limitada da superfície física da terra consistem na coleta e tratamento de dados lineares e angulares, os quais serão posteriormente convertidos em coordenadas planas X, Y e Altura, para geração dos desenhos topográficos. A topografia clássica utiliza-se do método de caminhamento associado com irradiação para coletar dados. Evidentemente, que a escolha de pontos de controle para amarrar as poligonais de levantamento, se faz necessário. Contudo, no caso específico da topografia clássica, esses pontos podem apresentar coordenadas plano-retangulares arbitradas, incluído aí o referencial altimétrico.

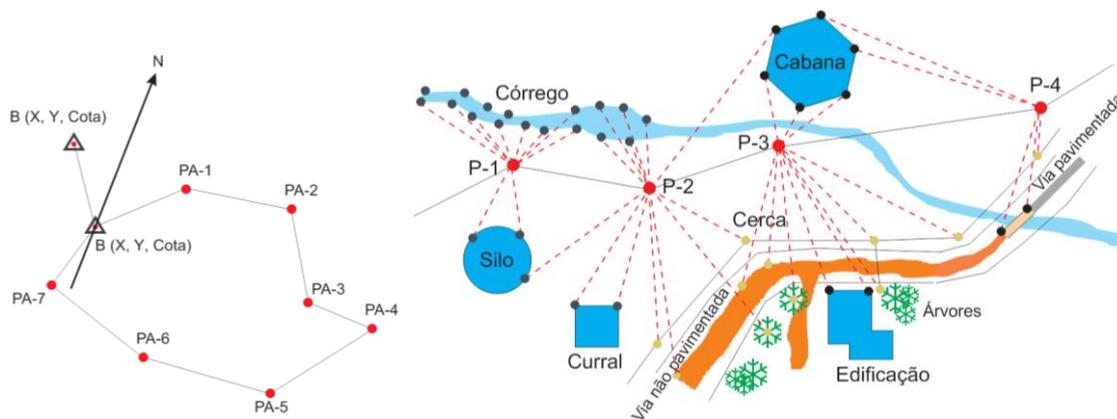


Figura 6: Poligonal de levantamento e método de irradiação.

O uso de equipamentos eletrônicos tais como estações totais e equipamentos GNSS, bem como o uso de computadores e softwares para tratamento de dados de campo tem aglutinado, cada vez mais, as disciplinas de topografia, cartografia e geodésia. De fato, se compararmos essas disciplinas dentro da atualidade dos procedimentos operacionais envolvidos, pode-se notar que elas compartilham os mesmos equipamentos, procedimentos operacionais e às vezes o mesmo software de tratamento e representação de dados. Essa aproximação é extremamente vantajosa para todos aqueles que trabalham com representação do espaço geográfico. Por outro lado, também, pode levar aos menos esclarecidos, dúvidas na hora de distinguir os produtos específicos de cada uma dessas disciplinas.

Pode-se, por exemplo, efetuar um levantamento topográfico, utilizando uma poligonal apoiada e fechada em uma só direção e um só vértice (Poligonal tipo 1 segundo a NBR 13.133),

cuja planimetria de amarração tenha sido obtida com equipamentos GNSS, e altimetria por transporte com nivelamento geométrico (Classe IIN da NBR 13.133). No processamento dos dados, pode-se escolher em qual sistema deseja-se trabalhar, ou seja, o operador poderá selecionar o *modus operandi*, se tratamento cartográfico, topográfico clássico ou topográfico segundo a NBR 13133.

Outro exemplo para esclarecer a temática apresentada está relacionado aos projetos básicos de engenharia de infraestrutura urbana ou rural. A aquisição de dados do espaço geográfico se dá por meio da topografia da região de estudo. Entretanto, de fato, os engenheiros e arquitetos compram produtos de cartografia. Dessa forma, os projetistas ao receberem os produtos cartográficos, na grande maioria das vezes em meio digital, passam a tratá-los como produtos topográficos clássicos, ou seja, passam a projetar suas estruturas com medidas lineares reais. Esquece-se que o mundo cartográfico é distinto do mundo real, que entre eles existe um fator de escala variado, que depende da posição espacial dos objetos bem como da altimetria média do seu entorno. E finalmente, para que os mesmos possam executar seus projetos de forma correta, faz-se necessário converter um mundo no outro. Normalmente a seguinte transformação é necessária: Cartografia → Topografia (Concebe-se o Projeto) → Cartografia.

Assim, ante as possibilidades apresentadas, fica a seguinte pergunta: Como identificar os diferentes tipos de produtos? A resposta está exatamente na análise do sistema projetivo empregado. Sendo esta atividade não tão trivial para aqueles que não conhecem as características desses sistemas.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SPARTEL, Lelis. **Curso de topografia**. 9 ed. Rio de Janeiro: Globo. 1987.

SILVA, Irineu da Silva; SEGANTINE, Paulo Cesar Lima. **Topografia para engenharia: teoria e prática de geomática**. Rio de Janeiro: Elsevier. 2015.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Execução de levantamento topográfico - NBR 13133**. Rio de Janeiro. 1994.

TULLER, Marcelo e SARAIVA, Sérgio. **Fundamentos de topografia**. Porto Alegre: Bookman. 2014

.