



# TÉCNICO EM **AGRIMENSURA**

## **Módulo I**

**Topografia I**



Quadra 101, Conjunto 2, Lote 01, Sobreloja  
Recanto das Emas, Brasília/DF

61 **3082.1060**  
[ineprotec.com.br](http://ineprotec.com.br)



# Topografia I

## Ficha Técnica

**Tutor Responsável** - Antonio de Pádua

**Capa / Diagramação** - Gabriel Araújo Galvão

**Elaboração** - Carolina Collischonn, Cesar Rogério Cabral, Evelin Moreira Gonçalves,  
Ivandro Klein, Markus Hasenack, Rovane Marcos de França

# Índice

Introdução à Ciência Topográfica .....	05
Instrumentos Topográficos .....	09
Teoria dos Erros .....	12
Medição Linear .....	18
Medição Angular Horizontal .....	33
Sistemas de Unidades de Superfície .....	59
Coordenadas no Plano Topográfico .....	61
Levantamento de Detalhes .....	70
Medidores Eletrônicos de Distâncias .....	76
Implantação de Poligonal .....	91
Estação Livre .....	141
Bibliografia.....	151



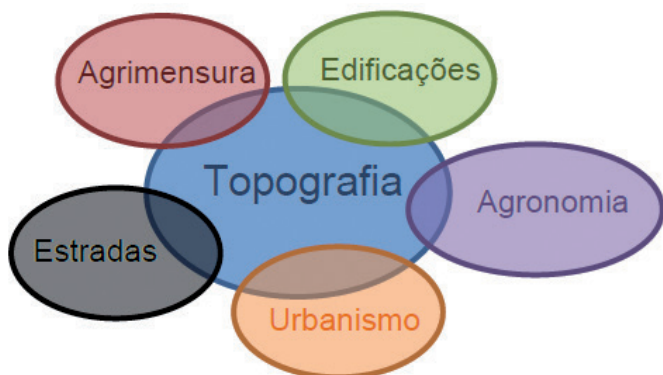
## 1. Introdução à Ciência Topográfica

### 1.1 CONCEITOS

#### 1.1.1 TOPOGRAFIA

A palavra Topografia teve origem do idioma grego em que Topo=lugar e grafia=descrição, ou seja, topografia é a descrição de um lugar. A Topografia é uma ciência que estuda o conjunto de procedimentos para determinar as posições relativas dos pontos sobre a superfície da terra e abaixo da mesma, mediante a combinação das medidas segundo os três elementos do espaço: distância, elevação e direção.

A Topografia explica os procedimentos e operações do trabalho de campo, os métodos de cálculo, o processamento de dados e a representação do terreno em um plano chamado de desenho topográfico em escala. Ela é utilizada em várias áreas de aplicação sendo para execução de levantamentos topográficos bem como implantação de obras. A imagem a seguir, ilustra o conjunto topografia com algumas áreas de aplicação que tem relação com ela.



#### 1.1.2 GEODÉSIA

O termo Geodésia, em grego Geo = terra, désia = 'divisões' ou 'eu divido', foi usado, pela primeira vez, por Aristóteles (384-322 a.C.), e pode significar tanto 'divisões (geográficas) da terra' como também o ato de 'dividir a terra' (por exemplo entre proprietários). A Geodésia é uma Engenharia e, ao mesmo tempo, um ramo das Geociências. Ela trata, global e parcialmente, do levantamento e da representação da forma e da superfície da terra com as suas feições naturais e artificiais. A Geodésia é a ciência da medição e representação da superfície da Terra.. Helmert 1880)

Na visão de Torge (1991), a Geodésia pode ser dividida em três grupos: Geodésia Global, Geodésia Local e Levantamentos Topográficos. A Geodésia Global é res-

ponsável pela determinação da figura da Terra e do seu campo gravitacional externo. A Geodésia local estabelece as bases para determinação da superfície e campo gravitacional de uma região da terra, um país, por exemplo. Neste caso implanta-se um grande número de pontos de controle formando as redes geodésicas e gravimétricas que servirão de base para os levantamentos no plano topográfico. Os levantamentos topográficos são responsáveis pelo detalhamento do terreno inclusive cadastro e levantamentos para engenharia. Alguns autores classificam a Topografia como Geodésia Inferior.

#### 1.1.3 GEOMÁTICA

Geomática, conforme a definição nos Referenciais Curriculares Nacionais(2000) , consiste em um campo de atividades que, usando uma abordagem sistemática, integra todos os meios utilizados para a aquisição e gerenciamento de dados espaciais necessários como parte de operações científicas, administrativas, legais e técnicas envolvidas no processo de produção e gerenciamento de informações espaciais.

#### 1.1.4 AGRIMENSURA

Agrimensura é a área que trata da medição, demarcação e divisão legal da propriedade, usando métodos topográficos e geodésicos de acordo com as prescrições legais, normas técnicas e administrativas em vigor.

#### 1.1.5 GEOMENSURA

Geomensura é a área da atuação que trata das questões legais das propriedades territoriais. Possui amplos conhecimentos jurídicos e das técnicas de medições (Geodésia), além dos conhecimentos técnicos, sociais e de informática. Possui uma ligação muito grande com levantamento e mapeamento, integrando elementos como topografia, cartografia, hidrografia, geodésia e agrimensura com as novas tecnologias. Atualmente o Técnico de Agrimensura possui todos os atributos de geomensura.

#### 1.1.6 PLANO TOPOGRÁFICO

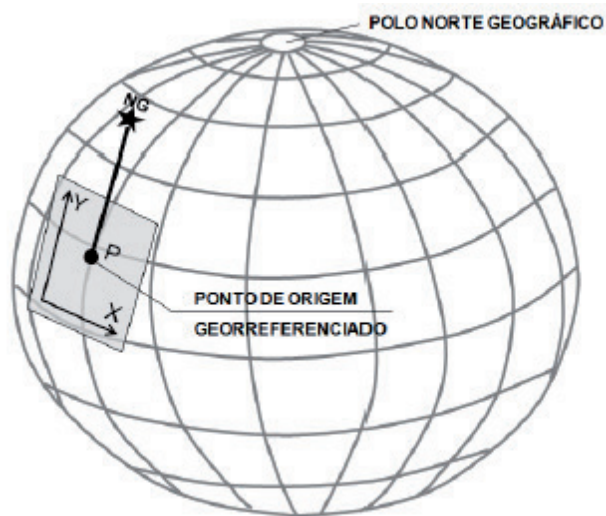
Plano topográfico; é um plano normal à vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento, sendo seu referencial altimétrico referido ao datum vertical brasileiro.

O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem, de maneira que o erro relativo, decorrente da desconsideração da curvatura terrestre, não ultrapasse 1/35000 nesta dimensão

e 1/15000 nas imediações da extremidade desta dimensão.

A localização planimétrica dos pontos, medidos no terreno e projetados no plano de projeção, se dá por intermédio de um sistema de coordenadas cartesianas, cuja origem coincide com a do levantamento topográfico.

O eixo das ordenadas é a referência azimutal, que, dependendo das peculiaridades do levantamento, pode estar orientado para o norte geográfico, para o norte magnético ou para uma direção notável do terreno, julgada importante. (NBR 13133/1994)



### 1.1.7 PONTO TOPOGRÁFICO

Ponto Topográfico é uma posição de destaque, estrategicamente situado na superfície terrestre.

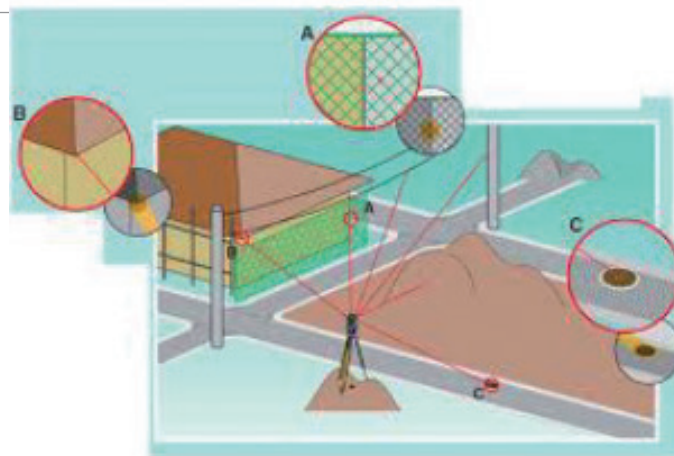
a) *Pontos cotados*: pontos que, nas suas representações gráficas, se apresentam acompanhados de sua altura.

b) *Pontos de apoio*: pontos, convenientemente distribuídos, que amarram o terreno ao levantamento topográfico e, por isso, devem ser materializados por estacas, piquetes, marcos (concreto, aço, pedra ou sintético), pinos de metal ou tinta, dependendo da sua importância e permanência.

c) *Pontos de detalhe*: Pontos importantes dos acidentes naturais e/ou artificiais, definidores da forma do detalhe e/ou do relevo, indispensáveis à sua representação gráfica. (NBR 13133)



Ponto de apoio (marco)



Pontos de detalhe

### 1.1.8 ALINHAMENTO TOPOGRÁFICO

É uma reta definida por dois pontos topográficos. Serve de referência para o levantamento dos detalhes da superfície, orientação para demarcação de novos pontos em campo, definição de limites de uma propriedade, entre outros.

### 1.2 ÁREA DE ATUAÇÃO

Os Técnicos em Agrimensura poderão atuar em empresas públicas ou privadas e como profissionais liberais nas mais diversas áreas, tais como: projetos e locação de estradas, construção de obras de engenharia, levantamento topográfico, cadastramento, reflorestamento, construção de barragens, açudes, hidrovias e irrigação, telefonia, eletrificação e abastecimento de água, mineração e prospecção mineral, cartografia, aerolevantamentos e sensoriamento remoto, controle, fiscalização e preservação do meio ambiente.

O Técnico em Agrimensura possui habilitação para executar os seguintes serviços técnicos:

- a) *Levantamentos Topográficos*;
- b) *Levantamentos Geodésicos*;
- c) *Foto-interpretação*;
- d) *Projetos de Loteamentos* (levantamento e locação);
- e) *Desmembramentos*;
- f) *Locações de Obras*;
- g) *Cadastro Técnico*;
- h) *Georreferenciamento*.

### 1.3 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

O levantamento topográfico compreende o conjunto de atividades dirigidas para as medições e observações que se destinam a representação do terreno em um plano ou desenho topográfico em escala.

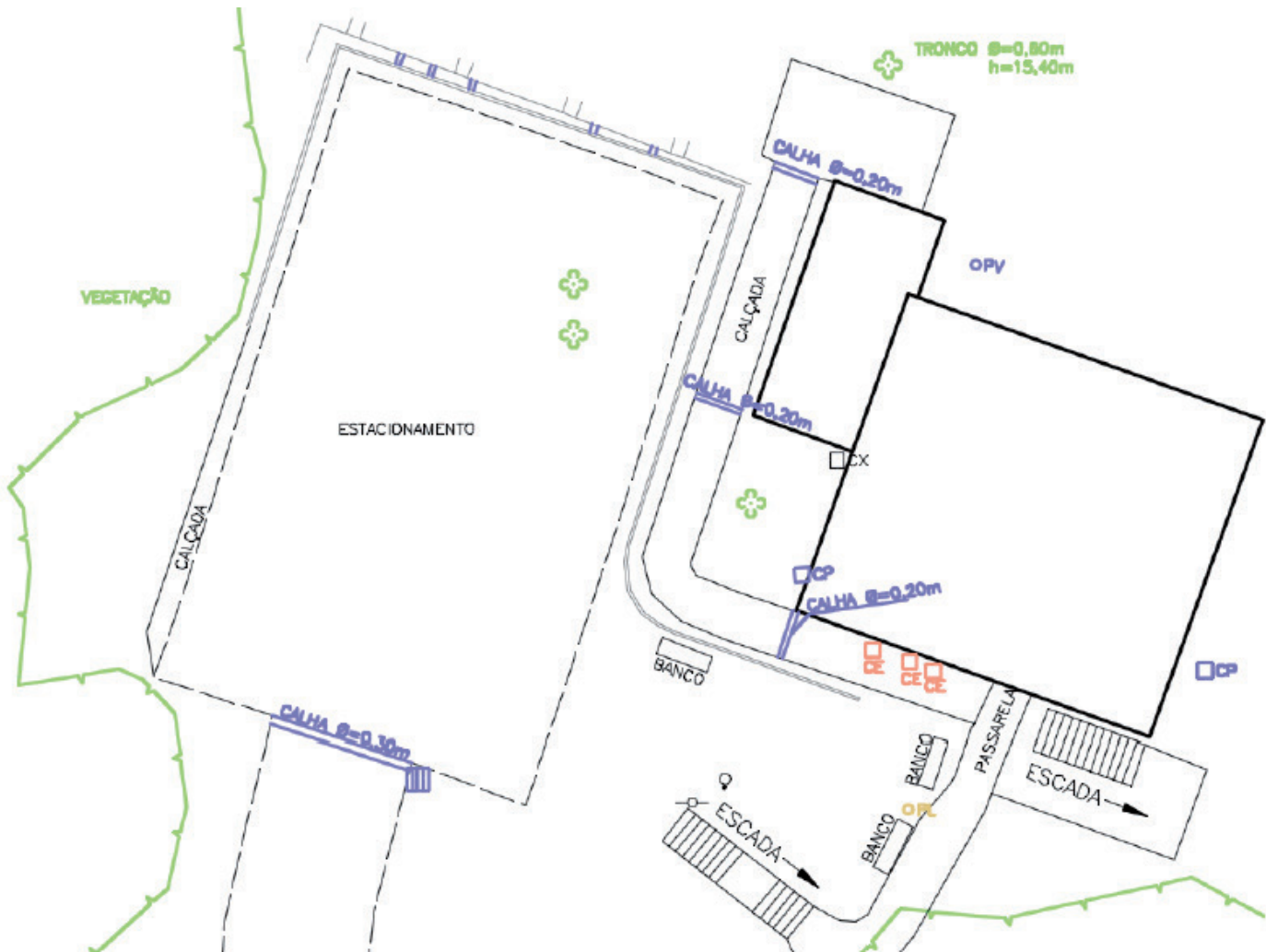
Podem ser executados para fins:

- a) *de controle*: fornecem arcabouço de pontos diversos com coordenadas e altitudes, destinadas à utilização em outros levantamentos de ordem inferior;
- b) *cadastrais*: destinado ao levantamento, detalhamento e avaliação de áreas rurais ou urbanas, enfatizando a quantificação da ocupação humana e suas intervenções;
- c) *de engenharia*: empregado na locação, instalação e construção de obras civis de engenharia e serviço de parcelamento de imóveis etc;
- d) *topográficos*: destinados ao levantamento da superfície topográfica, seus acidentes naturais, culturais e a configuração do terreno.

## 1.4 TIPOS DE LEVANTAMENTOS TOPOGRÁFICOS

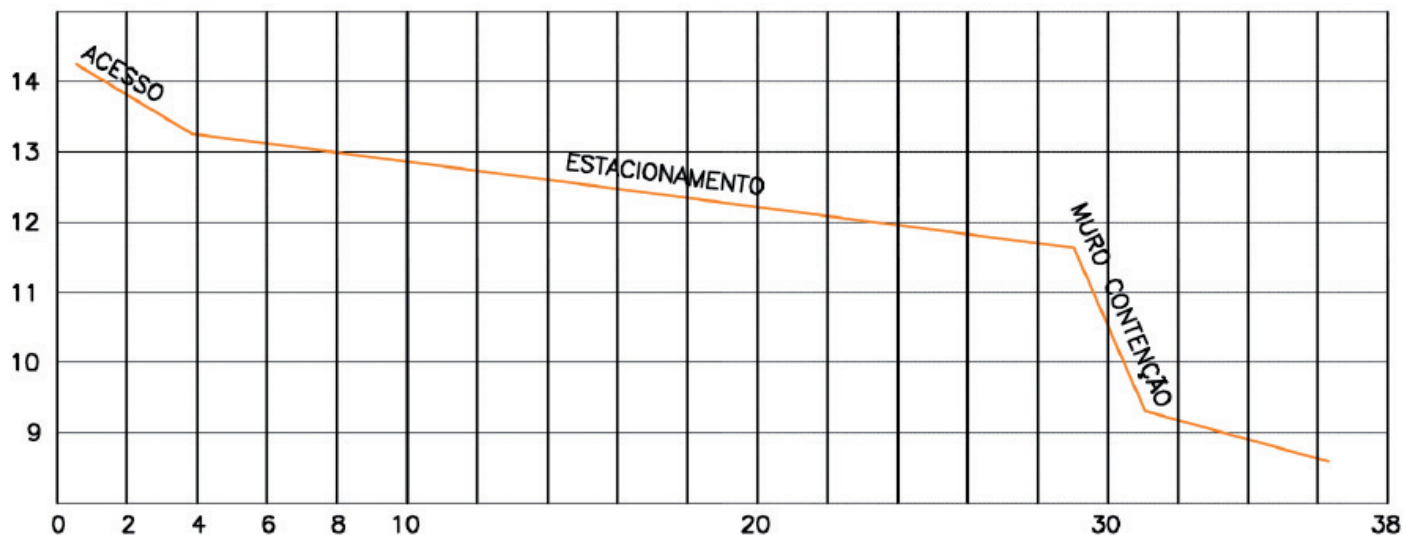
### 1.4.1 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO PLANIMÉTRICO

Levantamento de detalhes sobre a superfície topográfica, onde o interesse é somente sua posição horizontal, não importando os desníveis existentes. Os detalhes que serão apresentados, dependerão da finalidade do levantamento topográfico.



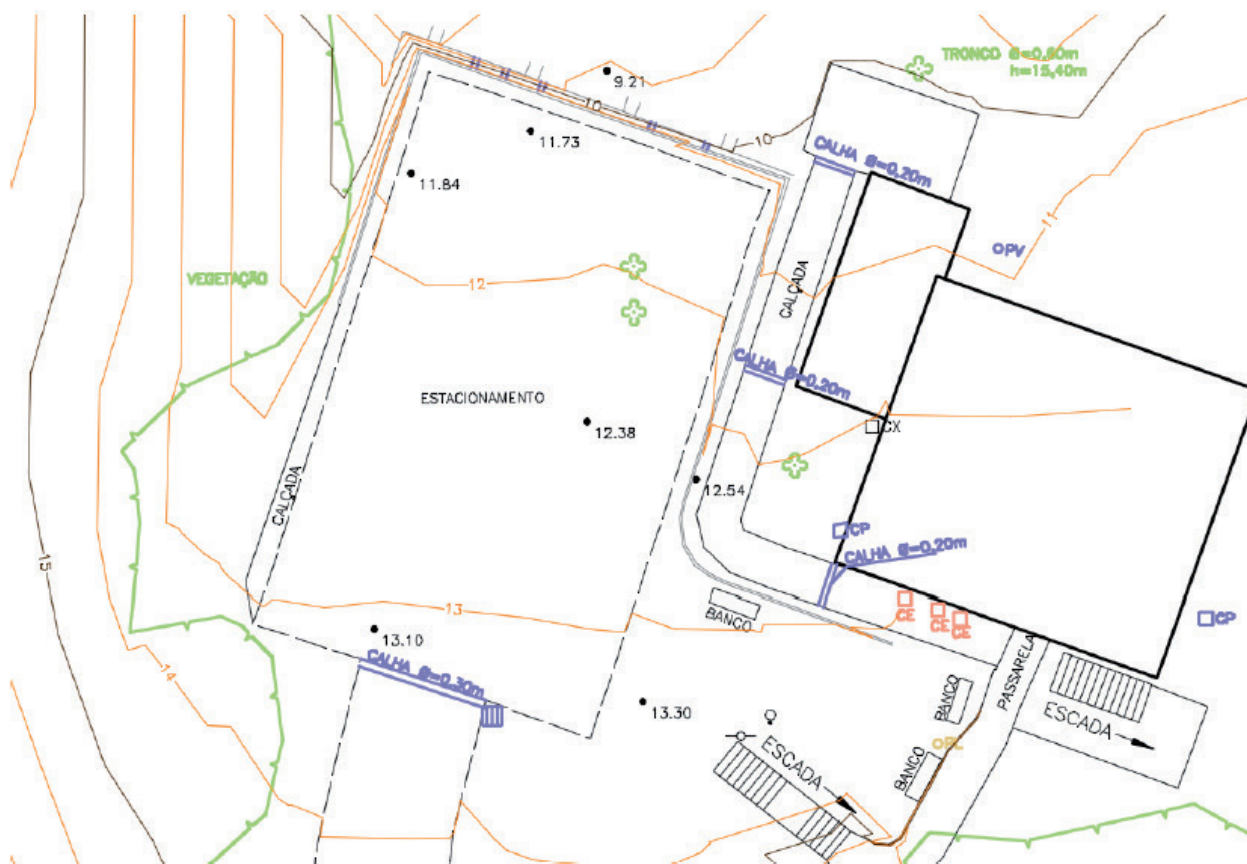
### 1.4.2 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO ALTIMÉTRICO

Levantamento que objetiva, exclusivamente, a determinação das alturas relativas a uma superfície de referência, dos pontos de apoio e/ou dos pontos de detalhes. Não importa a posição planimétrica dos pontos na superfície.



### 1.4.3 LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO PLANIALTIMÉTRICO

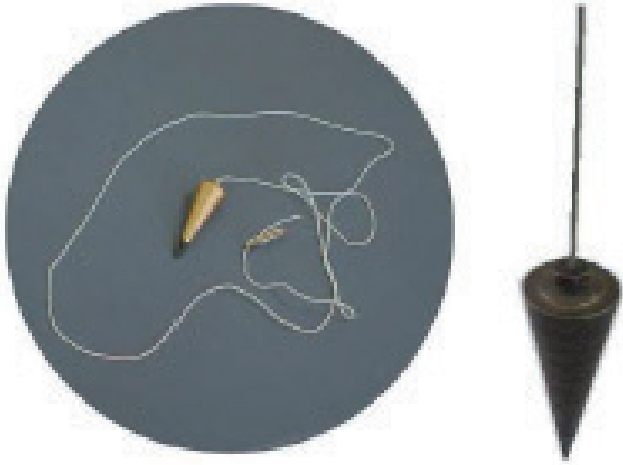
Levantamento topográfico planimétrico acrescido da determinação altimétrica do relevo do terreno. O objetivo do levantamento planialtimétrico é que o usuário possa ter conhecimento da posição horizontal dos detalhes e interpretação do relevo de forma conjunta.



## 2. Instrumentos Topográficos

### 2.1 FIO DE PRUMO

Instrumento para detectar a vertical do lugar e elevar o ponto. Pode ser adaptado num prisma ortogonal ou num tripé.



### 2.2 BALIZA

Instrumento que serve para elevar o ponto topográfico com o objetivo de torna-lo visível.



### 2.3 NÍVEL DE CANTONEIRA

Instrumento utilizado para detectar a vertical de outro instrumento. Pode ser adaptado numa baliza ou numa mira.



### 2.4 TRENA

Podem ser de fibra de vidro, aço ou invar. As trenas de fibra de vidro não são recomendadas pelo fato das fibras de vidro quebrarem e não ser visível ao usuário. As de aço devem ser utilizadas com fator de correção de temperatura.



### 2.5 DINAMÔMETRO

É um aparelho que se destina à medição das tensões que são aplicadas aos diastímetros para assegurar que a tensão aplicada seja igual a tensão de calibração.



## 2.6 BÚSSOLA

Instrumento que se utiliza para a determinação do norte magnético, direções e ângulos horizontais.



## 2.7 TEODOLITO

Instrumento destinado a medir ângulos horizontais e verticais. Podem ser mecânicos ou eletrônicos (digitais).



## 2.8 ESTAÇÃO TOTAL

Teodolito e distanciômetro eletrônicos montados num único bloco e integrados eletronicamente, onde além de ângulos também medem distâncias.



## 2.9 TRIPÉ E BIPÉ

Utilizado para a sustentação de outros instrumentos como teodolitos, estações totais, níveis, bastão, baliza, etc. Bipé: Suporte para apoio da baliza ou do bastão.



## 2.10 BASTÃO

Instrumento que serve para elevar o ponto topográfico com o objetivo de torná-lo visível. Possui encaixe ou rosca para adaptação de antena GPS ou prisma.



## 2.11 PRISMA

Instrumento destinado à reflexão do sinal emitido por um distanciômetro ou uma estação total.



## 2.12 TERMÔMETRO

Instrumento usado para a medição da temperatura que se destina a correção dos valores obtidos no levantamento



## 2.13 BARÔMETRO

Instrumento usado para a medição da pressão atmosférica que se destina a correção dos valores obtidos no levantamento.



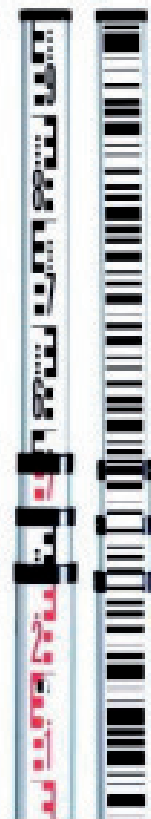
## 2.14 NÍVEL

Instrumento destinado a gerar um plano horizontal de referência para calcular os desníveis entre pontos. Podem ser automáticos ou digitais.



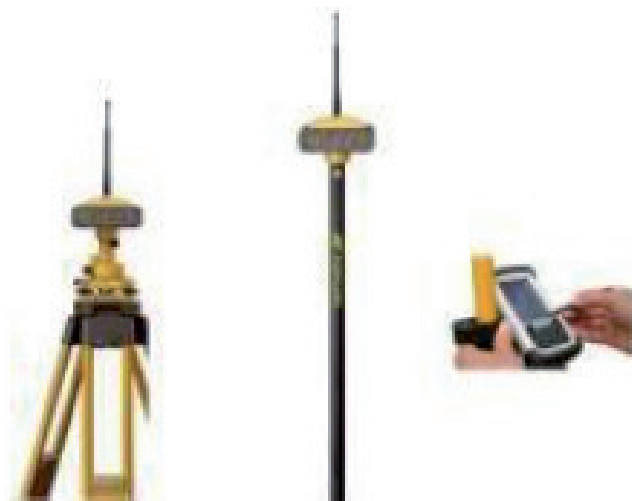
## 2.15 MIRA

Instrumento para medir a distância vertical de um ponto até o plano horizontal do nível. Para os níveis digitais, a mira deve ser com códigos de barras.



## 2.16 GNSS

instrumento destinado para medição de coordenadas geodésicas via satélite.



## 2.17 RÁDIO COMUNICADOR:

Instrumento para comunicação entre os operadores do levantamento.

### 3. Teoria dos Erros

Erro é a diferença entre o valor encontrado em relação ao valor correto (exato). Todas as medidas ou observações feitas, estão afetadas de erros de diferentes tipos. Assim é impossível determinar a verdadeira magnitude de uma distância ou de um ângulo medido. O valor exato fica somente na nossa imaginação. Não se pode obter mais que o valor provável. Segundo o postulado de Gauss:

“Para uma série de medidas ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) dignas de confiança, o valor mais provável da grandeza,  $x$  é a média aritmética simples de todas as grandezas medidas”, isto é:  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ ; onde  $x$  cada uma das medições;  $n$  o número de medições.

Exemplo:

Calcule a média das medições:

Leitura	1	2	3	4	5
Distância (m)	25,360	25,330	25,340	25,370	35,350

### 3.1 TIPOS DE ERROS

Os erros podem ser classificados em três tipos:

a) **Erros grosseiros:** Este erro é devido à inabilidade do medidor, sendo facilmente evitáveis através de treinamento e prática. Resultam de um descuido e pode ser evitado efetuando as medições com cuidado. Este tipo de erro é descoberto repetindo-se a medição, isto é, fazendo medições de controle.

b) **Erros sistemáticos:** Os erros sistemáticos atuam num só sentido e possuem ou sinal positivo, ou negativo. Erros sistemáticos são provocados por medidas não conformes (por exemplo, trena dilatada, baliza torta e prumo de cantoneira desretificado), pela ação unilateral da atmosfera sobre a linha de visada e por instrumentos desretificados ou mal calibrados. Estes erros devem ser corrigidos na medida do possível, tomando-os em conta nos cálculos, pelo conhecimento de sua magnitude determinada anteriormente, usando métodos de medição apropriados e aferindo cuidadosamente os instrumentos. Segundo o INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia,

Normalização e Qualidade Industrial):

- **Calibrar ou aferir** significa constatar os desvios de medidas e os valores reais corretos. Os instrumentos de medição não sofrem alteração alguma.

- **Ajustar ou Regular** significa interferir no equipamento de tal forma que os desvios de medição seja reduzidos ao mínimo possível, ou que as medidas não ultrapassem limites previamente estabelecidos.

c) **Erros aleatórios (ou acidentais):** O termo acidental não tem aqui conotação de acidente e sim imprevisibilidade. Os erros acidentais são as imprevisões inevitáveis que afetam cada medida. Estes erros são provocados pela imperfeição dos nossos sentidos, por irregularidades atmosféricas e por pequenos erros inevitáveis na construção dos instrumentos. Os erros acidentais atuam de maneira completamente irregular sobre os resultados das medições e se apresentam com sinal positivo e negativo. Somente estes erros irregulares e acidentais são considerados na compensação e no ajustamento através de estatística.

### 3.2 PRECISÃO E EXATIDÃO

Conforme a NBR 13133/1994, “Exatidão é o grau de aderência das observações em relação ao seu valor verdadeiro...” e “Precisão é o valor que expressa o grau de aderência das observações entre si.”

O grau de aderência é representado por um número estatístico denominado Desvio Padrão.

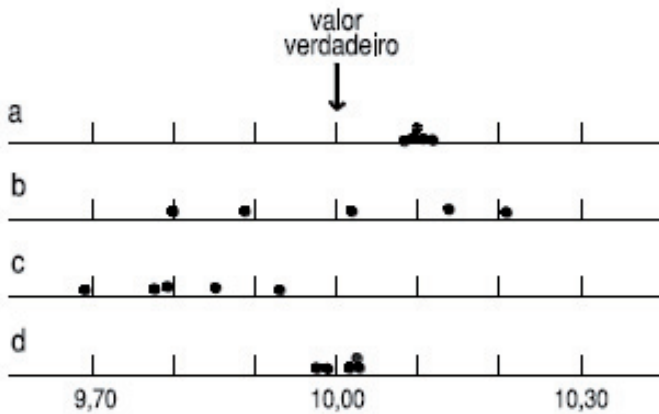
A exatidão também é conhecida como acurácia.

A figura a seguir representa quatro situações distintas de medições em uma base de calibração.

Em (a), temos muito boa aderência nas medições, erros acidentais muito pequenos, os pontos medidos encontram-se bem agrupados o que indica boa precisão. Porém, observa-se que apesar de apresentar boa precisão, o agrupamento está deslocado do valor verdadeiro, o que indica a presença de um erro sistemático. Portanto a medição tem precisão, mas não tem exatidão (acurácia).

Em (b) o resultado da medição é exato, pois a distribuição é uniforme em torno do valor verdadeiro. Nota-se que o resultado é pouco preciso por haver grande dispersão das medições entre si (fraco agrupamento). Uma possível causa é o uso de instrumento com precisão

baixa. Neste caso é sempre recomendável a verificação da dispersão com relação à tolerância.



Em (c), temos fraca precisão, pois os resultados não estão bem agrupados e nota-se que há a existência de erro sistemático. O resultado neste caso não é exato pelo fato de que as medidas não encontram-se distribuídas uniformemente em torno do valor verdadeiro. Esta medição não deve ser considerada. Deve-se retornar a campo e fazer uma análise dos instrumentos e dos procedimentos utilizados.

Em (d) a precisão é boa, boa aderência nas medições e o resultado é exato. Os valores estão bem distribuídos com relação ao valor verdadeiro. Erros acidentais pequenos e isenta de erros sistemáticos. É a melhor das medições.

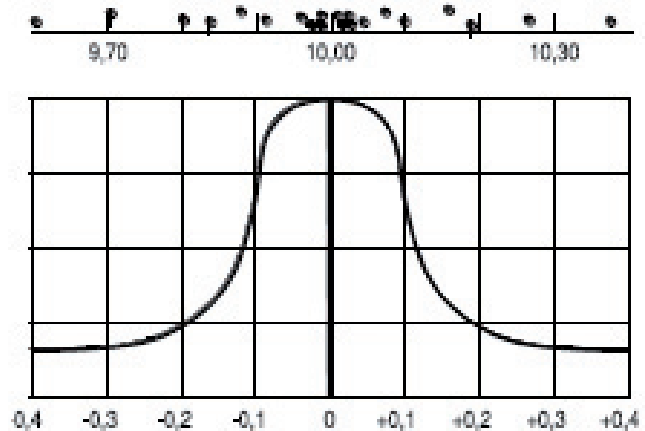
Quando isentos de erros sistemáticos, os valores medidos estão distribuídos aleatoriamente em torno do valor verdadeiro, isto é, todos os valores medidos se repartem ao redor, pouco mais ou menos do valor verdadeiro, tem exatamente os mesmos à esquerda e à direita. Eles sempre estão mais densos nas proximidades do valor verdadeiro e mais dispersos na medida em que se afastam deste.

Como a distribuição é aleatória, isto caracteriza um erro acidental (pequenos erros inevitáveis na medição). Estes são erros acidentais, não havendo portanto erro sistemático.

Observa-se que a precisão está associada ao agrupamento dos valores em relação ao valor médio. Percebe-se que em (d) os valores estão praticamente tão agrupados quanto em (a) e isto quer dizer que em (d) tem-se a mesma precisão que em (a), assim como (c) é mais preciso que (b). Como a exatidão é o agrupamento dos valores medidos em relação ao valor mais provável,

as medidas de (b) e (d) estão mais próximas do exato se comparadas com (a) e (c), pois estão mais agrupadas em relação ao valor verdadeiro. Observa-se também que em (b), mesmo existindo uma grande variação das medidas, elas se encontram em torno do valor verdadeiro. A média das medidas em (b) estará próxima do valor verdadeiro.

As propriedades dos erros acidentais são ressaltadas claramente na curva de erros, conhecida como Cur-



- os erros positivos e negativos de mesma magnitude, têm aproximadamente a mesma frequência, de maneira que a sua soma tende a zero "0";
- a média dos resíduos é aproximadamente nula;
- aumentando o número de observações, aumenta a probabilidade de se chegar próximo ao valor real;
- os pequenos erros são mais freqüentes que os grandes;
- os grandes erros são mais escassos.

A determinação de um valor verdadeiro (exato) é feita com instrumentos muito precisos, pois trarão um grande adensamento dos valores quando se faz uma grande série de medições. Após a análise das precisões, podemos considerar um valor médio como sendo o exato para efeito de comparação com futuras medições.

### 3.3 LEITURA MÍNIMA

É a menor graduação que um equipamento pode apresentar. A leitura mínima nada tem a ver com a precisão do equipamento e muito menos com a exatidão. Muitas vezes é possível estimar uma leitura abaixo da mínima, mas a leitura mínima continua sendo a definida pela menor graduação.

### 3.4 PRECISÃO NOMINAL (PN)

É a precisão do equipamento especificada pelo fabricante. É um valor seguro que garante a idoneidade do fabricante. É definida pela norma alemã DIN18723, adotada internacionalmente num grande lote de equipamentos produzidos. O Anexo C da NBR 13.133/94 especifica o procedimento utilizado para o cálculo do desvio padrão nominal do equipamento.

Normalmente a precisão angular dos teodolitos é dada em segundos e dos distanciômetros em  $\pm(X\text{mm}+Y\text{ppm})$ , onde X é constante e independente da distância e Y é proporcional à distância, expressa em parte por milhão (1ppm=1mm/km).

### 3.5 DESVIO PADRÃO DE UMA OBSERVAÇÃO (m)

O desvio padrão também é chamado de Raiz Média Quadrática. É bastante comum o uso do acrônimo RMS da designação em inglês Root Meas Squared. O símbolo internacional que identifica o desvio padrão é a letra grega sigma ( $\sigma$ ). Matematicamente pode ser representada pela letra **m** ou pela letra **s**.

$$\text{O cálculo é feito pela equação: } m = \pm \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

sendo;

$x$  – cada uma das leituras;

$\bar{x}$  – a média de todas as leituras para a precisão e

o valor verdadeiro para a exatidão;

$n$  – o número de leituras executadas.

#### EXEMPLOS

a) Calcular o desvio padrão das observações lineares:

Leitura	Distâncias	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
1	25,360	+0,01	0,0001
2	25,330	-0,02	0,0004
3	25,340	-0,01	0,0001
4	25,370	+0,02	0,0004
5	25,350	0,0	0,0
$\Sigma$	126,750	0,0	0,001

$$\bar{x} = 25,350\text{m}$$

$$m = \pm \sqrt{\frac{0,001}{5 - 1}} \rightarrow m = \pm 0,015811 = \pm 16\text{mm}$$

Portanto, podemos tomar qualquer uma das cinco medições de forma isolada, e este terá o desvio padrão  $m$  igual a  $\pm 16\text{mm}$ . Exemplo: 25,360m  $\pm 16\text{mm}$

b) Calcular o desvio padrão das observações angulares:

Leitura	Ângulo	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
1	165°35'18"	-3"	9
2	165°35'22"	+1"	1
3	165°35'20"	-1"	1
4	165°35'26"	-5"	25
1	165°35'17"	-4"	16
$\Sigma$	103°	-2"	52

$$\bar{x} 165^{\circ}35'21''$$

$$m = \pm 4''$$

Portanto, podemos tomar qualquer um dos cinco ângulos lidos, de forma isolada, e este terá o desvio padrão  $m$  igual a  $\pm 4''$ . Exemplo: 165°35'18"  $\pm 4''$  ou 165°35'26"  $\pm 4''$ .

O desvio padrão e a média poderão ser calculados utilizando uma calculadora científica. A título de exemplo, demonstramos os passos para calcular a média e o desvio padrão utilizando uma calculadora Casio fx-82MS.

1º) Entre no modo estatístico: MODE 2

2º) Entre os dados: digite o 1º valor e tecla M+, 2º valor e tecla M+, e assim consecutivamente para todos os valores

3º) Consulte a média: SHIFT 2 1 =

4º) Consulte o desvio padrão: SHIFT 2 3 =

5º) Para fazer outros cálculos saia do modo estatístico: MODE 1

### 3.6 DESVIO PADRÃO DA MÉDIA DAS OBSERVAÇÕES (M)

Este será o desvio padrão associado ao valor médio das observações.

$$\text{O cálculo é feito pela equação: } M = \pm \frac{n}{\sqrt{n}}$$

Sendo:

**m** – o desvio padrão de uma observação

**n** – o número de leituras executadas.

**EXEMPLOS**

a) Calcular o desvio padrão da média das observações do exemplo 1.

$$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} \rightarrow M = \pm \frac{16}{\sqrt{5}} \rightarrow M = \pm 7mm$$

Portanto, podemos afirmar que  $x = 25,350 \pm 7mm$ .

b) Calcular o desvio padrão da média das observações do exemplo 2.

$$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} \rightarrow M = \pm \frac{4}{\sqrt{5}} \rightarrow M = \pm 2''$$

Portanto, podemos afirmar que  $x = 165^{\circ}35'21'' \pm 2''$ .

**3.7 ACEITAÇÃO E REJEIÇÃO DAS MEDIÇÕES**

A precisão da média obtida numa série de leituras de um equipamento, deve ser melhor ou igual a sua precisão nominal, ou seja **M ≤ PN**.

Se um equipamento obtiver numa série de medições precisão pior que a especificada pelo fabricante (**M > PN**), deve-se analisar a possibilidade de rejeitar as medidas inválidas e, restando medições suficientes, utilizá-las para recalcular a nova média e novos desvios padrão.

Persistindo **M > PN**, deve-se refazer o trabalho para averiguação dos procedimentos de campo. Permanecendo a precisão inferior, é necessário o encaminhamento do equipamento para aferição junto à assistência técnica.

A precisão não garante qualidade das medições. Garante apenas que o procedimento e o equipamento estão adequados com o especificado pelo fabricante. O que garante a qualidade (exatidão) é a confiabilidade do equipamento/fabricante e a redução dos erros sistemáticos.

Serão aceitas as leituras que tiverem variação  $(x - \bar{x})$  inferior ou igual a três vezes a precisão nominal do equipamento.

Portanto uma leitura somente poderá ser excluída do cálculo da média quando:  $(x - \bar{x}) > 3 \cdot PN$ .

Procedimento:

1º) Calcular a média das medições ( $\bar{x}$ ), desvio padrão de uma observação (m) e o desvio padrão da média (M);

2º) Se **M ≤ PN**, os valores obtidos no item 1 são

válidos e os cálculos estão concluídos;

3º) Se **M > PN**, calcular as variações das medições em relação à média  $(x - \bar{x})$  e continuar os demais passos;

4º) Eliminar as variações maiores que  $\pm 3 \cdot PN$ ;

5º) Com os dados restantes, calcular a média das medições ( $\bar{x}$ ), desvio padrão de uma observação (m) e o desvio padrão da média (M);

6º) Se **M ≤ PN**, os valores obtidos no item 5 são válidos e os cálculos estão concluídos;

7º) Se **M > PN**, invalida-se todas as medições e novas devem ser feitas em campo.

**EXEMPLOS**

a) Calcule a média das medições, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm(5mm + 4ppm)$ .

Leitura	Distância (m)	$(x - \bar{x})$
1	827,434	
2	827,421	
3	827,431	
4	827,437	
5	827,442	
6	827,438	
7	827,429	

$$\bar{x} = 827,433m, m = \pm 7mm \text{ e } M = \pm 3mm$$

A precisão nominal é dada por uma parte fixa (5mm) e outra proporcional à distância medida (4ppm). Portanto a precisão da medição será de  $(5mm + (4 \times 0,827433))$ ; **PN = ±8mm**.

Como **M < PN**, todas as medições são válidas e portanto o valor final é  $\bar{x} = 827,432m \pm 3mm$ .

b) Calcule a média das medições, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm 4''$ .

Leitura	Ângulo	$(x - \bar{x})$
1	56°05'08''	
2	56°05'36''	
3	56°05'40''	
4	56°05'25''	
5	56°05'15''	
6	56°05'12''	

$$\bar{x} = 56^{\circ}05'22'' , m = \pm 13'' \text{ e } M = \pm 5''$$

Como **M > PN**, a precisão da média foi pior que a precisão nominal.

Deveremos analisar quais medições poderão ser

excluídas para então calcular a nova média e as novas precisões.

Consideraremos apenas as medições que tiverem variações em relação à média menores que  $\pm 3.PN$ .

Portanto as leituras 1,2 e 3 serão excluídas.

Os novos valores são  $\bar{x} = 56^{\circ}05'17''$ ,  $m = \pm 6''$  e  $M = \pm 3''$ .

Como  $M < PN$ , as medições restantes são válidas e portanto o valor final é  $\bar{x} = 56^{\circ}05'17'' \pm 3''$ .

**Atenção na interpretação da precisão!!! Um valor menor de precisão, possui uma melhor precisão.**

c) Calcule a média das medições efetuadas, considerando que a PN do instrumento utilizado é de  $\pm(1mm+22ppm)$ .

Leitura	Distância (m)	$(x - \bar{x})$
1	34,070	
2	34,081	
3	34,086	
4	34,069	
5	34,076	
6	34,090	

$\bar{x} = 34,079m$ ,  $m = \pm 9mm$ ,  $M = \pm 4mm$ ,  $PN = \pm 2mm$

Como  $M > PN$ , deveremos analisar quais medições poderão ser excluídas. As leituras 1,3,4 e 6, pois estão com variação superior a  $\pm 3.PN$ .

Os valores com as medições restantes são  $\bar{x} = 34,079m$ ,  $m = \pm 4mm$  e  $M = \pm 3mm$ .

Como continuou  $M > PN$  e já foram analisadas quais leituras poderiam ser eliminadas, deveremos retornar a campo e repetir o procedimento para tentar reduzir os erros acidentais e então nos certificar se o equipamento está ou não necessitando de ajustes.

## Exercícios

1) Foi realizado um levantamento topográfico de uma área e o agrimensor necessita saber se as medidas de campo estão dentro da tolerância considerando a Precisão Nominal do equipamento. Para o trabalho foi utilizada uma estação total Estação Total com  $PN_{\text{linear}} = \pm(3\text{mm} + 3\text{ppm})$   $PN_{\text{angular}} = \pm 3''$ . A seguir as medições de campo:

n	Medições das Distância (m)
1	303,453
2	303,462
3	303,469
4	303,479
5	303,468
6	303,464

n	Medições das Ângulos
1	125°33'13"
2	125°33'16"
3	125°33'19"
4	125°33'35"
5	125°33'08"
6	125°33'02"

- a) Qual a distância e sua precisão?  
b) Qual o ângulo e sua precisão?

2) De acordo com as medições lineares a seguir, verificar se as mesmas serão aceitas ou rejeitadas e calcular o valor médio para a distância medida e a precisão da mesma.  $PN_{\text{linear}}$  do equipamento  $\pm(3\text{mm}+10\text{ppm})$ .

a)

n	Medições das Distância (m)
1	100,003
2	100,005
3	99,999
4	99,970

b)

n	Medições das Distância (m)
1	202,235
2	202,228
3	202,237
4	202,235
5	202,233

c)

n	Medições das Distância (m)
1	152,958
2	152,930
3	152,949
4	152,959
5	152,960
6	152,962
7	152,946

## 4. Medição Linear

Para determinar o valor numérico de uma grandeza, é necessário que se disponha de uma outra grandeza de mesma natureza, definida e adotada por convenção, para fazer a comparação com a primeira.

Medições Lineares são medições efetuadas em apenas uma dimensão, ou seja, definem apenas um comprimento.

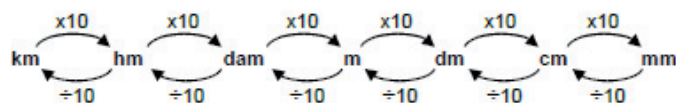
### 4.1 SISTEMA MÉTRICO INTERNACIONAL

O Brasil adota o Sistema Internacional de Unidades - SI estabelecido pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM). A unidade de medida de comprimento definida pelo - SI, é o Metro, seus múltiplos e submúltiplos.

O Metro é definido como sendo o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo, durante um intervalo de tempo de  $1/299.792.458$  de segundo. De acordo com a ABNT, na atual NBR13.133/94, o metro (m) é a unidade padrão para os Levantamentos Topográficos.

#### 4.1.1 CONVERSÃO ENTRE AS UNIDADES

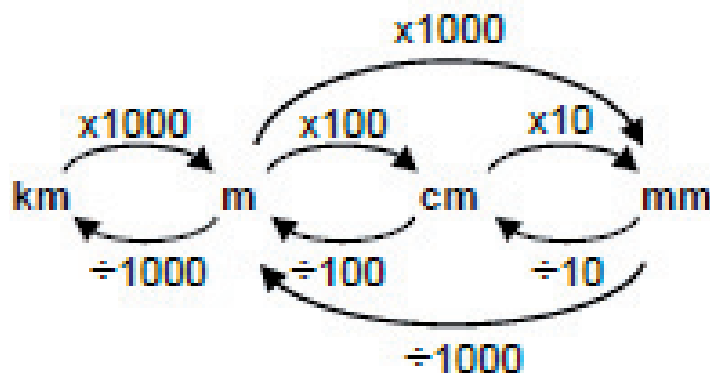
A unidade linear metros possui múltiplos e submúltiplos a saber:



Como o metro é um sistema de numeração decimal, a transformação de unidades segue o múltiplo de 10.

Como na topografia a unidade padrão é o metro, podemos ocultá-la na escrita. Portanto uma distância informada de 10,000 (sem explicitar a unidade) será 10 metros. As demais unidades a sua identificação é obrigatória.

Além do metro, utilizamos comumente o quilômetro, centímetro e o milímetro. O esquema de conversão entre estas unidades mais utilizadas fica assim:



$$1\text{m} = 0,001\text{km} \quad 1\text{km} = 1000\text{m}$$

$$1\text{m} = 100\text{cm} \quad 1\text{cm} = 0,01\text{m}$$

$$1\text{m} = 1000\text{mm} \quad 1\text{mm} = 0,001\text{m}$$

$$1\text{cm} = 10\text{mm} \quad 1\text{mm} = 0,1\text{cm}$$

**Exercícios**

3) Converta a distância dada na unidade equivalente

a) 17mm = \_\_\_\_\_ cm

b) 3cm = \_\_\_\_\_ m

c) 0,210m = \_\_\_\_\_ cm

d) 4,7cm = \_\_\_\_\_ mm

e) 0,073m = \_\_\_\_\_ mm

f) 89mm = \_\_\_\_\_ m

#### 4.1.2 TABELA DE UNIDADES ANTIGAS

Em certas ocasiões nos deparamos com sistemas de unidades diferentes do SI e com unidades de medidas que não são mais utilizadas. Na tabela 1 temos a conversão de algumas unidades antigas para o metro:

Tabela 1: conversão de algumas unidades antigas para o metro

Sistema Antigo	=	Sistema Métrico
1 linha	=	0,002291 m
1 polegada	=	0,0275m
1 palmo	=	0,22m
1 vara	=	1,10m
1 braça	=	2,20m
1 corda	=	33,0m
1 quadra	=	132,0m
1 polegada inglesa	=	0,0254m
1 pé inglês	=	0,30479m
1 jarda	=	0,91438m
1 pé português	=	0,33m
1 covado	=	0,66m

Sistema Antigo	=	Sistema Métrico
1 passo geométrico	=	0,002291 m
1 toesa	=	0,0275m
1 quadra uruguaia	=	0,22m
1 quadra brasileira	=	1,10m
1 milha terrestre	=	2,20m
1 milha terrestre	=	33,0m
1 milha métrica	=	132,0m
1 milha marítima	=	0,0254m
1 légua métrica	=	0,30479m
1 légua marítima	=	0,91438m
1 légua brasileira	=	0,33m
1 ponto	=	0,66m

Das unidades da tabela 1 o palmo, a braça e a légua brasileira são as mais comuns em escrituras, documentos e mapas antigos.

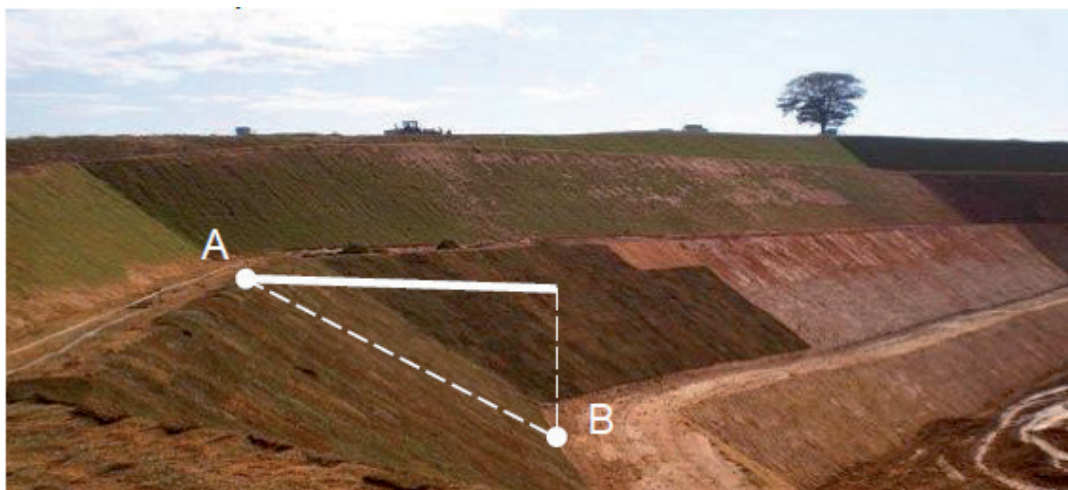
Em alguns medidores eletrônicos de distância é possível configurar as medições para as unidades pés e polegadas.

#### 4.2 TIPOS DE DISTÂNCIAS

Nos levantamentos topográficos as medições lineares são referenciadas a um plano horizontal.

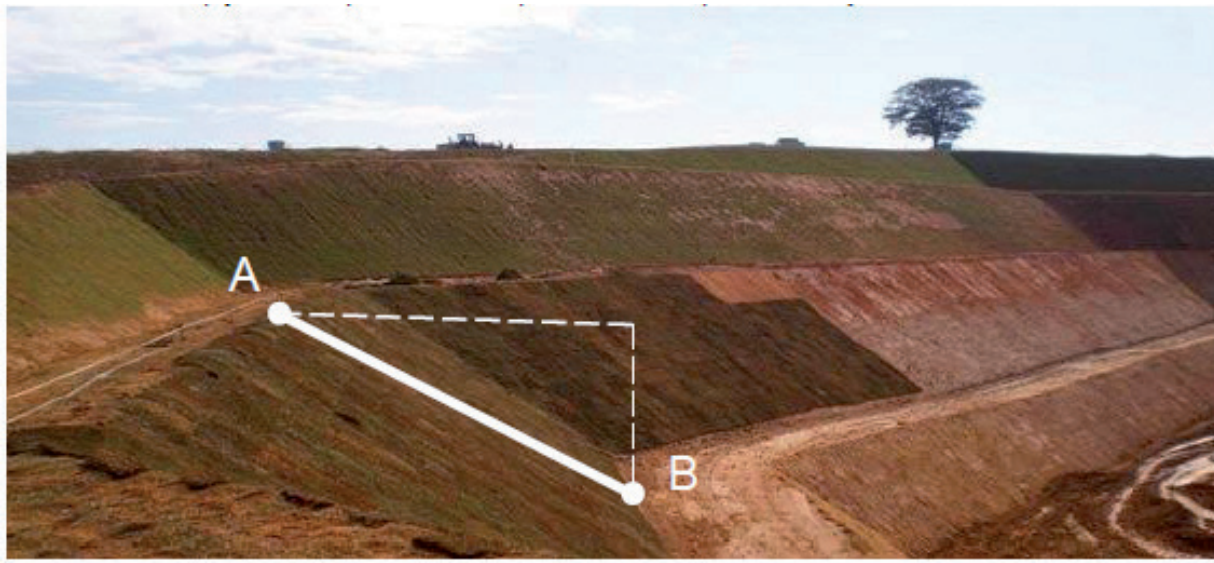
##### 4.2.1 DISTÂNCIA HORIZONTAL

São distâncias paralelas a um plano horizontal de referência.



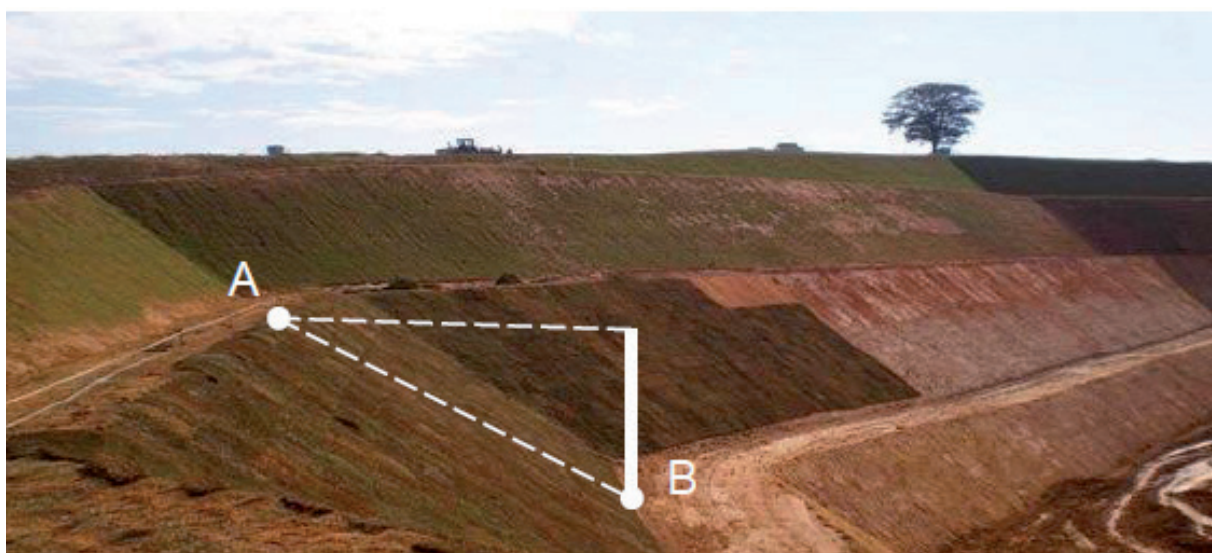
#### 4.2.2 DISTÂNCIA INCLINADA

Estas distâncias são inclinadas em relação ao plano horizontal. Normalmente, o ângulo de inclinação deverá ser medido para que se possa referenciar ao plano horizontal. Também são utilizadas em controles de obras como em túneis, pontes, viadutos, elevados, edificações e mecânica.



#### 4.2.3 DISTÂNCIA VERTICAL

São distâncias tomadas perpendiculares a um plano horizontal de referência. Estas distâncias são utilizadas para se referir aos desníveis existentes entre detalhes da superfície. São utilizadas em Levantamentos Topográficos Planialtimétricos ou Altimétricos.



#### 4.3 DIASTÍMETROS

Diastímetros é a denominação dada aos instrumentos utilizados para medição de distâncias.

### 4.3.1 TRENA A LASER

A trena laser é um instrumento que emite sinais laser que refletem em um objeto e retorna à trena. A distância entre o emissor/receptor e o objeto ou refletor é calculada eletronicamente e baseia-se no comprimento de onda, na frequência e velocidade de propagação do sinal.



Medição interna com trena a laser

Fonte: [http://www.leica-geosystems.co.uk/thumbs/originals/RQPR\\_2358.jpg](http://www.leica-geosystems.co.uk/thumbs/originals/RQPR_2358.jpg)

Ela mede a distância inclinada e quando a distância horizontal ou vertical for importante, é necessário algum dispositivo para auxiliar nesta função. Pode ser um simples nível de bolha acoplado a ela ou mesmo um inclinômetro embutido para fazer o cálculo da distância horizontal.

Estas trenas são muito utilizadas para medições curtas em campo (poucas dezenas de metros) pela dificuldade de pontaria. Para facilitar a pontaria em campo, recomenda-se o uso de tripé. Pela dificuldade de visualizar o ponto laser em campo (principalmente em dias de sol), alguns modelos possuem câmera fotográfica interna que facilita a pontaria.



Medição externa com trena a laser com câmera sobre tripé

Fonte: [http://www.leica-geosystems.com.br/thumbs/originals/JNRL\\_5901.jpg](http://www.leica-geosystems.com.br/thumbs/originals/JNRL_5901.jpg)

A precisão das trenas a laser são definidas pelo fabricante (na ordem de poucos milímetros) e não possuem classificação específica por norma.

### 4.3.2 TRENA DE FITA

A trena de fita é um diastímetro no formato de fita na qual estão representadas as sub-divisões da unidade utilizada (comumente metro) através de traços transversais. Pode ser acoplada a um estojo ou suporte, dotado de um mecanismo de recolhimento manual. Alguns modelos possuem sistema de trava para fixar uma determinada medida.



Trena de fita

Fonte: <http://www.cstberger.us/us/en/index.htm>

No processo de medição, as trenas de fita são submetidas a diferentes tensões e temperaturas e dependendo do material com que são construídas, seu tamanho original variará. Por esta razão, as trenas de fita vêm calibradas de fábrica para que a uma dada temperatura, tensão e condições de apoio, seu comprimento seja igual ao comprimento nominal.



Tensão e temperatura da calibração da trena

#### 4.3.2.1 Classes de exatidão

O INMETRO pela portaria nº 145, de 30 de dezembro de 1999, classifica as trenas independente do material de fabricação de acordo com o erro tolerado pela fórmula:

$$T = (a + bL) \text{ mm,}$$

onde:

**L** é o valor do comprimento considerado arredondado para o número inteiro de metros **a** e **b** são dois coeficientes cujos valores estão estabelecidos para cada classe de exatidão na Tabela 2.

Tabela 2: coeficientes a e b para trena

Classe de Exatidão	a	B
I	0,1	0,1
II	0,3	0,2
III	0,6	0,4



Classe de exatidão da Trena

#### 4.3.2.2 Tipos de trena de fita

Quanto ao material de fabricação, as trenas de fita utilizadas em topografia podem ser de fibra de vidro ou aço.

a) **Fibra de vidro:** as trenas de fibra de vidro são classificadas quanto ao grau de exatidão, conforme o erro máximo admissível definido na NBR 10124/1987:

$$\text{classe I} \pm (0,3 + 0,2 \times L)$$

$$\text{classe II} \pm 2 \times (0,3 + 0,2 \times L)$$

onde L é o comprimento em metros..

Principais características das trenas de fibra:

- baixo custo;
- facilidade de operação;
- não-condutoras e não-corrosíveis;
- resistentes à umidade;
- revestidas de vinil;
- baixa precisão;

- deformação elástica com o uso;
- não se observa que as fibras internas sofreram rupturas;

- desgaste da graduação.

b) **Aço:** as trenas de aço são classificadas quanto ao grau de exatidão, conforme o erro máximo admissível definido na NBR 10123/1987;

$$\text{classe I} \pm (0,1 + 0,1 \times L)$$

$$\text{classe II} \pm (0,3 + 0,2 \times L)$$

onde L é o comprimento em metros.

As trenas de aço também são classificadas em plana e curvas.

Principais características das trenas de aço:

- boa precisão;
- baixo coeficiente de dilatação (0,0115 mm por metro);
- uniformidade da graduação;
- custo elevado;
- condutora de eletricidade;
- quebra com facilidade.

#### 4.3.2.3 Acessórios

- Baliza e bastão, para materializar a vertical de um ponto;
- Prumos esféricos, para auxiliar operações de nivelamento ou verticalização dos acessórios;
- Estacas e piquetes, para materializar pontos de apoio;
- Dinamômetro para controle das tensões aplicadas na trena de fita;
- Termômetro, instrumento usado para a medição da temperatura;
- Barômetro, instrumento usado para a medição da pressão atmosférica;
- Tripé e bipé, utilizados para a sustentação de outros acessórios.

#### 4.3.2.4 Erros

Durante uma medição linear, estaremos sujeitos a diversos tipos de erros, que deveremos tomar o máximo de cuidado para eliminá-lo ou até minimizá-lo.

- **Falta de Horizontalidade da trena:** A trena fora da horizontal resultará numa medição maior que a correta. O menor valor para a distância é a distância horizontal.



Trena fora da horizontal - ERRADO!



Trena na horizontal - CORRETO!

- **Baliza fora do alinhamento:** Ocorre quando as seções de medição não estão alinhadas com os pontos extremos. A minimização deste erro se dá fazendo o alinhamento das balizas com mais atenção.



Baliza desalinhada - ERRADO!



Baliza alinhada - CORRETO!

- **Verticalidade das balizas:** é ocasionado por uma inclinação da baliza quando esta se encontra posicionada sobre o alinhamento a medir. A minimização deste erro se dá fazendo o uso de nível de cantoneira.



Baliza fora da vertical - ERRADO!



Baliza na vertical - CORRETO!

- **Catenária excessiva da trena:** curvatura que se forma ao tensionar pouco a trena. A catenária ocorre em função do peso da trena, do seu comprimento e da ten-

são aplicada. Para minimizar este erro, deve-se aplicar a tensão correta especificada pelo fabricante. Se possível apoiar a trena na superfície, desde que ela seja horizontal.



Trena com catenária elevada - ERRADO!



Trena com catenária admissível - CORRETO!

- **Graduação das trenas:** erro ocasionado na fabricação ou no uso indevido das trenas;

- **Temperatura:** acarreta dilatação que depende do material de composição do instrumento, do comprimento da trena e da diferença entre a temperatura ambiente e a de aferição;

- **Tensão diferenciada nas trenas:** afetado pela tensão aplicada em suas extremidades. A correção depende dos coeficientes de elasticidade com que o mesmo é fabricado;

- **Erro de zero:** deve-se observar, em função da variedade de trenas, o início da graduação das trenas;

- **Trena torcida:** provoca um aumento da distância medida.

#### 4.3.2.5 Medições em campo

Realização de exercícios em campo com medições a trena.

#### 4.3.3 ESTAÇÃO TOTAL

A evolução dos instrumentos de medição de ângulos e distâncias trouxe como consequência o surgimento destes novos instrumentos, que nada mais são do que teodolitos eletrônicos digitais com distanciômetros eletrônicos incorporados e montados num só bloco. Isto traz muita vantagem para a automação de dados, podendo inclusive armazenar os dados coletados e executar alguns cálculos mesmo em campo.

Surgiu comercialmente na década de 1980, vem evoluindo cada vez mais em termos de programas internos, interface, acessórios, robustez e peso.



Topcon Guppy (1979)



Wild TC1 (1983)

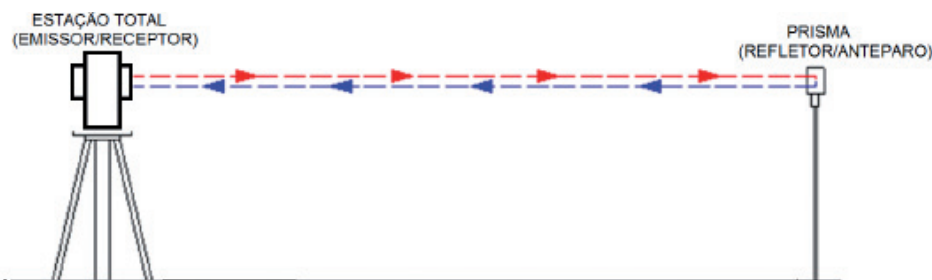
Zeiss Elta R55  
(1995)Topcon GPT7500  
(2008)

Trimble VX (2010)

#### 4.3.3.1 Forma de medição

A medição eletrônica de distâncias baseia-se na emissão/recepção de sinais luminosos laser ou infravermelho. A distância entre o emissor/receptor e o anteparo ou refletor é calculada eletronicamente e, segundo KAVANAGH e BIRD (1996), baseia-se no comprimento de onda, na frequência e velocidade de propagação do sinal.

O princípio de funcionamento é simples e baseia-se na determinação do tempo  $t$  que leva a onda eletromagnética para percorrer a distância, de ida e volta, entre o equipamento de medição e o refletor.



A equação aplicável a este modelo é:  $D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$

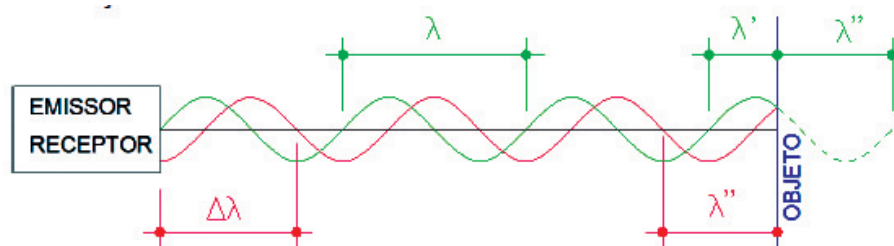
Onde: D: Distância entre o emissor e o refletor

c: Velocidade de propagação da luz no meio

$\Delta t$ : Tempo de percurso do sinal

Logo, para obter a distância AB, usando esta metodologia é necessário conhecer a velocidade de propagação da luz no meio e o tempo de deslocamento do sinal. Atualmente não existem cronômetros para uso em campo capazes de determinar este tempo. Pelo fato da velocidade da luz ser de 300000km/s, o tempo que a onda leva para percorrer a distância é pequeno e seu desvio admissível é da ordem de 10-12s (1 picosegundos). A alternativa encontrada foi relacionar a variação de tempo com a variação da fase do sinal.

Entenda como a medição ocorre:



Efetivamente em campo é realizada a medição da diferença de fase entre o sinal recebido e o emitido ( $\Delta\lambda$ ). A diferença de fase ( $\Delta\lambda$ ) se relaciona com a distância da seguinte forma:

$$2 \cdot D = n \cdot \lambda + \Delta\lambda$$

onde:  $n$  é o número de ciclos inteiros na ida e na volta.

$D$  é a distância entre o emissor e o objeto

$$\Delta\lambda = \frac{\phi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda \therefore 2D = n \cdot \lambda + \frac{\phi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda$$

Fazendo

$$\mu = \frac{\phi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda$$

sendo  $\mu$  a defasagem do sinal recebido em função da diferença de fase, tem-se:

$$D = n \cdot \frac{\lambda}{2} + \mu \cdot \frac{\lambda}{2}$$

onde  $D$  e  $n$  são incógnitas.

Para solucionar a indeterminação desta equação as estações totais emitem dois diferentes sinais  $L1$  e  $L2$  (SILVA, 1993).

Se  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  tal que  $n_1 = n_2 = n$  então

$$D = n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} \text{ e } D = n \cdot \frac{\lambda_2}{2} + \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2}$$

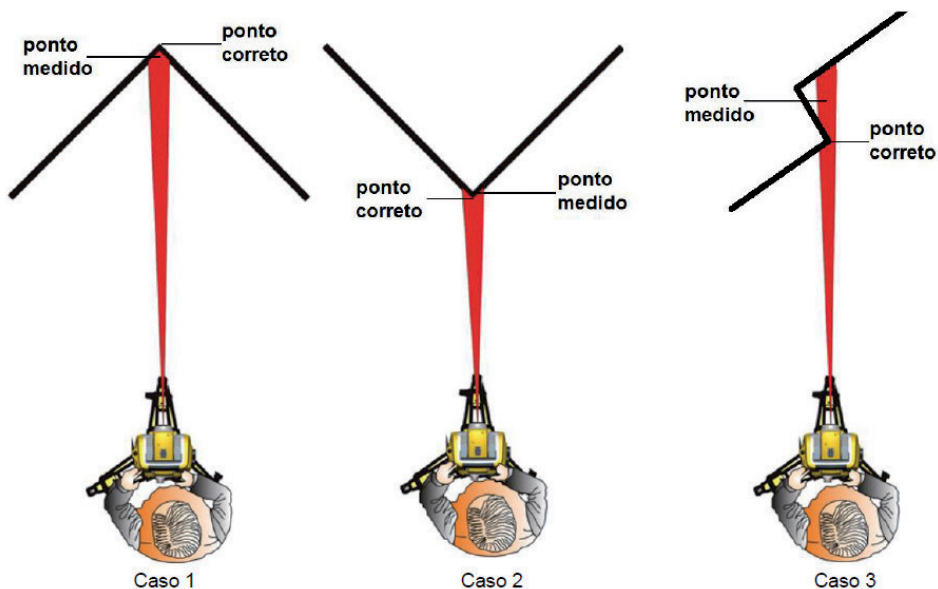
e assim tem-se um sistema de duas equações e duas incógnitas podendo ser igualadas as equações para descobrir  $n$ .

$$n \cdot \frac{\lambda_1}{2} + \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} = n \cdot \frac{\lambda_2}{2} + \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \therefore n \cdot \frac{\lambda_1}{2} - n \cdot \frac{\lambda_2}{2} = \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} - \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} \therefore n \cdot \left( \frac{\lambda_1}{2} - \frac{\lambda_2}{2} \right) = \mu_2 \cdot \frac{\lambda_2}{2} - \mu_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2}$$

Conhecendo o valor de  $n$ , pode-se calcular o valor de  $D$ .

A medição com infravermelho requer o uso de prisma. Já a medição à laser o uso do prisma é recomendado somente para grandes distâncias. Para pequenas distâncias não há a necessidade de uso de prisma, sendo o alcance dependendo do modelo da estação total.

Nas medições sem prisma, quinas exigem um cuidado a mais, pois o erro pode ser de poucos milímetros (casos 1 e 2 abaixo) ou de até muitos metros dependendo onde o laser refletir (caso 3).



#### 4.3.3.2 Temperatura e pressão

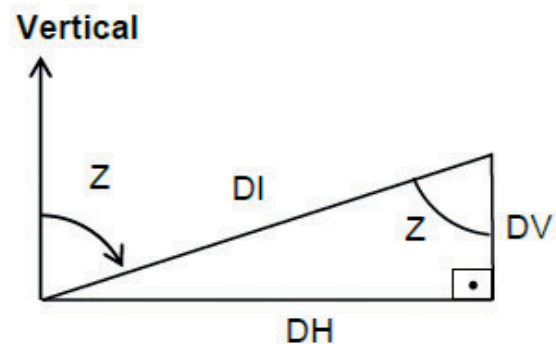
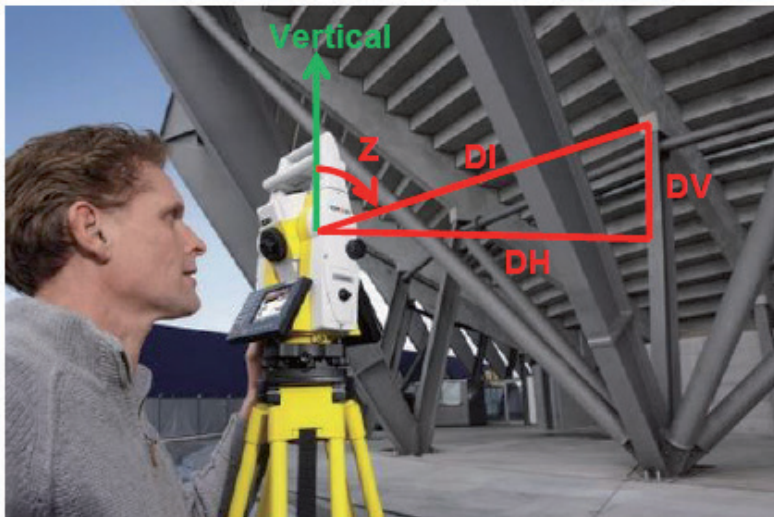
Não é possível determinar-se diretamente a velocidade de propagação da luz no meio, em campo. Em virtude disso, utiliza-se a velocidade de propagação da mesma onda no vácuo e o índice de refração no meio de propagação, para obter este valor. Este índice de refração é determinado em ensaios de laboratório durante a fabricação do equipamento, para um determinado comprimento de onda, pressão atmosférica e temperatura. As variações nas condições atmosféricas causam um aumento ou diminuição na velocidade de propagação da onda eletromagnética e provocam, conseqüentemente, os erros sistemáticos nas medidas das distâncias.

As estações totais permitem a aplicação desta correção em tempo real usando as variáveis temperatura e pressão atmosférica. Como existem várias formulações, fabricantes diferentes podem adotar formulações diferentes para a correção. É importante que sejam introduzidas no equipamento a temperatura e pressão, pois assim o próprio equipamento aplicará a formulação apropriada para a sua medição.

A temperatura é introduzida em graus Celsius (°C) e a pressão em milibares (mb). Alguns modelos adotam para a pressão a unidade hectopascal (hPa) que equivale ao milibar. Outras adotam em milímetros de mercúrio (mmHg), onde  $1\text{mb}=1,333\text{mmHg}$ . Estas unidades são configuráveis na estação total.

#### 4.3.3.3 Reduções de distâncias

A medição da distância efetuada pela estação total é inclinada, pois dificilmente o alvo estará no mesmo plano horizontal que a estação total. Por este motivo, é necessário reduzir a distância para o plano horizontal onde está a estação total.

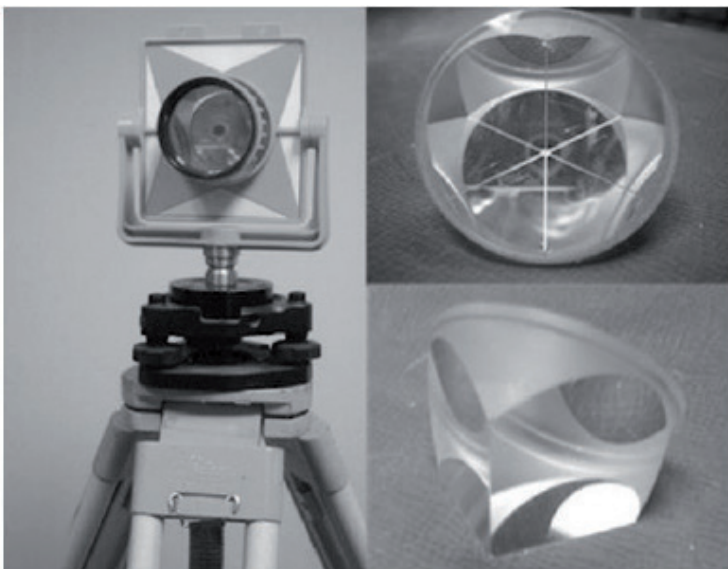


$$DH = DI \cdot \sin Z$$

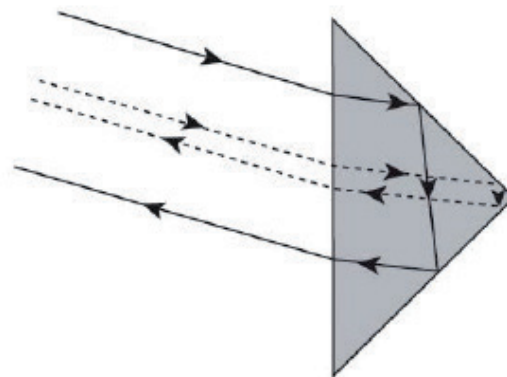
Fonte: adaptado de <http://www.a1surveyequipment.net/geomax-zoom-80r-robotic-total-station-289-p.asp>

#### 4.3.3.4 Constante do prisma

A posição do centro ótico do prisma em relação ao centro do ponto medido influencia a medição da distância. Para compensar esta diferença, os fabricantes adotam coeficientes na estação total para compensar este deslocamento. Desta forma, a constante do prisma se torna ZERO.



Comportamento do sinal emitido e refletido no prisma



Fonte: Engineering Surveying – W. Schofield and M. Breach

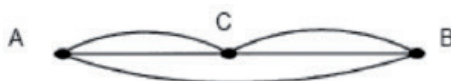
Para facilitar o trabalho em campo ou aumentar a precisão da medição, existem vários tipos de prisma e consequentemente teremos para cada um deles uma constante. Também podemos ter vários suportes de prisma que deixam o prisma em posições diferentes, o que também significará constantes diferentes.

Se forem utilizados prismas diferentes do previsto pelo fabricante, as constantes devem ser determinadas em campo.

Se existe uma distância conhecida confiável pode-se compará-la com a medição efetuada para determinar a constante com a seguinte equação:

$$C = D_{\text{conhecida}} - D_{\text{média}}$$

Se você não dispõe de uma distância conhecida confiável, você poderá definir 3 pontos num único alinhamento, onde os extremos (AB) terão distância próxima de 100m. Efetue as medições AC, AB e BC.







A constante do prisma poderá ser calculada com a equação  $C = AC = BC - AB$ . É importante repetir o procedimento para eliminar erros grosseiros e reduzir os acidentais.

Prismas Leica	Constantes (mm)	
Prisma padrão GPH1 + GPR1	0.0	
Prisma 360° GRZ4	+23.1	
Mini prisma GMP101/102	+17.5	
Prismas adesivos	+34.4	
USUÁRIO	—	é definido em "Cte Prisma" (-mm + 34.4; ex.: mm = 14 -> entrada = -14 + 34.4 = 20.4)
RL	+34.4	Sem prisma

Exemplos de prismas Leica com suas constantes

Fonte: manual Leica TCR-307

Chamaremos de Estação Total Padrão a maioria das estações totais do mercado que utilizam o mesmo tipo de prisma, sendo elas: Nikon, Pentax, Sokkia, Topcon, Trimble, Geodimeter, Spectra Precision, Zeiss, Ruide, Geodetic, entre outras. Somente a Leica e suas similares, adotam prismas com constantes diferentes para uso exclusivo nelas.

TIPO DE PRISMA		TIPO DE ESTAÇÃO	
		Padrão	Leica
Circular padrão interno		-30	+4,4
Circular padrão externo		0	+34,4
Circular Leica		-34,4	0
360° Leica		-11,3	+23,1
Mini prisma Leica		-16,9	+17,5




TIPO DE PRISMA		TIPO DE ESTAÇÃO	
		Padrão	Leica
Mini-prisma Leica 360°		-4,4	+30,0
Mini prisma padrão		0	+34,4
Adesivo		0	+34,4
Laser		0	+34,4

Tabela de constantes de prisma (mm)

Fonte: adaptado de Bohnenstingl

#### 4.3.3.5 Classificação ABNT

Segundo a NBR13133/1994, as estações totais se classificam em 3 classes em função de suas precisões: Classes de estações totais Desvio-padrão Precisão angular Desvio-padrão Precisão linear

Classes de Estações totais	Desvio-padrão Precisão angular	Desvio-padrão Precisão Linear
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm(5mm + 10ppm)$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm(5mm + 5ppm)$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm(3mm + 3ppm)$

#### 4.3.3.6 Acessórios

- Tripé para a estação total
- Prisma com suporte
- Mini-prisma com suporte
- Prisma adesivo
- Bastão
- Bipé ou Tripé para bastão
- Termômetro
- Barômetro
- Umbrela
- Cabo de transferência
- baterias
- Carregador de baterias
- trena de bolso

#### 4.3.3.7 Erros

- Centragem da estação total no ponto
- Centragem do bastão no ponto
- Nivelamento da estação total
- Temperatura
- Pressão
- Constante do prisma
- verticalidade do bastão

#### 4.3.3.8 Cuidados com Instrumentos

Os instrumentos topográficos não podem cumprir por completo suas funções se não forem tratados e conservados com cuidado e se os métodos empregados não forem os indicados às propriedades do instrumento.

Os cuidados abaixo são destinados a todos os profissionais que trabalham com equipamentos topográficos, sem exceção, mesmo que pareçam comuns e já vistos, mas em nosso cotidiano muitas vezes se passam despercebidos. São sugestões pesquisadas em catálogos de equipamentos, livros de topografia, assistência técnica e revistas especializadas.

##### a) Conservação

Deve-se conservar o instrumento, se possível, em lugar seco e ventilado, sem pó e sem grandes variações de temperatura. Um instrumento que permanece muito tempo sem ser usado está exposto ao perigo do fungo. Se por algum motivo, o instrumento ficar exposto à umidade, provida de sereno, neblina, garoa, chuva, etc, deve-se sacá-lo de seu estojo para permitir que o ar circule em sua volta, colocando-o em um armário arejado e com uma pequena calefação ao fundo, direcionada à ele. Poderá ser uma estufa de resistência ou uma lâmpada incandescente de 25W. Deste modo se evita o depósito de vapor d'água sobre a ótica e que haja condensação no interior do instrumento. Não tendo uma calefação, é importante deixá-lo exposto a um ventilador para secar a umidade excessiva.

##### b) Inspeção

Antes de começar cada período de trabalho de campo, deve-se examinar o instrumento segundo as instruções para emprego, contidas no manual e ajustá-lo se for necessário e possível. Isto também se aconselha após terminadas as tarefas de campo em prolongadas pausas de trabalhos e depois de transportes longos, para evitar horas de trabalho perdidas por deficiência do instrumento.

Observações:

- tirar do armário o estojo fechado com o instrumento dentro
- colocar o estojo sobre o balcão
- Abrir o estojo, analisando a maneira correta de se fazê-lo
- Conduzir o instrumento dentro do estojo ao local de trabalho
- Ao conduzir o instrumento no estojo dentro de automóveis, este deve estar sobre o banco da viatura ou, de preferência, sobre o colo do caroneiro, evitando desta forma que o instrumento receba impactos fortes, pois nem todos os instrumentos possuem estojo que proteja o equipamento de impactos.

*c) Sacando o instrumento do estojo*

Antes de sacar o instrumento, deve-se colocar o tripé sobre o ponto e se observa como se encontra o instrumento dentro do estojo, de maneira que ao guardá-lo novamente, se possa encaixá-lo exatamente coincidindo com a estrutura do estojo. Ao sacar o instrumento, levanta-se ele segurando firmemente com uma das mãos em seu lado ou na alça de transportes (se tiver) e colocando a outra por baixo da base nivelante. Tem que se ter muito cuidado de NUNCA tocar os níveis tubular e esférico dos instrumentos.

*d) Colocando o instrumento sobre o tripé*

Coloca-se o instrumento sobre a plataforma do tripé e, sustentando-o com uma das mãos, fixa-se imediatamente a base nivelante na mesa.

NUNCA deixar um instrumento SOLTO SOBRE O TRIPÉ.

*e) Retirando o instrumento do tripé para conduzi-lo ao laboratório*

Estando o instrumento fixo sobre o tripé, deixa-se o estojo aberto no chão, pronto para guardá-lo. Afrouxa-se todos os parafusos de fixação do instrumento e volta-se os parafusos calantes para a posição intermediária, dando recursos para eles no próximo uso. Com uma das mãos segura-se o aparelho pelo seu lado ou na alça de transporte, e com a outra solta-se o instrumento do tripé. Levanta-se o instrumento colocando a mão livre imediatamente por baixo da base nivelante. Gira-se ele até haver coincidência das marcas para posição de estojo (se houver). Conduzir o instrumento até o estojo, acomodando-o corretamente e fecha-se o estojo.

*f) Transporte manual de estação para estação*

Durante a realização dos trabalhos topográficos, o transporte manual quando da mudança de estação, deverá ser feito da seguinte maneira:

- estando o instrumento instalado sobre o ponto e terminadas as medições, afrouxa-se todos os parafusos de fixação do instrumento;
- Guarda-se o instrumento no estojo seguindo as instruções do item “e”;
- O transporte manual para outra estação, deverá ser feito com o instrumento no estojo sempre que a distância de transporte for superior a 5 metros;
- Em casos de extrema necessidade (por algum motivo o estojo estar longe e começar a chover) o instrumento deverá ser carregado montado sobre o

tripé, em posição no ombro estando o mais próximo possível da vertical. Nos terrenos com vegetação, é aconselhável transportá-lo à frente do corpo, com o tripé sob um dos braços e apoiando numa das mãos a base nivelante.



#### 4.3.3.9 Procedimentos de instalação

Estes procedimento visa auxiliá-lo numa sequência lógica para evitar que se perca tempo para calar (centrar e nivelar) um instrumento topográfico. Com a experiência você poderá desenvolver método próprio que permitirá realizar esta atividade de forma mais rápida.

a) Posicione o tripé do instrumento aproximadamente na vertical do ponto topográfico. Se a superfície topográfica for irregular, posicione apenas uma perna na parte mais alta e utilize o fio de prumo para auxiliar na detecção da vertical. Procure adaptar a altura do tripé para a sua altura, não deixando de considerar a irregularidade da superfície e nem a altura do instrumento. Aproveite este momento para deixar a mesa do tripé aproximadamente nivelada e crave uma das pernas no solo (de preferência a que estiver na parte mais alta do terreno);

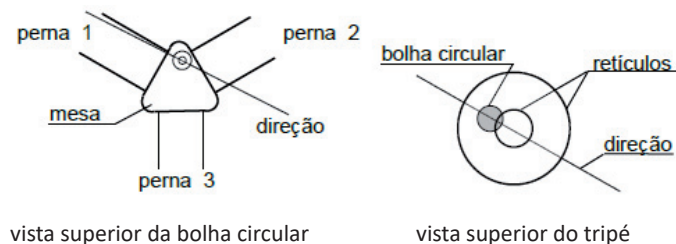
b) Retire o instrumento de seu estojo e coloque-o sobre o tripé conforme orientação no item anterior desta apostila “Cuidados com Instrumentos”.

c) Posicione os três calantes numa mesma altura (de preferência num ponto intermediário do recurso total do calante). Normalmente os instrumentos possuem marcas fiduciais como anéis pintados ou parafusos de fixação de seu eixo que podem servir de referência.

d) Posicione a marca central do prumo ótico ou do prumo laser sobre o ponto topográfico utilizando as duas pernas do tripé que ainda não estão cravadas.

e) Quando a marca estiver perfeitamente sobre o ponto topográfico, crave as pernas soltas e inicie o nivelamento da bolha circular utilizando as três pernas. Preste muita atenção na direção formada pela bolha e o círculo. Esta direção irá definir com qual perna você deverá subir ou abaixar a mesa.

Conforme as ilustrações abaixo, a perna que deverá baixar a mesa é a perna 1, pois a bolha circular está na sua direção para o seu lado.

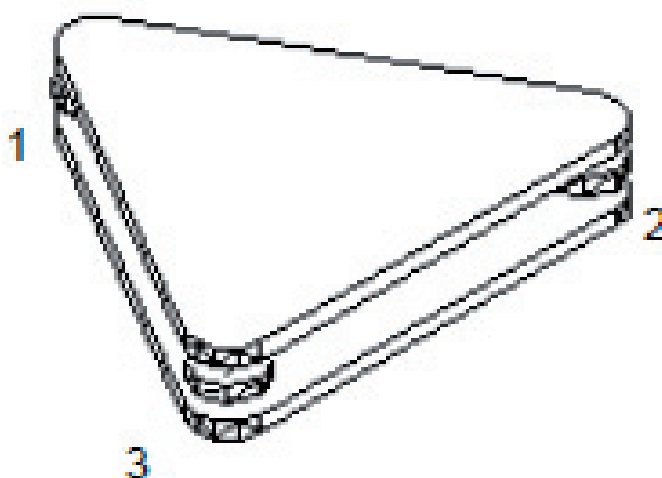


f) Com a bolha dentro do círculo (automaticamente a mesa estará nivelada, pois os calantes estão numa mesma altura), verifique se a marca central do prumo ótico saiu da vertical do ponto. Caso tenha saído afrouxe o instrumento do tripé e posicione novamente a marca sobre o ponto topográfico. Faça isso sem soltar o parafuso completamente e ao posicionar o equipamento sobre o ponto, aperte o parafuso monitorando se o centro não saiu do ponto.

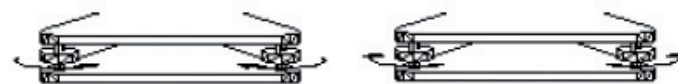
g) Inicie então o nivelamento da bolha tubular utilizando o “Método dos Três Calantes” ou o “Método do Calante Perpendicular” (ambos descrito a seguir). Independente de qual método você optar, deverá ser feito duas vezes. Após feito, verifique se a marca cen-

tral do prumo ótico saiu do ponto. Caso tenha saído volte ao passo “f”.

**Método dos Três Calantes:** Deixe a bolha tubular paralela aos calantes 1-2 e nivele-a utilizando somente estes dois calantes. O movimento dos calantes deverão ser sempre em sentidos opostos (quando um for girado no sentido horário o outro deverá ser girado no anti-horário). Em seguida posicione a bolha tubular paralela aos calantes 2-3 e use estes calantes para nivelar a bolha. Não esqueça que os calantes devem girar em sentidos opostos. Finalmente deixe a bolha paralela aos calantes 3-1 e nivele-a também.



**Método do Calante Perpendicular:** Deixe a bolha paralela aos calantes 1-2 e nivele-a utilizando somente estes dois calantes. O movimento dos calantes deverão ser sempre em sentidos opostos (quando um for girado no sentido horário o outro deverá ser girado no anti-horário). Em seguida posicione a bolha tubular perpendicular aos calantes 1-2 e use somente o calante 3 para nivelar a bolha.

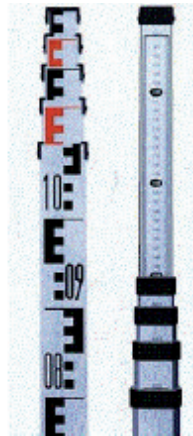


Movimento do calantes

#### 4.3.4 OUTROS DIASTÍMETROS



Laser Scanner



Mira



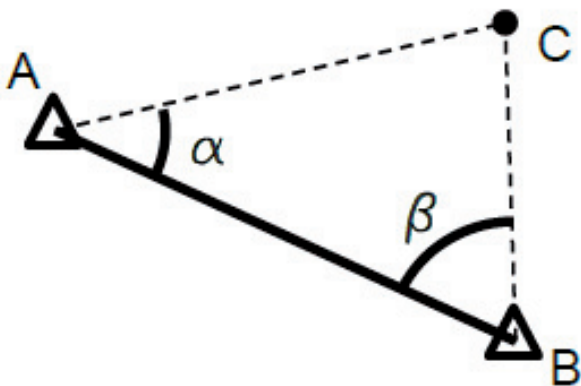
Trena de Roda



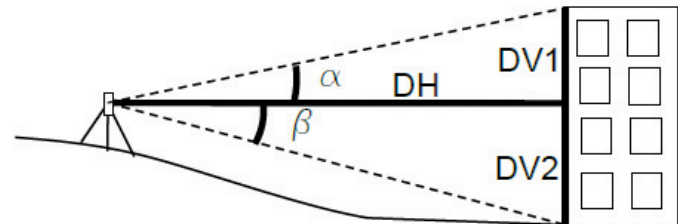
Pedômetro

#### 4.3.5 OUTRAS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO LINEAR

##### a) Interseção Angular



##### b) Trigonometria

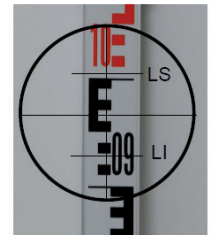
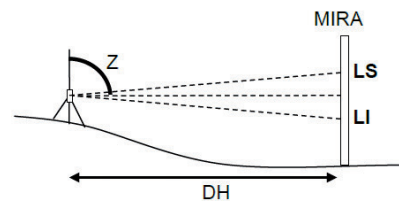


$$DV1 = DH \cdot \tan \alpha$$

$$DV1 = DH \cdot \tan \beta$$

$$DV = DV1 + DV2$$

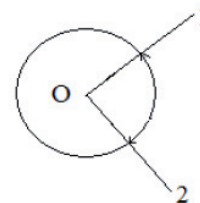
##### c) Estadimetria



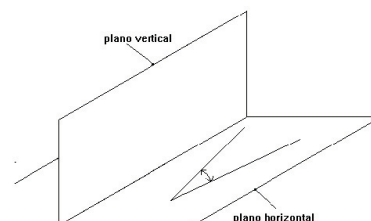
$$DH = 100 \cdot (LS - LI) \cdot \tan^2 Z$$

#### 5. Medição Angular Horizontal

Ângulo é o afastamento entre estas duas retas ao longo de uma circunferência.



Ângulo Horizontal é um ângulo formado sobre qualquer plano de referência horizontal.



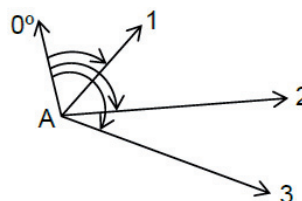
## 5.1 TIPOS DE ÂNGULOS

### 5.1.1 ÂNGULO LIDO

Ângulo Lido (L) é a leitura do ângulo horizontal realizada diretamente no instrumento. É a medição propriamente dita, onde o  $0^\circ$  pode estar para qualquer direção.

Exemplo:

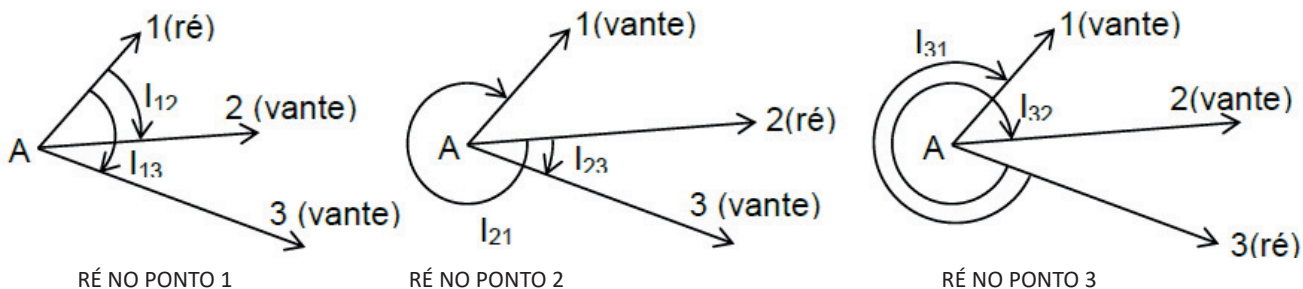
Estação Ocupada	Ponto Visado	Ângulo Lido(L)
A	1	$50^\circ 15' 20''$
	2	$75^\circ 25' 34''$
	3	$120^\circ 35' 49''$



### 5.1.2 ÂNGULO IRRADIADO

#### 5.1.2.1 Conceito

Ângulo Irradiado (I) é o ângulo horizontal formado a partir de uma direção visada de referência (visada à ré), até a direção dos pontos visados à frente (visada à vante).



#### 5.1.2.2 Cálculo Lido-Irradiado

O Ângulo Irradiado (I) é calculado a partir do Lido (L) pela expressão:  $I_{RV} = L_V - L_R$

Onde,  $I_{RV}$ : ângulo irradiado do ponto Ré para o Vante

$L_V$ : ângulo lido à vante

$L_R$ : ângulo lido à ré

Estação Ocupada Ponto Visado Ângulo Lido ( L )

#### EXEMPLOS

Tendo a caderneta abaixo, calcule os ângulos irradiados com as várias possibilidades de visada à ré.

Estação Ocupada	Ponto Visado	Ângulo Lido(L)
A	1	$50^\circ 15' 20''$
	2	$75^\circ 25' 34''$
	3	$120^\circ 35' 49''$

a) Com ré em 1:

$$I_{1-2} = 75^{\circ} 25' 34'' - 50^{\circ} 15' 20'' = 25^{\circ} 10' 14''$$

$$I_{1-3} = 120^{\circ} 35' 49'' - 50^{\circ} 15' 20'' = 70^{\circ} 20' 29''$$

b) Com ré em 2:

$$I_{2-3} = 120^{\circ} 35' 49'' - 75^{\circ} 25' 34'' = 45^{\circ} 10' 15''$$

$$I_{2-1} = 50^{\circ} 15' 20'' - 75^{\circ} 25' 34'' = -25^{\circ} 10' 14'' + 360^{\circ} = 334^{\circ} 49' 46''$$

c) Com ré em 3:

$$I_{3-1} = 50^{\circ} 15' 20'' - 120^{\circ} 35' 49'' = -70^{\circ} 20' 29'' + 360^{\circ} = 289^{\circ} 39' 31''$$

$$I_{3-2} = 75^{\circ} 25' 34'' - 120^{\circ} 35' 49'' = -45^{\circ} 10' 15'' + 360^{\circ} = 314^{\circ} 49' 45''$$

**EXERCÍCIOS**

4) Calcule os ângulos irradiados tendo a caderneta de campo abaixo.

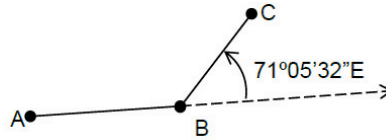
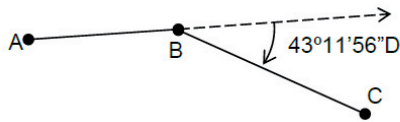
Estação Ocupada	Ponto Visado	Ângulo Lido(L)
M1	M2	216°42'04"
	M3	273°11'49"
	M4	38°00'15"

- a) com ré em M2
- b) com ré em M3
- c) com ré em M4

### 5.1.3 ÂNGULO DE DEFLEXÃO

#### 5.1.3.1 Conceito

Ângulo de deflexão ( $d$ ) é o ângulo horizontal formado a partir do prolongamento do alinhamento anterior até o alinhamento posterior. A deflexão pode ser à direita ou à esquerda (sendo identificado pelas letras E e D), e variam de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

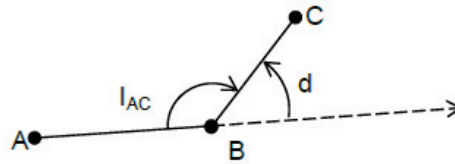
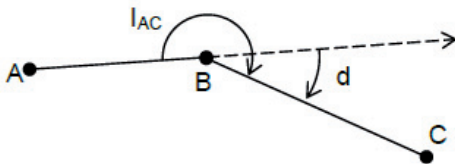


#### 5.1.3.2 Cálculo irradiado-deflexão

O ângulo de deflexão ( $d$ ) é calculado pela equação  $D = I - 180$

Onde,  $I$ : ângulo irradiado do ponto Ré para o Vante

Se  $d > 0$  a deflexão é à direita, se  $d < 0$  a deflexão é à esquerda.



#### EXEMPLOS

a) calcule os ângulos de deflexão sabendo os ângulos irradiados

$$I = 237^\circ 23' 45'' \rightarrow d = 237^\circ 23' 45'' - 180 \rightarrow d = 57^\circ 23' 45'' D$$

$$I = 59^\circ 52' 17'' \rightarrow d = 59^\circ 52' 17'' - 180 \rightarrow d = -120^\circ 07' 43'' \rightarrow d = 120^\circ 07' 43'' E$$

b) a partir da caderneta abaixo, calcule as deflexões

Estação Ocupada	Ponto Visado	Ângulo Lido (L)
J1	J0	$139^\circ 32' 11''$
	J2	$240^\circ 11' 49''$
J2	J1	$225^\circ 33' 26''$
	J3	$99^\circ 17' 00''$

$$I_{J0-J2} = 240^\circ 11' 49'' - 139^\circ 32' 11'' \rightarrow I_{J0-J2} = 100^\circ 39' 38''$$

$$d_{J1} = 100^\circ 39' 38'' - 180 = -79^\circ 20' 22'' \rightarrow d_{J1} = 79^\circ 20' 22'' E$$

$$I_{J1-J3} = 99^\circ 17' 00'' - 225^\circ 33' 26'' = -126^\circ 16' 26'' + 360$$

$$I_{J1-J3} = 233^\circ 43' 34''$$

$$d_{J2} = 233^\circ 43' 34'' - 180 = d_{J2} = 53^\circ 43' 34'' D$$

**EXERCÍCIOS**

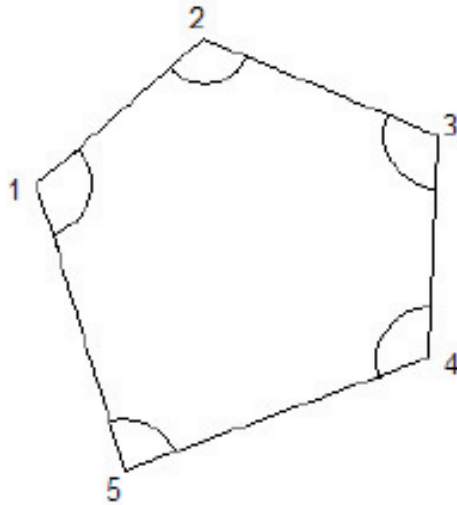
5) Calcule os ângulos irradiados a partir da caderneta de campo abaixo.

Estação Ocupada	Ponto Visado	Ângulo Lido(L)
B	A	$17^{\circ}57'32''$
	C	$234^{\circ}40'09''$
C	B	$347^{\circ}02'48''$
	D	$07^{\circ}21'36''$
D	C	$77^{\circ}21'47''$
	E	$311^{\circ}42'59''$

### 5.1.4 ÂNGULO INTERNO

#### 5.1.4.1 Conceito

São ângulos medidos entre dois alinhamentos topográficos, pelo lado interno a uma poligonal fechada (polígono). É obrigatório a existência de uma poligonal fechada (polígono). Variam de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



Até a década de 80 era muito medido em campo. Atualmente ele é calculado a partir dos azimutes.

#### 5.1.4.2 Fechamento

Para verificar se os ângulos internos de um polígono estão consistentes, pode-se verificar o fechamento adotando a equação  $\Sigma < i = 180 \cdot (n - 2)$

Onde, n: número de vértices

< i: ângulo interno

#### EXEMPLO

Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

Vértice	Ângulo interno
1	$78^\circ 21' 32''$
2	$100^\circ 33' 19''$
3	$302^\circ 00' 37''$
4	$41^\circ 58' 45''$
5	$118^\circ 03' 21''$
6	$79^\circ 02' 39''$

$$\Sigma < i = 180 \cdot (n - 2) = 180 \cdot (6 - 2) = 180 \cdot 4 \rightarrow \Sigma < i = 720^\circ$$

$$\Sigma < = 720^\circ 00' 13''$$

$$\text{Erro angular} = +13''$$

**EXERCÍCIOS**

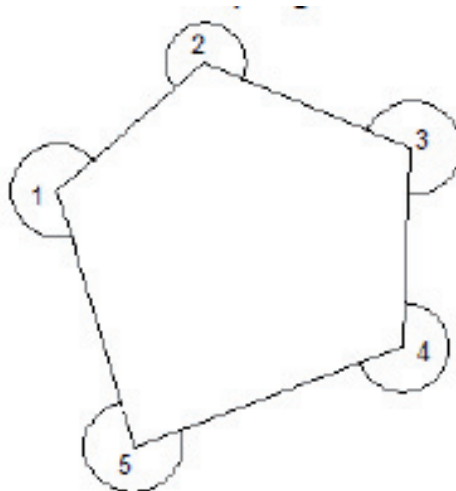
6) Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

Vértice	Ângulo interno
1	$73^{\circ}28'08''$
2	$230^{\circ} 14'10''$
3	$82^{\circ} 09'11''$
4	$66^{\circ} 59'30''$
5	$87^{\circ} 08'22''$

### 5.1.5 ÂNGULO EXTERNO

#### 5.1.5.1 Conceito

São ângulos medidos entre dois alinhamentos topográficos, pelo lado externo a uma poligonal fechada (polígono). É obrigatório a existência de uma poligonal fechada. Variam de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



#### 5.1.5.2 Cálculo interno-externo

Para calcular o ângulo externo a partir do ângulo interno adota-se a equação

$$\angle e = 360 - \angle i$$

Onde  $\angle e$  é o ângulo externo

Para calcular o ângulo interno a partir do ângulo externo adota-se a equação

$$\angle i = 360 - \angle e$$

#### EXEMPLO

a) Calcule os ângulos externos em função dos ângulos internos:

Vértice	Ângulo interno	
1	$73^\circ 28' 08''$	$\angle e_1 = 360 - 73^\circ 28' 08'' = 286^\circ 31' 52''$
2	$230^\circ 14' 10''$	$\angle e_2 = 360 - 230^\circ 14' 10'' = 129^\circ 45' 50''$
3	$82^\circ 09' 11''$	$\angle e_3 = 360 - 82^\circ 09' 11'' = 277^\circ 50' 49''$
4	$66^\circ 59' 30''$	$\angle e_4 = 360 - 66^\circ 59' 30'' = 293^\circ 00' 30''$
5	$87^\circ 08' 22''$	$\angle e_5 = 360 - 87^\circ 08' 22'' = 272^\circ 50' 38''$

b) Calcule os ângulos internos conhecendo os ângulos externos e verifique o fechamento angular:

$$\angle i_1 = 360 - 300^\circ 21' 34'' = 59^\circ 38' 26''$$

$$\angle i_2 = 360 - 244^\circ 03' 12'' = 115^\circ 56' 48''$$

$$\angle i_3 = 360 - 355^\circ 35' 11'' = 4^\circ 24' 49''$$

$$\Sigma \angle i = 180 \cdot (n-2) = 180 \cdot (3-2) = 180.1 \rightarrow \Sigma \angle i = 180^\circ$$

$$\Sigma \angle e = 180^\circ 00' 03'' \rightarrow \text{erro angular} = +3''$$

**EXERCÍCIOS**

7) Calcule o fechamento dos ângulos internos do polígono abaixo:

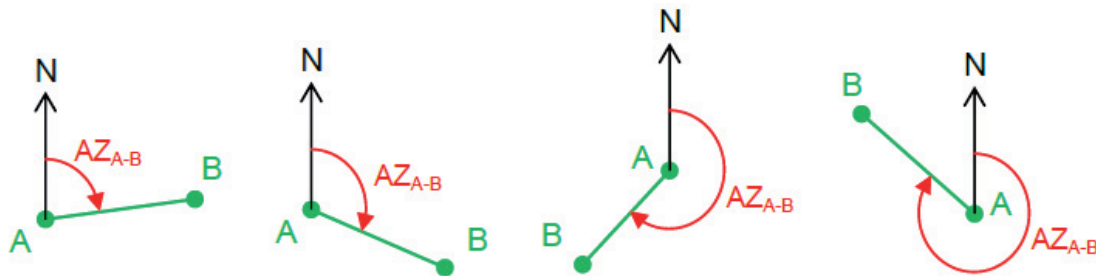
Vértice	Ângulo externo
1	$270^{\circ}03'41''$
2	$270^{\circ}00'58''$
3	$269^{\circ}54'22''$
4	$270^{\circ}01'04''$

### 5.1.6 ORIENTAÇÃO

Em Ciências Geodésicas, a medida de direção consiste em determinar uma direção única, fixa e imutável, no terreno, capaz de ser reconstituída em qualquer época; a esta direção são referidas todas as medidas de um levantamento, com o objetivo de garantir a uniformidade na representação, isto é, garantir que os elementos nelas constantes ocupem posições relativas semelhantes, de forma que uma representação possa ser acoplada a outras, mesmo que executadas em épocas diferentes. Esta direção chamamos de orientação.

#### 5.1.6.1 Azimute

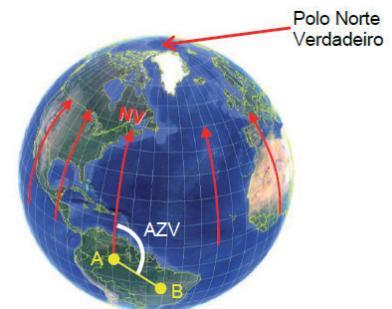
Chama-se azimute de um alinhamento, o ângulo formado a partir da direção Norte (magnético, verdadeiro, quadrícula ou arbitrário) no sentido horário até chegar no alinhamento. Ele varia de  $0^\circ$  à  $360^\circ$ .



##### 5.1.6.1.1 Norte verdadeiro

O Polo Norte Verdadeiro (ou Geográfico) é um ponto definido pelo cruzamento do eixo de rotação da terra com sua superfície no hemisfério norte. Portando o Norte verdadeiro é uma direção que parte do ponto topográfico até o polo norte verdadeiro e que coincide com a direção dos meridianos.

O Azimute Verdadeiro (AZV) é o ângulo que tem como referência o Norte verdadeiro. Ele é utilizado em Topografia para cálculos das coordenadas locais (X, Y).

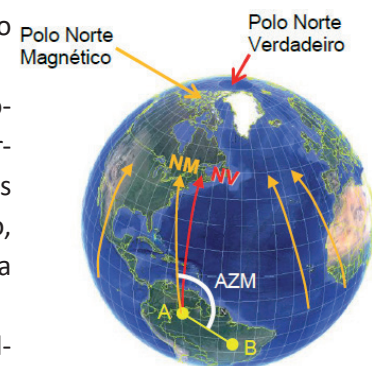


##### 5.1.6.1.2 Norte magnético

O Polo Norte Magnético é um ponto onde se concentra um enorme campo magnético. Não coincide com o Polo Norte Verdadeiro.

A direção do norte magnético é o alinhamento definido pelo ponto topográfico e o Polo Norte Magnético, indicada pelas agulhas das bússolas. A única forma de medir um azimute magnético em campo é utilizando uma bússola. Estas medições com bússola servem apenas para uma orientação expedita em campo, pois facilmente temos interferências magnéticas que alteram a direção da bússola (relógio no pulso, redes elétricas, objetos metálicos, etc).

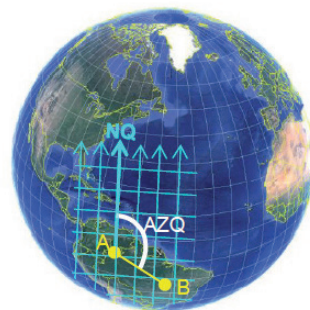
Obs.: Devido à significativa variação da ordem de minutos de arco anualmente deste polo ao longo dos anos, torna-se necessário o registro em campo da data observada do azimute.



### 5.1.6.1.3 Norte de quadricula

As direções norte-sul convergem para os polos, tanto no verdadeiro como no magnético. Na projeção UTM, por exemplo, estas direções são representadas paralelamente ao meridiano central do sistema (linha reta) que representa a direção norte-sul da quadricula.

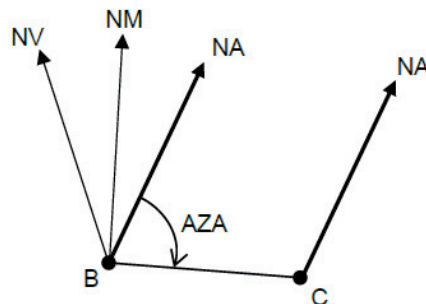
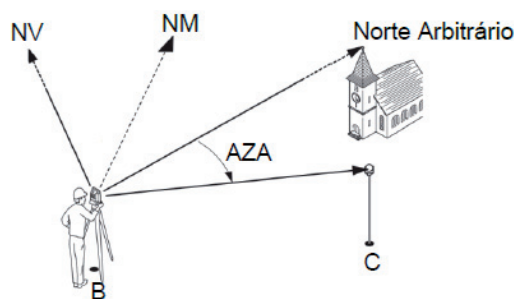
O azimute de quadricula é utilizado em Geodésia para o cálculo das coordenadas planas das projeções TM.



### 5.1.6.1.4 Norte arbitrário

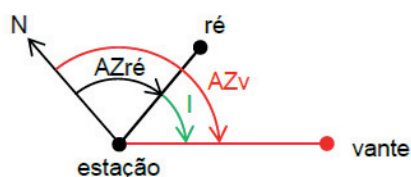
Em alguns casos, principalmente em obras, o uso de norte arbitrário é bastante conveniente para melhor orientação em campo.

A direção definida como Norte Arbitrário passa a ser paralela em qualquer local dentro do sistema.



### 5.1.6.1.5 Cálculo irradiado-azimute

#### 5.1.6.1.5 Cálculo irradiado-azimute



$$AZv = AZré + I$$

Onde o  $AZv$  é o azimute à vante.

Se  $AZv > 360$ ,  $AZv = AZv - 360$

### EXEMPLOS

Calcule os azimutes à vante com os dados abaixo

a)  $AZré = 136^\circ 22' 17''$

$I = 208^\circ 04' 56''$

$AZv = 136^\circ 22' 17'' + 208^\circ 04' 56''$

$AZv = 344^\circ 27' 13''$

b)  $AZ_{AB} = 348^\circ 35' 08''$

Estação: A

$L_B = 167^\circ 19' 44''$

$L_{45} = 309^\circ 30' 01''$

$I_{45} = 309^\circ 30' 01'' - 167^\circ 19' 44'' = 142^\circ 10' 17''$

$AZ_{A-45} = 348^\circ 35' 08'' + 142^\circ 10' 17'' = 490^\circ 45' 25''$

$AZ_{A-45} = 130^\circ 45' 25''$

**EXERCÍCIOS**

8) Calcule os azimutes à vante com os dados abaixo

a) Calcule os azimutes dos pontos a partir do P1 conhecendo  $AZ_{P1-T14} = 56^\circ 43' 30''$

Estação ocupada	Ponto Visado	Ângulo externo
P1	T14	$45^\circ 18' 33''$
	1	$119^\circ 53' 02''$
	2	$209^\circ 41' 18''$
	3	$19^\circ 20' 21''$

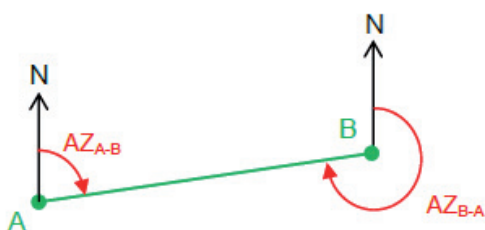
b) Sabendo que  $AZ_{M1-M2} = 260^\circ 41' 59''$  calcule  $A_{ZM1-M3}$  e  $AZ_{M1-M4}$  do exercício 4a.

c) Calcule os azimutes dos pontos medidos conhecendo  $AZ_{R7-R3} = 318^\circ 34' 03''$  Estação Ocupada Ponto Visado Ângulo

Estação ocupada	Ponto Visado	Ângulo externo
R7	R4	$0^\circ 52' 00''$
	R3	$304^\circ 33' 42''$
	R2	$90^\circ 14' 55''$
	R1	$199^\circ 00' 18''$

**5.1.6.1.6 Contra-azimute**

Contra azimute e o azimute no sentido contrário do alinhamento.



$$AZ_{BA} = AZ_{AB} \pm 180$$

Condições para usar + ou - :

Se  $AZ_{AB} < 180^\circ$  então  $AZ_{BA} = AZ_{AB} + 180$

Se  $AZ_{AB} \geq 180^\circ$  então  $AZ_{BA} = AZ_{AB} - 180$

**EXEMPLOS**

Calcule os Contra-azimutes dos alinhamentos

a)  $AZ_{A-B} = 34^\circ 18' 05''$

$$A_{ZB-A} = A_{ZA-B} + 180 = 34^\circ 18' 05'' + 180$$

$$AZ_{B-A} = 214^\circ 18' 05''$$

b)  $AZ_{M1-30} = 337^\circ 45' 52''$

$$AZ_{30-M1} = AZ_{M1-30} - 180 = 337^\circ 45' 52'' - 180$$

$$AZ_{30-M1} = 157^\circ 45' 52''$$

## EXERCÍCIOS

9) Calcule os Contra-azimutes dos alinhamentos

a)  $AZ_{H-I} = 123^{\circ}28'04''$

b)  $AZ_{P4-P5} = 11^{\circ}15'24''$

c)  $AZ_{65-12} = 278^{\circ}55'11''$

d)  $AZ_{T-Z} = 327^{\circ}41'29''$

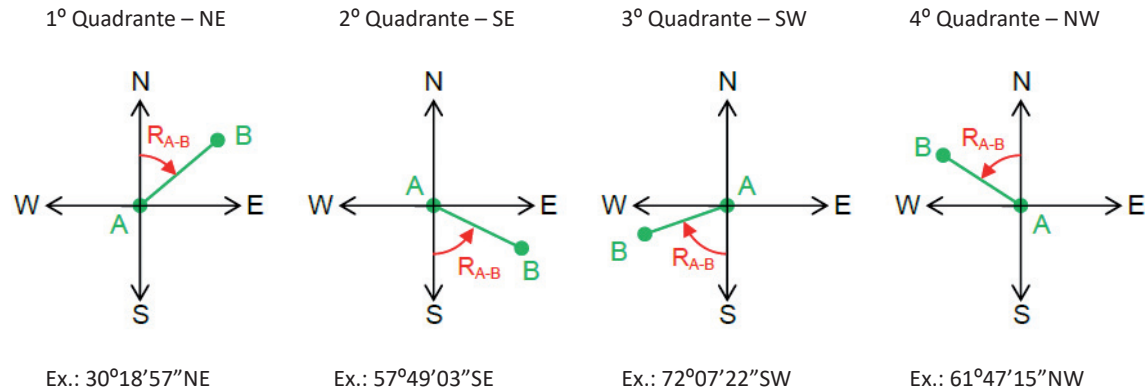
e)  $AZ_{J13-7} = 90^{\circ}00'00''$

f)  $AZ_{A-B} = 0^{\circ}00'00''$

### 5.1.6.2 Rumo

#### 5.1.6.2.1 Conceito

Rumo é o ângulo a partir do Norte ou do Sul, variando de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  no sentido horário ou anti-horário. Na notação do rumo é obrigatória a indicação do quadrante (NE, SE, SW ou NW).



#### 5.1.6.2.2 Cálculo rumo-azimute

1º Quadrante – NE	2º Quadrante – SE	3º Quadrante – SW	4º Quadrante – NW
$AZ = R$	$AZ = 180 - R$	$AZ = 180 + R$	$AZ = 360 - R$

#### EXEMPLO

Converter rumos em azimutes

a) $R = 30^\circ 18' 57''$ NE	b) $R = 57^\circ 49' 03''$ SE	c) $R = 72^\circ 07' 22''$ SW	d) $R = 61^\circ 47' 15''$ NW
$AZ = R$	$AZ = 180 - R$	$AZ = 180 + R$	$AZ = 360 - R$
$AZ = 30^\circ 18' 57''$	$AZ = 180 - 57^\circ 49' 03''$	$AZ = 180 + 72^\circ 07' 22''$	$AZ = 360 - 61^\circ 47' 15''$
	$AZ = 122^\circ 10' 57''$	$AZ = 252^\circ 07' 22''$	$AZ = 298^\circ 12' 45''$

## EXERCÍCIOS

10) Converter rumos em azimutes

a)  $R=30^{\circ}18'57''NW$

b)  $R=57^{\circ}49'03''SW$

c)  $R=72^{\circ}07'22''NE$

d)  $R=61^{\circ}47'15''SE$

## 5.2 GONIÔMETROS

Goniômetros são instrumentos que medem ângulos sobre um plano (horizontal, vertical ou inclinado) chamado limbo. Entre eles estão instrumentos simples como o transferidor e complexos como uma estação total.

### 5.2.1 BÚSSOLA

Inventada pelos Chineses em 2000 a.C. e historicamente usada para navegação, a bússola possui um campo magnético que é levemente atraído pelo campo magnético da terra que chamamos de polo magnético. A partir desta direção, pode-se ler o ângulo em relação ao norte como o azimute ou o rumo.

#### 5.2.1.1 Tipos

##### 5.2.1.1.1 Mecânica

A bússola mecânica utiliza uma agulha imantada para apontar a direção do norte. Com um limbo graduado em graus, pode-se medir o azimute diretamente na direção requerida. O uso da bússola nivelada é fundamental para seu perfeito funcionamento, pois a agulha deve se mover livre sobre um eixo devidamente equilibrada ou flutuando num ambiente com água.



Bússola de Geólogo

Fonte: <http://www.brunton.com/>



Bússola de orientação

Fonte: [www.silvacompass.com/](http://www.silvacompass.com/)



Bússola de lente

Fonte: [www.silvacompass.com/](http://www.silvacompass.com/)

##### 5.2.1.1.2 Digital

A bússola digital não possui uma agulha imantada, mas o campo magnético é gerado por duas bobinas que medem a direção do campo magnético. Existem bússolas digital que funcionam em 3 eixos permitindo que ela seja usada fora de nível o que é uma grande vantagem para uso em campo.

Com o avanço dos smartphones, ela está disponível em diversos modelos, sendo bem acessível hoje em dia. Também se pode encontrar a bússola magnética nos receptores GPS de navegação e relógios de pulso. Existem no mercado algumas mini-estações meteorológicas que além de bússola digital também

possuem barômetro (importante para medir pressão atmosférica para as medições de distância com estação total).



Bússola Digital

Fonte: [www.KeepShooting.com/](http://www.KeepShooting.com/)

Bússola no relógio

Fonte: [www.casio.com](http://www.casio.com)

Bússola no GPS

Fonte: [www.garmin.com](http://www.garmin.com)

Bússola no celular

Fonte: [www.apple.com](http://www.apple.com)

### 5.2.1.2 Erros

As bússolas possuem precisão que varia de poucos graus ( $2^{\circ}$ - $3^{\circ}$ ) até muitos graus ( $10$ - $15^{\circ}$ ) dependendo do modelo. Além da precisão inerente ao equipamento, influências do campo magnético externo à bússola influenciam e muito a detecção do norte magnético. Elementos com composição metálica ou com energia (elétrica ou magnética) são potenciais causadores de interferências como: linhas de transmissão, veículos, relógios, celulares, marretas, rochas com composição metálica, etc.

Uma grande vantagem da bússola digital é que elas possuem calibração, permitindo identificar os campos magnéticos do ambiente e compensá-los. Por este motivo, sempre que necessitar usar uma bússola digital, é necessário calibrá-la. A calibração consiste em movimentá-la sobre seus eixos conforme orientação do fabricante.

Por este motivo, a bússola serve somente para orientação em campo de forma expedita, sem alcançar a precisão angular necessária aos levantamentos topográficos.

Para uma orientação mais precisa em relação ao norte, utilizaremos o georreferenciamento utilizando posicionamento por satélites (GNSS), assunto este que será tratado nas unidades curriculares de Geodésia e GNSS.

### 5.2.1.3 Medições em campo

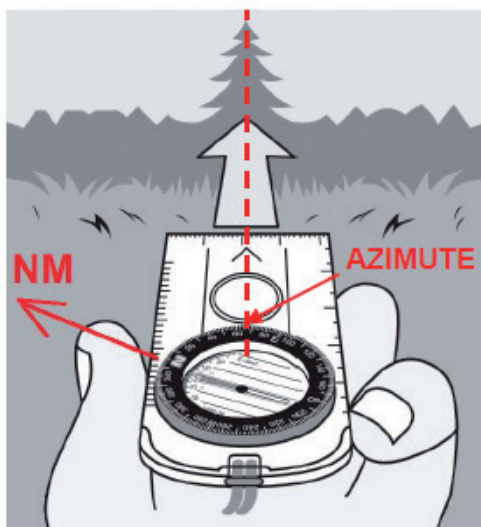


Partes da bússola

Fonte [www.ospirikas.com.br/](http://www.ospirikas.com.br/)

Visada no alvo

Fonte: [www.shtfblog.com](http://www.shtfblog.com)



Como utilizar bússola mecânica  
Fonte: adaptado de [www.silvacompass.com/](http://www.silvacompass.com/)

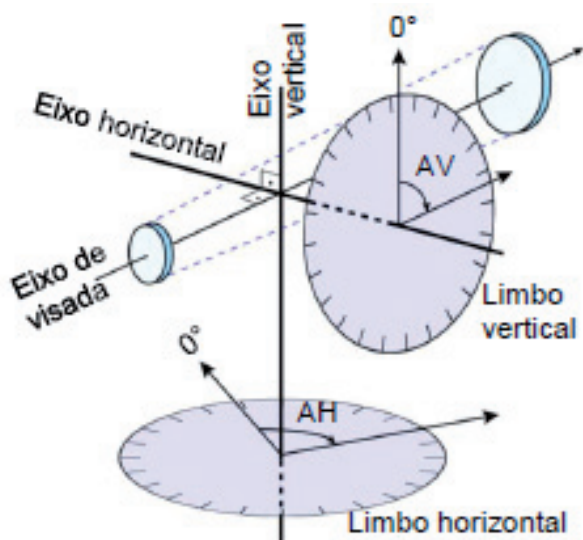


Como utilizar bússola mecânica  
Fonte: <http://altamontanha.com/>

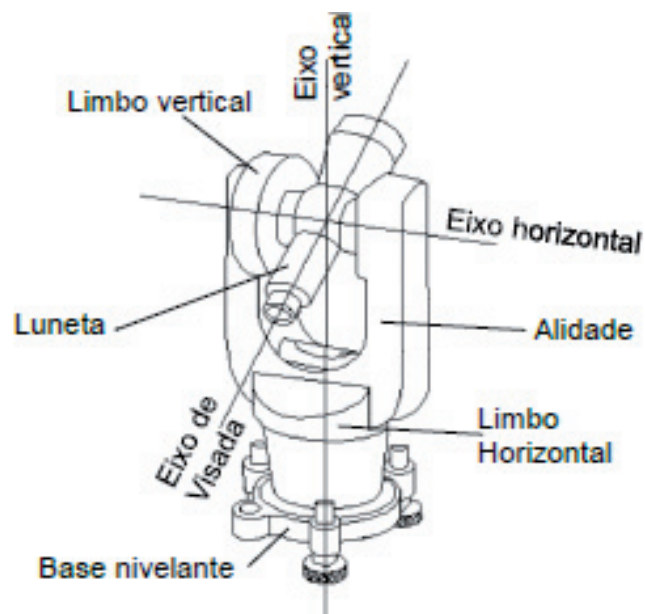
### 5.2.2 TEODOLITO

Equipamento destinado para medição de ângulos horizontais (AH) e verticais (AV) através de limbos. Possui uma luneta (eixo de visada) com conjunto de lentes para visualizar mais detalhes.

Atualmente os teodolitos não são mais utilizados pela baixa produtividade. Em pouquíssimos casos o uso do teodolito se justifica, como ocorre na topografia industrial.



Esquema básico de um teodolito  
Fonte: adaptado de Fred the Oyster



Esquema básico de um teodolito

Esquemáticamente os teodolitos são construídos entorno de três eixos característicos: Eixo Vertical ou Eixo Principal, Eixo Horizontal ou Eixo Secundário e Eixo de Visada ou Eixo Óptico.

A principal parte do teodolito chama-se alidade, que é o corpo do equipamento propriamente dito que gira em torno do Eixo Vertical para fazer a medição dos ângulos horizontais. O Eixo Horizontal é o eixo em que a luneta gira para fazer a medição dos ângulos verticais. O Eixo de Visada é o eixo óptico da luneta.



Teodolito Digital

Fonte: Nikon



Teodolito Óptico Mecânico

Fonte: Leica

Independentemente do tipo os teodolitos são compostos basicamente de:

- a ) Uma base nivelante com parafusos calantes e nível de bolha circular;
- b ) Um limbo graduado para medição do ângulo horizontal;
- c ) A alidade, que gira sobre o limbo horizontal e que contém o limbo vertical e o nível tubular;
- d ) Uma luneta que contém o sistema de lentes;
- e ) Parafusos de fixação dos movimentos e de chamada (ou ajuste fino).

Os teodolitos são classificados segundo a precisão nominal definida pelo fabricante seguindo a norma DIN 18723, conforme Tabela a seguir:

Classe	Desvio-padrão
1 – Precisão Baixa	$\leq \pm 30''$
2 – Precisão Média	$\leq \pm 30''$
3 – Precisão Alta	$\leq \pm 30''$

Classificação dos teodolitos segundo a NBR 13133/1994

Fonte: ABNT NBR 13133/1994

### 5.2.3 ESTAÇÃO TOTAL

As estações totais são basicamente teodolitos com distanciômetros integrados, que permitem o registro eletrônico dos dados. Surgido na década de 80, se popularizou na década de 90 e hoje é o equipamento básico de topografia.

O sistema de medição angular é exatamente o mesmo dos teodolitos digitais, assim como seus componentes básicos também.

Como característica física, a luneta a diferencia dos teodolitos, onde dentro dela estão todos os componentes do distanciômetro (emissor e receptor do sinal).



Luneta do Teodolito e Estação Total

Fonte: [www.topcon.com](http://www.topcon.com)

Assim como os teodolitos, as estações totais também são classificadas segundo a precisão nominal definida pelo fabricante seguindo a norma DIN 18723, conforme Tabela a seguir:

Classe	Desvio-padrão angular	Desvio-padrão angular
1 – Precisão Baixa	$\leq \pm 30''$	$\leq \pm (5\text{mm} + 10\text{ppm})$
2 – Precisão Média	$\leq \pm 7''$	$\leq \pm (5\text{mm} + 5\text{ppm})$
3 – Precisão Alta	$\leq \pm 2''$	$\leq \pm (3\text{mm} + 3\text{ppm})$

Classificação das estações totais segundo a NBR 13133/1994

Fonte: ABNT NBR 13133/1994

### 5.2.3.1 Erros

Nas operações de medição angular, desde a instalação do instrumento no vértice até a leitura do ângulo, uma série de erros pode ocorrer. Dentre as principais fontes que dão origem a erros, destacamos:

a) Erros de Centragem: Centragem é a coincidência do eixo vertical do instrumento com o ponto topográfico. Quando a estação total não está centrada, os ângulos horizontais não estarão corretos. Para garantir a centragem é necessário que o prumo óptico e as bolhas (circular e tubular) estejam ajustados, e o procedimento de instalação esteja correto. Mesmo a baliza ou o bastão devem estar bem centrados no ponto, garantindo que eles representem o ponto topográfico elevado;

b) Desnívelamento: O nivelamento da estação total é muito importante para que o limbo onde será medido o ângulo horizontal realmente esteja na horizontal. Portanto as bolhas circular e tubular deve estar ajustadas, garantido que o eixo vertical do instrumento realmente esteja na vertical. As estações totais possuem compensadores que devem estar ligados para que pequenos desnívelamentos, sejam compensados nos ângulos medidos;

c) Imagem e retículo fora de foco: O ajuste da imagem ou ajuste de foco que tem por fim fazer a coincidência do plano do retículo e do plano da imagem do objeto visado com o plano focal comum à objetiva e à ocular. O ajuste do foco inicia-se pela focalização dos retículos e depois do objeto. Deve-se sempre checar se a luneta está bem focalizada, para evitar o problema denominado de paralaxe de observação;

d) **Paralaxe de observação:** Dependendo da acuidade visual de cada observador, podemos ter o fenômeno de paralaxe. Para verificar se está ocorrendo este fenômeno deve-se mover a cabeça para cima e para baixo, para a direita e esquerda, sempre observando pela ocular. Quando destes movimentos, verificando-se que os fios do retículo se movem em relação a imagem, então existe uma paralaxe de observação e, neste caso, a pontaria dependerá da posição do observador. Para minimizar este efeito, recomenda-se observar o mais próximo da ocular possível e buscar fazer as visadas sempre nesta mesma posição; Erro de Colimação: o erro de colimação é a falta de alinhamento do eixo de visada com o ponto visado;

f) **Falta de verticalidade da baliza/bastão:** a falta de verticalidade da baliza ou do bastão, produz erros maiores quanto mais alto do ponto for feita a visada. Por este motivo, recomenda-se sempre fazer as visadas o mais próximo possível do ponto.

g) **Graduação Variável do Limbo:** os limbos possuem uma determinada acurácia e sua graduação sofre variações que, apesar de aceitáveis, podem se acumular quando utilizamos sempre a mesma parte do limbo;

h) **Erro de índice:** é o erro angular vertical resultante da falta de verticalidade do eixo vertical provocado pela falta de ajuste do nível tubular ou circular;

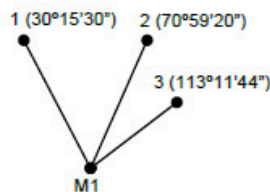
i) **Refração:** a visada em ambientes com reverberação ou através de vidros, são expressamente proibidos. Estes ambientes possuem índice de refração muito diferentes da atmosfera, produzindo erros angulares que podem ser muito grandes;

j) **Registro errado dos dados:** erros grosseiros podem ser evitados com maior atenção na leitura e na anotação. Com o registro eletrônico dos dados medidos, este erro foi eliminado.

### 5.2.3.2 Leitura Posição Direta

A Leitura Direta consiste em fazer a leitura do ângulo lido diretamente nas direções, com a luneta na posição direta.

ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZONTAL
A	1	30°15'30"
	2	70°59'20"
	3	113°11'44"



Com os ângulos lidos em campo, calcula-se os ângulos irradiados.

Neste método os erros de graduação do limbo, imperícia do operador e colimação são assumidos integralmente nos ângulos sem nenhuma eliminação ou minimização.

### 5.2.3.3 Leituras Conjugadas PD e PI

O método de leituras conjugadas visa medir o ângulo no lado oposto do limbo usando as duas posições possíveis da luneta: posição direta (PD) e posição inversa (PI).

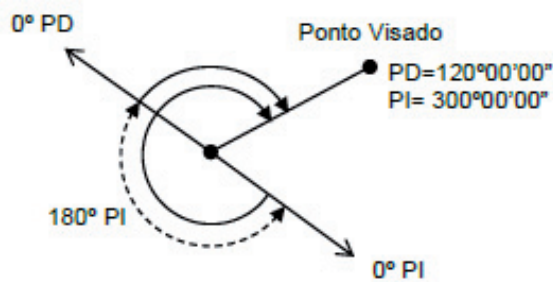


Luneta na Posição Direta



Luneta na Posição Inversa

Este método minimiza os erros de colimação e da graduação do limbo, assim como elimina o erro de centragem do eixo de visada com o eixo vertical.



A diferença angular entre PD e PI deveria ser 180°, mas devido à erros do instrumento e colimação, não será exatamente 180°. Estes erros serão minimizados fazendo uma média das leituras após transformar PI em PD. A fórmula para o cálculo do ângulo lido (L) é:

$$L = \frac{PI \pm 180 + PD}{2}$$

Se  $PI > PD$ , usa-se  $PI - 180$ , caso contrário usa-se  $PI + 180$

Tendo os ângulos lidos, pode-se calcular os ângulos irradiados.

### EXEMPLO

Calcular o ângulo lido médio

a)  $PD = 134^{\circ}10'17''$

$PI = 314^{\circ}10'28''$

$$L = \frac{(314^{\circ}10'28'' - 180) + 134^{\circ}10'17''}{2}$$

$$L = \frac{268^{\circ}20'45''}{2} = 134^{\circ}10'23''$$

b)  $PD = 263^{\circ}45'59''$

$PI = 83^{\circ}46'13''$

$$L = \frac{(83^{\circ}46'13'' + 180) + 263^{\circ}45'59''}{2}$$

$$L = \frac{527^{\circ}32'12''}{2} = 263^{\circ}46'06''$$

## EXERCÍCIOS

11) Com as leituras conjugadas abaixo, calcular o ângulo lido médio.

a) PD=  $37^{\circ}00'47''$

b) PD=  $179^{\circ}59'55''$

PI =  $217^{\circ}00'53''$

PI =  $0^{\circ}00'09''$

c) PD=  $359^{\circ}59'52''$

d) PD=  $0^{\circ}00'00''$

PI =  $0^{\circ}00'23''$

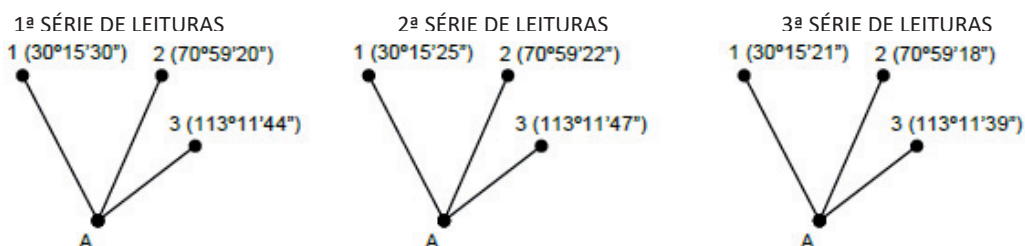
PI =  $359^{\circ}59'57''$

### 5.2.3.4 Método de repetição

O método de repetição visa a minimização de erros de colimação.

Consiste em repetir a medição angular na posição direta da luneta.

Cada sequência de leituras nos pontos, chamamos de “série de leituras”.



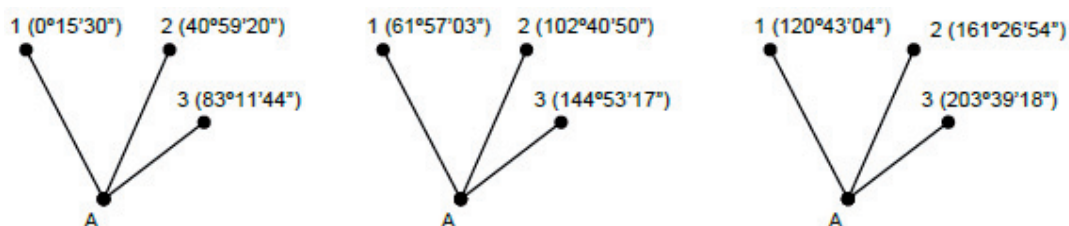
ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZONTAL
A	1	30° 15' 30"
	2	70° 59' 20"
	3	113° 11' 44"
	1	30° 15' 25"
	2	70° 59' 22"
	3	113° 11' 47"
	1	30° 15' 21"
	2	70° 59' 18"
	3	113° 11' 39"

Para cada série de leituras, poderemos definir quem será a visada à ré e calcular os ângulos irradiados. Tendo os ângulos irradiados de cada série, calcula-se o ângulo médio, desvio-padrão de uma observação e o desvio-padrão da média.

### 5.2.3.5 Método de Reiteração

Consiste em medir o ângulo mais de uma vez (várias séries), em posições diferentes do limbo. O intervalo das leituras no limbo horizontal na direção inicial chama-se intervalo de reiteração.

Para observação de “n” séries de leituras, o intervalo de reiteração deve ser  $180^\circ/n$ . Como exemplo, se forem três séries de leituras, o intervalo de reiteração deve ser  $180^\circ/3 = 60^\circ$ , e a direção-origem deve ocupar no limbo horizontal do teodolito, posições nas proximidades de  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $120^\circ$ .



ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZONTAL
A	1	0°15'30"
	2	40°59'20"
	3	83°11'44"
	1	61°57'03"
	2	102°40'50"
	3	144°53'17"
	1	120°43'04"
	2	161°26'54"
	3	203°39'18"

Para que as leituras sejam feitas em diferentes posições do limbo, espaçadas pelo intervalo de reiteração, é necessário girar o limbo fisicamente. Nos equipamentos eletrônicos, isso só é possível soltando ele do tripé e cuidadosamente, girar sua base num ângulo próximo do intervalo de reiteração, pois o limbo está fixo em sua base.

Assim como no método de repetição, para cada série de leituras, poderemos definir quem será a visada à ré e calcular os ângulos irradiados. Tendo os ângulos irradiados de cada série, calcula-se o ângulo médio, desvio-padrão de uma observação e o desvio-padrão da média.

#### 5.2.3.6 Método das direções

De acordo com a NBR 13133 o método das direções consiste nas medições angulares horizontais com leituras conjugadas e reiteração, a partir de uma direção tomada como origem. A série consiste na observação sucessiva das direções, a partir da direção-origem. É, na prática, a junção dos métodos de repetição, leituras conjugadas e reiteração.

ESTAÇÃO	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZONTAL
A	1	0°15'30"
	1	180°15'37"
	2	40°59'20"
	2	220°59'21"
	3	83°11'44"
	3	263°11'44"
	1	61°57'03"
	1	241°56'55"
	2	102°40'50"
	2	282°41'01"
	3	144°53'17"
	3	324°53'11"
	1	120°43'04"
	1	300°42'45"
	2	161°26'54"
	2	341°27'09"
	3	203°39'18"
	3	23°39'19"

## 6. Sistemas de Unidades de Superfície

As medidas de área são derivadas das medidas lineares, expressando uma grandeza bidimensional. A unidade-base para medida de área é derivada do metro, sendo denominada metro quadrado.

Quando precisarmos ler ou escrever por extenso uma área que possui o seu valor fracionário, devemos indicá-la em décimos, ou centésimos, ou milésimos ou décimo de milésimo da sua unidade. Exemplo:  $12380,97\text{m}^2$  (doze mil, trezentos e oitenta metros quadrados e noventa e sete centésimos de metro quadrado). Alguns profissionais usam várias unidades (por exemplo, metros quadrados e centímetros quadrados), mas não devemos fazer isso para não gerar confusão.

### 6.1 UNIDADES MAIS COMUNS NO BRASIL

De acordo com a ABNT, a medida padrão utilizada em topografia, é o metro quadrado ( $\text{m}^2$ ). Porém o hectare (ha) e o quilômetro quadrado ( $\text{km}^2$ ) são muito utilizados no Brasil, principalmente em áreas rurais. Em algumas regiões ainda se perdura o uso do Alqueire em seus vários tamanhos, mas cada vez menos utilizado.

Para apresentação dos resultados, normalmente utilizamos a quantidade de casas decimais de acordo com a unidade:

$\text{m}^2 \rightarrow 2$  casas (exemplo:  $348,87\text{m}^2$ )

ha  $\rightarrow 4$  casas (exemplo:  $63,9031\text{ha}$ )

$\text{km}^2 \rightarrow 2$  casas (exemplo:  $27,56\text{km}^2$ )

### 6.2 CONVERSÃO ENTRE AS UNIDADES

UNIDADES MAIS USADAS	EQUIVALÊNCIA
Hectare(Há)	$10.000\text{m}^2$
Quilômetro quadrado ( $\text{km}^2$ )	$1.000.000\text{m}^2$ $100\text{ha}$

É muito comum encontrar alguém confundindo unidade linear com unidade de superfície. A unidade de superfície é elevada ao expoente de 2, ou seja, é a representação da multiplicação de duas unidades lineares. Portanto quando informamos que uma área possui  $1000\text{m}^2$ , isto não quer dizer que esta área é igual a  $1\text{km}^2$ , pois uma área de  $1\text{km}^2$  equivale a um quadrado de  $1\text{km}$  por  $1\text{km}$  e portanto possui  $1.000.000\text{m}^2$  ( $1.000\text{m} \times 1.000\text{m}$ ).

Por este motivo a escrita por extenso da área  $408,17\text{m}^2$  na forma “quatrocentos e oito metros quadrados e dezessete centímetros quadrados” está **COMPLETAMENTE ERRADA**. Se fossemos expressar os decimais do metro quadrado em centímetro quadrado ficaria assim:  $0,17\text{m}^2 = 1700\text{cm}^2$  o que pode gerar muita confusão. Por este motivo orienta-se que por extenso sejam expressadas

#### EXEMPLOS

Converter as unidades

a)  $130876,34\text{m}^2 \rightarrow \text{ha}$

$$10000\text{m}^2 = 1\text{ha}$$

$$130876,34\text{m}^2 = X\text{ha}$$

$$X = \frac{130876,34}{10000}$$

$$X = 13,0876\text{ha}$$

b)  $8,5632\text{ha} \rightarrow \text{m}^2$

$$1\text{ha} = 10000\text{m}^2$$

$$8,5632\text{ha} = X\text{m}^2$$

$$X = 8,5632 \cdot 10000$$

$$X = 85632,00\text{m}^2$$

c)  $435,12\text{km}^2 \rightarrow \text{ha}$

$$1\text{km}^2 = 100\text{ha}$$

$$435,12\text{km}^2 = X\text{ha}$$

$$X = 435,12 \cdot 100$$

$$X = 43512,0000\text{ha}$$

## EXERCÍCIOS

12) Escreva as áreas abaixo por extenso:

a.  $7218,23\text{m}^2$ : \_\_\_\_\_

b.  $218,289\text{ha}$ : \_\_\_\_\_

c.  $13,736\text{km}^2$ : \_\_\_\_\_

13) Faça a conversão das unidades:

a.  $4,19\text{ha} = \text{_____m}^2$

b.  $12,068\text{km}^2 = \text{_____m}^2$

c.  $734228,12\text{m}^2 = \text{_____ha}$

d.  $4307299\text{m}^2 = \text{_____km}^2$

e.  $1\text{km}^2 = \text{_____ha}$

### 6.3 TABELA DE UNIDADES ANTIGAS

SISTEMA ANTIGO	SISTEMA MÉTRICO
Palmo quadrado	0.0484m <sup>2</sup>
Vara quadrada	1.21m <sup>2</sup>
Braça quadrada	4.84m <sup>2</sup>
Corda quadrada	1.089m <sup>2</sup>
Quadra quadrada	17.424m <sup>2</sup>
Saco quadrado	48.400m <sup>2</sup>
Quarta quadrada	6.050m <sup>2</sup>
Jeira	1.936m <sup>2</sup>
Alqueire menor ou paulista	24.200m <sup>2</sup>
Alqueire geométrico ou mineiro	48.400m <sup>2</sup>
Alqueirão do NE mineiro	193.600m <sup>2</sup>
Alqueire de planta	30.250m <sup>2</sup>
Data de campo	2.722.500m <sup>2</sup>
Data de mato	5.445.000m <sup>2</sup>
Sesmaria de mato	10.890 m <sup>2</sup>
Sesmaria de campo	130.680 m <sup>2</sup>
Quadra de sesmaria	871.200 m <sup>2</sup>
Légua de sesmaria	430.560m <sup>2</sup>
Légua geográfica	30.864.000 m <sup>2</sup>
Milha quadrada	3.429.350 m <sup>2</sup>
Morgo ou morgen	2.500 m <sup>2</sup>

## 7. Coordenadas no Plano Topográfico

Plano topográfico é o plano horizontal criado pelo instrumento no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento.

O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem.

Todos os pontos de detalhe necessários à finalidade do levantamento, serão projetados neste plano, através dos ângulos horizontais e das distâncias horizontais.

### 7.1 PONTOS DE REFERÊNCIA

Para que possamos projetar os pontos de detalhes dos levantamentos topográficos num plano topográfico, muitas vezes são necessários materializar pontos de referência em campo que podemos classifica-los em:

- **Pontos de Apoio:** são os pontos que serão ocupados com os instrumentos ou usados como visadas à ré. É a partir deles que iremos medir os pontos de detalhes

do levantamento topográfico. Sua posição em campo é estratégica pois deve se perpetuar ao máximo para que a finalidade do levantamento seja atendida.

- **Pontos de detalhe:** São os pontos relevantes para atender a finalidade do levantamento topográfico. Muitas vezes os pontos de detalhe são elementos existentes em campo (muro, cerca, árvore, poste, etc) mas tem algumas situações que eles não existem em campo, sendo necessários materializá-los (vértice de imóveis de um loteamento, por exemplo).

#### 7.1.1 MATERIALIZAÇÃO DOS PONTOS

A materialização dos pontos de apoio deve atender a finalidade quanto à durabilidade, pois eles devem durar o máximo de tempo, sendo no mínimo o período da finalidade do levantamento.

##### 7.1.1.1 Piquete

Usado para materializações temporárias, ele é confeccionado em madeira dura com altura de 15 a 30cm e seção quadrada de 3 a 5cm. Deve ser cravado no solo e ficar exposto apenas 3 a 5cm. No seu centro, deve estar marcado o ponto topográfico com um prego (recomendado) ou furo. A pintura do piquete faz com que aumente a durabilidade dele em campo.



Piquete de madeira

Fonte: <http://equipedeobra.pini.com.br/>

##### 7.1.1.2 Estaca

Usada para materializações temporárias de pontos de detalhe ou para sinalizar o piquete (estaca testemunha), ela é confeccionado em madeira dura com altura de 40 a 100cm e seção retangular próxima de 3x5cm.

Deve ser cravada no solo e ficar exposto o máximo de altura.

Quando usada para sinalizar piquetes, deve estar dele à no máximo 50cm e ela deve ser cravada na direção dele.



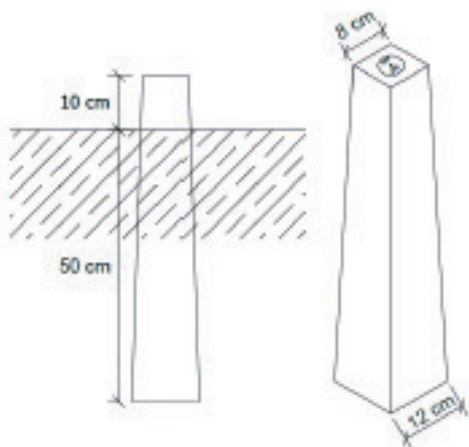
Estaca para identificar o piquete

Fonte: <http://equipedeobra.pini.com.br/>

#### 7.1.1.3 Marco de concreto

Materialização bem resistente às intempéries e muito usado hoje em dia. Sugere-se o traço 1:3:4:0,5 (cimento:areia:brita:água), sem ferragem, no formato tronco de pirâmide para dificultar o arrancamento. O Incra sugere as dimensões 8x12x60cm, que é bem esbelto e facilita o transporte. Mesmo assim, uma peça desta pesa mais de 15kg.

Sobre ele deve estar marcado o ponto topográfico através de chapa, parafuso ou pino.



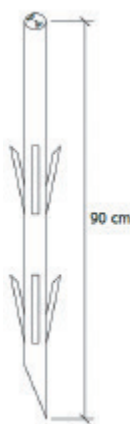
#### 7.1.1.4 Marco de pedra

Em desuso atualmente pelo alto custo, mas de alta resistência às intempéries, são pedras cortadas com faces irregulares não polidas para gerar atrito com o solo.



#### 7.1.1.5 Marco metálico

Haste metálica galvanizada. O Incra sugere o diâmetro de 50mm e altura de 90cm. Deve ter algum sistema que dificulte o arrancamento.



#### 7.1.1.6 Marco sintético

Material ou resina sintéticos (plástico ou epoxy). Tem como vantagem o peso para transporte. Sua durabilidade pode atingir facilmente os 300 anos, mas é pouco resistente ao fogo (não recomendado para áreas agricultáveis).



### 7.1.1.7 Pino ou parafuso

Elementos usados para cravar em juntas de calçadas e pisos ou em trincas do concreto. Devem ser em material resistente à intempéries como aço galvanizado ou inoxidável.

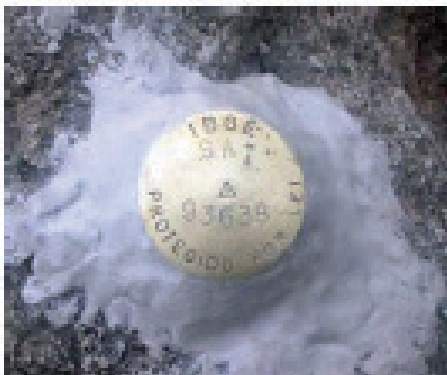


### 7.1.1.8 Pintura

Pintura com tinta tipo esmalte sintético diretamente sobre superfície rígida, como calçadas, pisos, rochas e marcos de concreto.

### 7.1.1.9 Chapa

Chapa de liga metálica não oxidante (alumínio, bronze, aço inoxidável, latão, etc) com impressão do ponto com o seu nome. Usada para fixação sobre elementos rígidos como marcos, calçada e rocha. Pode ser fixada com parafuso, chumbada no concreto ou colada com cola epoxy ou cola PU.



Marcadores para puncionar o nome do ponto

Fonte: <http://www.janzen.com.br/>

## 7.1.2 DOCUMENTAÇÃO

A documentação dos pontos topográficos é feita através da monografia.

## MONOGRAFIA DE VÉRTICES

Vértice: V xxxx / M xxxx	Vértice visado:	Projeto/Ano:
Estado:	Município:	Local:
Origem planimétrica:		Origem altimétrica:

## COORDENADAS

SIRGAS2000 (Época 2000,4)		SAD-69 2005	
Latitude (S):	Longitude (W):	Latitude(S):	Longitude (W):
UTM (N):	UTM (E):	UTM (N):	UTM (E):
Alt. Elip.(h):	Alt. Ort.(H)	Alt. Elip.(h):	Alt. Ort.(H)
MC:	Fuso:	MC:	Fuso:

## COORDENADAS DO PLANO TOPOGRÁFICO LOCAL

Origem do plano:	$\varphi =$	$\lambda =$	$X_p =$	$Y_p =$	$H =$
Referencial:	X:	Y:	Altitude ortométrica (H):		

## DESVIO PADRÃO MÉDIO APÓS AJUSTAMENTO

$\sigma_{Lat} =$	$\sigma_{Long} =$	$\sigma_{Alt} =$
------------------	-------------------	------------------

Descrição:

Chapa de alumínio com as seguintes inscrições: [CONTRATANTE]; [NOME OU NÚMERO DO PONTO]; PROTEGIDO POR LEI; NÃO DESTRUIR.

Itinerário: (EXEMPLO)

O M03 ALPHA=RN está localizado na calçada da Avenida Tenente Marques, 1747, em frente à Delegacia de Polícia Civil, ao lado de um telefone público, no bairro Pelvílio.

IMAGEM PANORÂMICA:



FOTO DO LOCAL:





### MONOGRAFIA DE PONTO TOPOGRÁFICO / GEODÉSICO

#### IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

Cidade:	Bairro:
Endereço:	Projeto:
Cliente:	Responsável técnico:

#### IDENTIFICAÇÃO DO PONTO

Nome do ponto:	Tipo de materialização:		
Método de determinação:			
Coordenadas e desvios-padrões:	Datum e sistema de projeção:		
	+/-		+/-
	+/-		+/-
	+/-		+/-

Descrição do ponto:

Itinerário:

MAPA DE LOCALIZAÇÃO	CROQUI

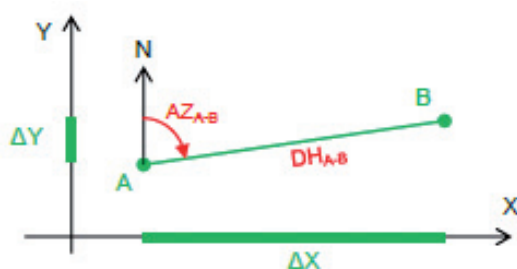
#### REGISTROS FOTOGRÁFICOS

--

Data do levantamento:

Data do processamento:

## 7.2 CÁLCULO DE COORDENADAS RETANGULARES



$$\Delta X_{AB} = \text{sen} AZ_{AB} \cdot DH_{AB}$$

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB}$$

$$\Delta Y_{AB} = \text{cos} AZ_{AB} \cdot DH_{AB}$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB}$$

### EXEMPLO

Calcule as coordenadas do ponto B:

$$X_A = 1000,0000 \quad Y_A = 2000,0000 \quad AZ_{AB} = 139^\circ 12' 46'' \quad DH_{AB} = 86,039$$

$$\Delta X_{AB} = \text{sen } 139^\circ 12' 46'' \cdot 86,039 = 56,2051 \rightarrow X_B = 1000,0000 + 56,2051 \rightarrow X_B = 1056,2051$$

$$\Delta Y_{AB} = \text{cos } 139^\circ 12' 46'' \cdot 86,039 = -65,1436 \rightarrow Y_B = 2000,0000 + (-65,1436) \rightarrow Y_B = 1934,8564$$

**EXERCÍCIOS**

14) Calcule as coordenadas:

a) Do ponto C usando  $AZ_{AC} = 318^{\circ}03'29''$  e  $DH_{AC} = 19,919$  e os dados do exemplo anterior.

b) Do ponto D usando  $AZ_{BD} = 241^{\circ}00'30''$  e  $DH_{BD} = 51,644$  e os dados do exemplo anterior.

### 7.3 CÁLCULO DE AZIMUTE E DISTÂNCIA ENTRE PONTOS

$$\Delta X_{AB} = X_B - X_A \quad \Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A \quad DH_{AB} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

$$AZ_{AB} = \arccos\left(\frac{\Delta Y_{AB}}{DH_{AB}}\right) \quad \text{Se } \Delta X_{AB} < 0, \text{ fazer } AZ = 360 - AZ$$

#### EXEMPLO

Calcular o azimute e distância do ponto M1 para M2.

PONTO	X	Y
M1	654,0276	5926,0731
M2	582,0411	5699,3482

$$DX_{M1-M2} = 582,0411 - 654,0276 = -71,9865$$

$$DY_{M1-M2} = 5699,3482 - 5926,0731 = -226,7249$$

$$DH_{M1-M2} = \sqrt{(-71,9865)^2 + (-226,7249)^2}$$

$$= DH_{M1-M2} = 237,879$$

$$AH_{M1-M2} = \arccos\left(\frac{-226,7249}{237,879}\right) = 162^\circ 23' 05''$$

Como  $DX_{M1-M2} < 0$ , então  $AZ_{M1-M2} = 360 - 162^\circ 23' 05'' \rightarrow AZ_{M1-M2} = 197^\circ 36' 55''$

**EXERCÍCIOS**

15) Calcular os azimutes e distâncias dos alinhamentos

a) P1-P2

PONTO	X	Y
P1	23862,0923	83021,3822
P2	24111,3561	82899,1021

b) R-J

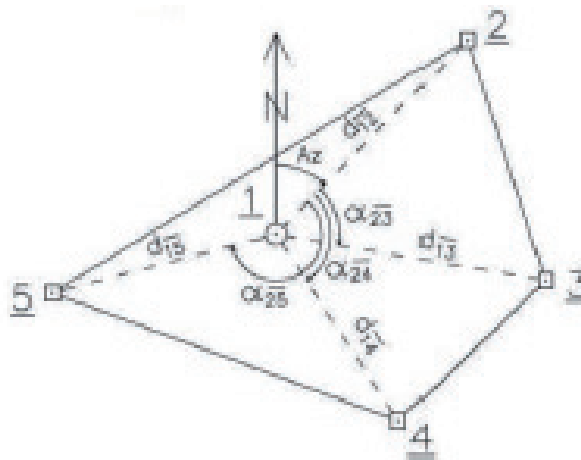
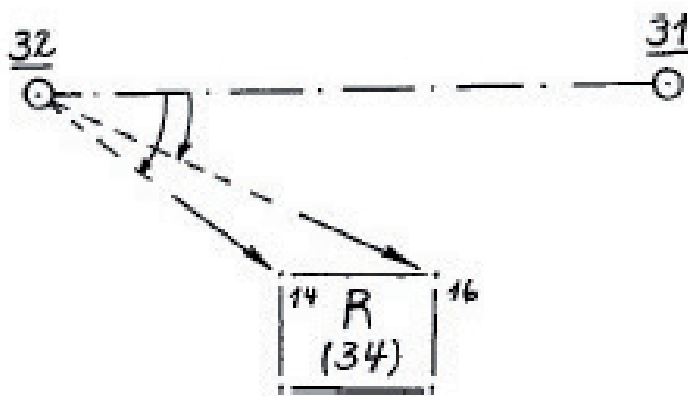
PONTO	X	Y
R	14052,0331	7902,2298
J	14382,9812	8032,1177

## 8. Levantamento de Detalhes

### 8.1 MÉTODO POLAR

#### 8.1.1 CONCEITO

Também conhecido como método de irradiação, o método polar consiste na determinação da direção e da distância de cada novo ponto a partir de uma estação conhecida (pólo). Desta forma, conhecendo-se as coordenadas plano-retangulares da estação e tomando-se uma direção como referência, mede-se os vetores a cada ponto de interesse fazendo-se o registro das coordenadas polares.



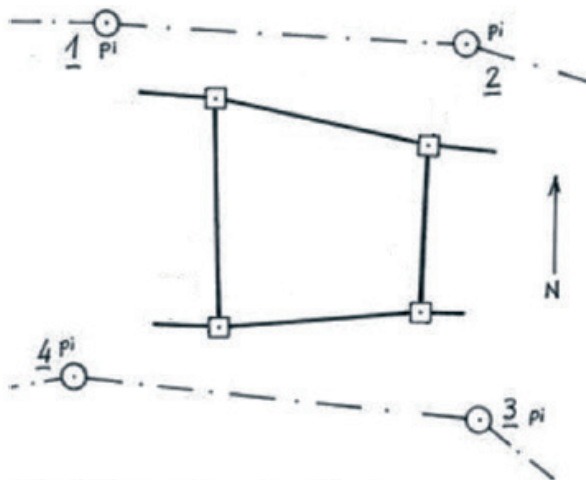
#### 8.1.2 INSTRUMENTOS

Para aplicação deste método deve-se dispor principalmente de um instrumento para medir ângulos (teodolito) e de um instrumento para medir distâncias (trenas ou distanciômetros eletrônicos). A Estação Total atualmente é o equipamento mais usado por efetuar os dois tipos de medições (angular e linear).

Além dos instrumentos acima citados utilizaremos: prismas, balizas, suportes para balizas, nível de cantoneira, piquetes, marreta, pregos, prancheta, formulários de croqui e/ou caderneta de campo, lápis, borracha, régua/gabarito, calculadora.

#### 8.1.3 CROQUI

O croqui pode ser confeccionado parte antes do levantamento e complementado durante a execução do mesmo, ou confeccionado totalmente durante o levantamento. Para a anotação de caracteres alfa-numéricos no croqui, deve ser empregada a caligrafia técnica assim como o uso de sinais convencionados. O uso de um gabarito propicia um croqui de melhor qualidade embora o seu uso não seja obrigatório. Consulte a apostila de Desenho Técnico para ver os procedimentos para elaboração de croqui.



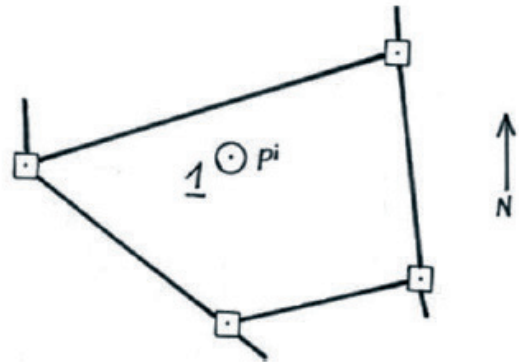
Sinais convencionados

--- linha de referência

— linha de feição

— linha limite de propriedade

$\frac{4}{pi} \odot$  ponto de referência/apoio demarcado com pino e numerado



$\frac{ma}{0,1} \square$  ponto limite de propriedade demarcado com madeira, 10cm acima do nível do solo, numerado

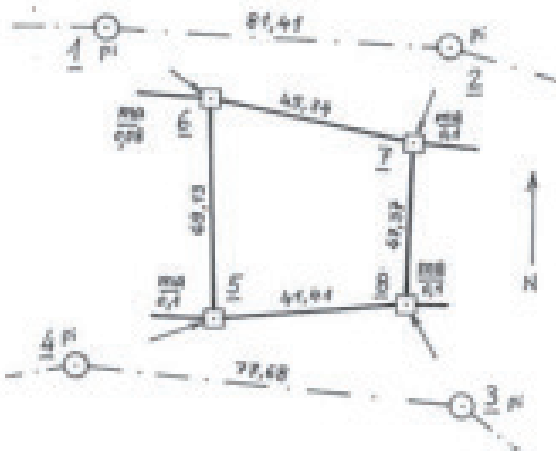
#### 8.1.4 Anotações de campo

No Croqui, serão anotados apenas os pontos levantados e uma pequena seta indicando de qual estação o ponto foi medido. Adicionalmente, pode-se incluir medições de controle entre pontos de alta importância de acordo com a finalidade do trabalho.

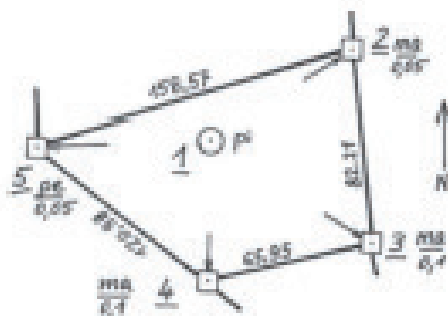
Na caderneta de campo são registradas as medições angulares e lineares.

Sinais convencionados

$\square$  direção polar ao ponto limite de propriedade



Estação	Ponto Vi-sado	Ângulo Horizontal	Distância Horizontal	Descrição
1	2	10°15'20"	81,410	PI
	6	41°46'50"	30,980	MA
2	1	30°10'05"	81,413	PI
	7	324°52'57"	23,927	MA
3	4	22°00'10"	77,679	PI
	8	63°59'54"	30,631	MA
4	3	00°02'05"	77,680	PI
	5	323°17'49"	18,253	MA



Estação	Ponto Vi-sado	Ângulo Horizontal	Distância Horizontal	Descrição
1	2	5°00'00"	89,091	MA
	3	60°08'00"	88,567	MA
	4	107°10'18"	72,430	MA
	5	215°57'07"	75,508	MA

Se o equipamento utilizado for uma estação total, os dados serão armazenados em arquivos e o formato dependerá da marca e do modelo. Abaixo um exemplo de caderneta eletrônica com dados polares.

```
@#FRANCIS|EDUARDO|04.02.04|1|000001||S|
&E|B||1450|||||
&R|A||1500|1343350|863050|126804|126791||
&I|1|PC|1450|2520735|851355|28408|28310||
&I|2|CR|1500|2372500|825705|18818|18676||
&I|3|CE|1500|2271100|833110|14038|13948||
&I|4|CO|1500|2154250|815530|9040|8950||
```

### 8.1.5 PROCEDIMENTOS

- a) Reconhecimento da área a ser levantada;
- b) Reconhecimento dos pontos a serem levantados;
- c) Confeção do croqui;
- d) Definição do ponto de estação;
- e) Medição do azimute da orientação da estação para o ponto à ré, se os pontos de apoio forem arbitrados;
- f) Verticalização da baliza ou prisma no ponto à ré;
- g) Medição do ponto à ré;
- h) Registro dos dados na caderneta de campo e no croqui;
- i) Verticalização da baliza ou prisma no ponto a ser medido;
- j) Medição do ponto;
- k) Registro dos dados na caderneta de campo e no croqui;
- l) Medições de controle.

### 8.1.6 RELATÓRIO TÉCNICO

Segundo a NBR 13133/1994 da ABNT, o relatório técnico é item de apresentação de qualquer levantamento topográfico ou serviços de topografia, para qualquer finalidade. Ele deve ser simples, claro e de fácil leitura. Deve conter no mínimo, os seguintes tópicos:

- a) objeto: descrever o que foi levantado. Por exemplo: Imóvel Urbano de propriedade de Fulano de tal.
- b) finalidade: descrever a finalidade do levantamento topográfico. Por exemplo: Levantamento Topográfico Planimétrico para Ação de Usucapião.
- c) período de execução: deve descrever o período do trabalho de campo. Por exemplo: entre os dias 10 e 16 de outubro de 2015.
- d) localização: especificar o endereço completo da área levantada. Imagem de satélite é bem interessante para melhor identificar a área levantada.
- e) origem (datum): especificar o ponto origem utilizado no levantamento, assim como o sistema de projeção e sistema geodésico de referência (será abordado na unidade curricular Geodésia no módulo III).
- f) descrição do levantamento ou do serviço executado: descrever as técnicas utilizadas, dificuldades e problemas encontrados.
- g) precisões obtidas: descrever as precisões das poligonais de apoio e pontos medidos (será abordado nos módulos II e III).
- h) quantidades realizadas: descrever as quantidades de pontos medidos, área encontrada, etc.
- i) relação da aparelhagem utilizada: descrever as marcas e modelos dos equipamentos incluindo as precisões

nominais.

j) equipe técnica e identificação do responsável técnico: descrever todos os profissionais envolvidos no trabalho e destacar o responsável técnico com o seu registro no CREA. Em aula use como número do CREA o número de matrícula. O responsável técnico para as aulas pode ser qualquer um dos alunos, não influenciando em nada na avaliação dos trabalhos.

k) documentos produzidos: listar todos os documentos técnicos produzidos como plantas, perfis, seções transversais, quadros, tabelas, croqui, cadernetas de campo, etc. Procure listar na ordem cronológica de elaboração. Não devem estar aqui os documentos propriamente ditos.

l) memórias de cálculo: planilhas de cálculo das poligonais, planilhas de cálculo dos pontos de detalhe, planilhas das linhas de nivelamento, etc.

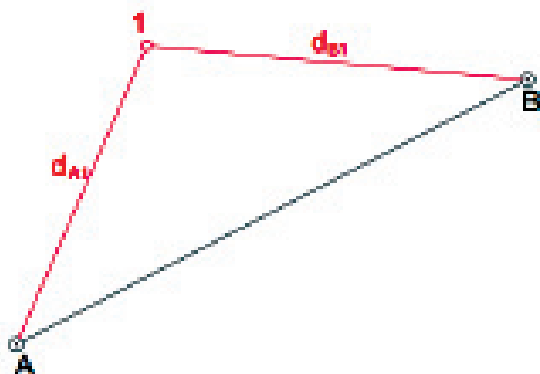
DOCUMENTOS PRODUZIDOS: colocar os documentos técnicos produzidos na sequência da listagem do item k.

ANEXOS: deve constar como anexos, todos os materiais consultados que não são produzidos no levantamento em questão do relatório técnico. NUNCA colocar nos anexos os documentos técnicos produzidos para o trabalho, pois eles devem fazer parte do corpo do relatório no item Documentos Produzidos ou nas Memórias de Cálculo.

## 8.2 MÉTODO DE INTERSEÇÃO LINEAR

### 8.2.1 CONCEITO

A determinação de coordenadas, por meio do método de interseção linear, é realizada a partir da observação das distâncias do ponto de interesse a dois vértices de coordenadas conhecidas.



Distâncias medidas a partir de pontos coordenados

Fonte: INCRA – Manual Técnico de Posicionamento 1ª edição

Esta técnica é utilizada para complemento de levantamentos de forma rápida para poucos pontos ou quando não dispomos de uma estação ou GNSS em campo. É necessário ter próximo ao ponto medido 2 pontos com coordenadas conhecidas.

A precisão depende diretamente da qualidade da medição das distâncias, mas pode-se chegar a poucos centímetros.

### 8.2.2 INSTRUMENTOS

Comumente é utilizado a trena de fita, mas qualquer equipamento que meça distância pode ser utilizado, como trena a laser e estação total.

### 8.2.3 CROQUI

Procede-se com o croqui padrão, podendo ser complementado com a anotação de campo.

### 8.2.4 ANOTAÇÕES DE CAMPO

As anotações de campo podem ser feitas de 2 formas: em croqui ou em caderneta de campo.

#### 8.2.4.1 No croquis

O alinhamento medido deve ser desenhado tracejado e a anotação da distância sobre a linha no seu alinhamento.

#### 8.2.4.2 Em caderneta de campo

Para anotação da caderneta é importante que seja padronizada a sequência de medição em campo, pois o ponto pode estar para qualquer um dos lados do alinhamento. Adotaremos o padrão do técnico se posicionar sobre o alinhamento olhando para o ponto. Isso definirá um ponto à esquerda e outro à direita.

PONTO MEDIDO	DESCRIÇÃO	PONTO À ESQUERDA		PONTO À DIREITA	
		PONTO	DISTÂNCIA	PONTO	DISTÂNCIA

### 8.2.5 PROCEDIMENTOS EM CAMPO

- Elabora-se o croqui dos elementos de interesse;
- Do alinhamento dos pontos coordenados, observa-se o ponto a ser medido, identificando qual ponto coordenado está à esquerda e à direita;
- Inicia-se o preenchimento da caderneta de campo anotando o ponto a ser medido, descrição deste ponto (o que ele é);
- Mede-se do ponto à esquerda até o ponto de interesse, anotando na caderneta de campo;
- Mede-se do ponto à direita até o ponto de interesse, anotando na caderneta de campo.

### 8.2.6 CÁLCULOS

- Calcula-se o azimute do ponto à direita para o ponto à esquerda
- Com as 3 distâncias, calcula-se o ângulo interno do triângulo no ponto à direita, que será o ângulo irradiado
- Calcula-se o azimute do ponto à direita para o ponto medido usando o azimute e o ângulo irradiado
- Com o azimute ao ponto e a distância medida, calcula-se as coordenadas do ponto medido

### 8.2.7 DESENHO EM CAD

- Desenhar os 2 pontos coordenados;
- Desenhar os círculos com as distâncias medidas em campo tendo como o centro o seu ponto respectivo
- Haverá duas interseções dos círculos (uma para cada lado da linha), onde somente uma é a correta. Para descobrir qual é a correta, observar a direção em campo dos pontos à esquerda e à direita.

**RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS**

1a)  $\bar{x} = 303,466 \pm 4\text{mm}$  1b)  $\bar{x} = 125^\circ 33' 14'' \pm 3''$

2a)  $\bar{x} = 100,002 \pm 2\text{mm}$  2b)  $\bar{x} = 202,234 \pm 1\text{mm}$  2c)  $\bar{x} = 152,956 \pm 3\text{mm}$

3a) 1,7cm 3b) 0,03m 3c) 21cm 3d) 47mm 3e) 73mm 3f) 0,089m

4a)  $I_{M2-M3} = 56^\circ 29' 45''$ ;  $I_{M2-M4} = 181^\circ 18' 11''$  4b)  $I_{M3-M4} = 124^\circ 48' 26''$ ;  $I_{M3-M2} = 303^\circ 30' 15''$

4c)  $I_{M4-M2} = 178^\circ 41' 49''$ ;  $I_{M4-M3} = 235^\circ 11' 34''$

5)  $d_B = 36^\circ 42' 37''$  D;  $d_C = 159^\circ 41' 12''$  E;  $d_D = 54^\circ 21' 12''$

6) erro angular =  $-39''$

7) erro angular =  $-5''$

8a)  $131^\circ 17' 59''$ ;  $221^\circ 06' 15''$ ;  $30^\circ 45' 18''$  8b)  $317^\circ 11' 44''$ ;  $82^\circ 00' 10''$

8c)  $14^\circ 52' 21''$ ;  $104^\circ 15' 16''$ ;  $213^\circ 00' 39''$

9a)  $123^\circ 28' 04''$  9b)  $191^\circ 15' 24''$  9c)  $98^\circ 55' 11''$  9d)  $147^\circ 41' 29''$  9e)  $270^\circ 00' 00''$  9f)  $180^\circ 00' 00''$

10a)  $329^\circ 41' 03''$  10b)  $237^\circ 49' 03''$  10c)  $72^\circ 07' 22''$  10d)  $118^\circ 12' 45''$

11a)  $37^\circ 00' 50''$  11b)  $180^\circ 00' 02''$  11c)  $0^\circ 00' 08''$  11d)  $359^\circ 59' 59''$

12a) Sete mil, duzentos e dezoito metros quadrados e vinte e três centésimos de metro quadrado.

12b) Duzentos e dezoito hectares e duzentos e oitenta e nove milésimos de hectare.

12c) Treze quilômetros quadrados e setecentos e trinta e seis milésimos de quilômetro quadrado.

13a)  $41900,00\text{m}^2$  13b)  $12068000,00\text{m}^2$  13c) 73,4228ha 13d)  $4,31\text{km}^2$  13e) 175,0000ha

14a)  $X=986,6866$  e  $Y=2014,8162$  14b)  $X=1011,0326$  e  $Y=1909,8255$

## 9. Medidores Eletrônicos de Distâncias

### 9.1 FORMA DE MEDIÇÃO

A medida eletrônica de distâncias baseia-se na emissão/recepção de sinais luminosos (visíveis ou não) ou de microondas que atingem um anteparo ou refletor. A distância entre o emissor/receptor e o anteparo ou refletor é calculada eletronicamente e baseia-se no comprimento de onda, na frequência e velocidade de propagação do sinal.

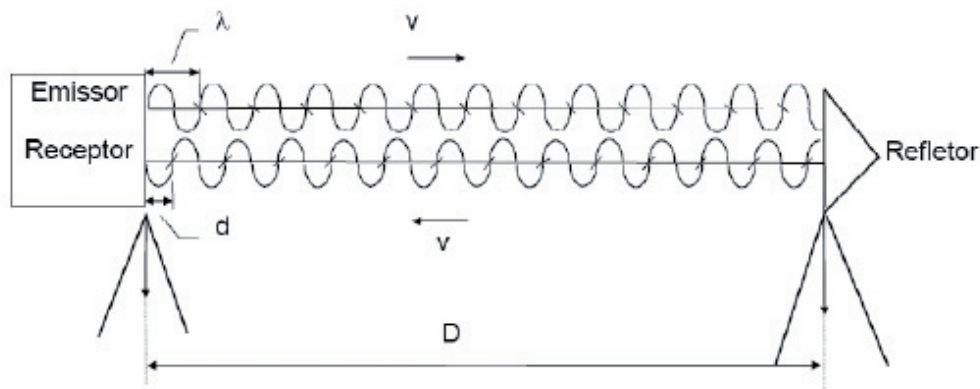


FIGURA 1: Elementos da medição eletrônica de distâncias

De acordo com o sinal emitido temos os MED:

Infra-vermelho : distanciômetros, estações totais;

Laser : distanciômetros, estações totais e trenas eletrônicas;

Ultra-sônicas : trenas eletrônicas.

Trena Eletrônica Estação Total

Laser Ultra-sônica

Distanciômetro



FIGURA 2: Instrumentos de medição eletrônica de distâncias

## 9.2 TEMPERATURA E PRESSÃO

As variações nas condições atmosféricas causam um aumento ou diminuição na velocidade de propagação da onda eletromagnética e provocam, conseqüentemente, os erros sistemáticos nas medidas das distâncias. Não é possível determinar diretamente a velocidade de propagação da luz no meio, em campo. Em virtude disso, utiliza-se a velocidade de propagação da mesma onda no vácuo e o índice de refração no meio de propagação, para obter este valor. Este índice de refração é determinado em ensaios de laboratório durante a fabricação do equipamento, para um determinado comprimento de onda, pressão atmosférica e temperatura.

A distância exibida só está correta se a correção de escala indicada em ppm (mm/km) corresponder às condições atmosféricas existentes no momento da medição. A correção atmosférica inclui ajustamentos para pressão atmosférica, temperatura do ar e umidade relativa. A maioria das estações totais permite a aplicação desta correção em tempo real obtendo-a das seguintes maneiras:

- a) utilizando o ábaco que acompanha o manual do equipamento onde as informações necessárias para se obter a correção em parte por milhão (ppm) são a temperatura e a pressão;
- b) utilizando as fórmulas que acompanham o manual do equipamento, neste caso as informações necessárias são a temperatura, pressão e umidade relativa;
- c) utilizando as fórmulas adotadas pela UGGI (União Geodésica e Geofísica Internacional);
- d) utilizando as fórmulas apresentadas por RÜEGGER (1996), para redução de medidas obtidas em levantamentos de alta precisão

O sistema de correção atmosférica do instrumento corrige as condições atmosféricas automaticamente se o valor da correção é definido. Este valor é mantido na memória quando o aparelho está desligado.

As seguintes fórmulas mostram como calcular valores de correção atmosférica no sistema métrico.

Unidades: metros

$Ka$  = Valor de Correção Atmosférica

$$ka = \left\{ 279,66 - \frac{106,033 \times 635}{273,15 + 20} \right\} \times 10^{-6} \quad P : \text{Pressão atmosférica ambiente (mmHg)}$$

$T$ : Temperatura atmosférica Ambiente °C

A distância  $L(m)$  após a correção Atmosférica é obtida da seguinte maneira:

$$L = I(I + ka) \quad I : \text{Distância medida antes da Correção Atmosférica}$$

Exemplo: Temperatura + 20° C, Pressão do Ar 635mmHg,  $I = 1000m$

$$ka = \left\{ 279,66 - \frac{106,033 \times 635}{273,15 + 20} \right\} \times 10^{-6}$$

$$= 50 \times 10^{-6} \text{ (50ppm)}$$

$$L = 1000 (1 + 50 \times 10^{-6}) = 1000,050m$$

O valor da correção atmosférica (PPM) pode ser introduzido diretamente nas estações. O gráfico A calcula o valor de PPM para estações Topcon e o gráfico B calcula os valores de PPM para estações Leica.

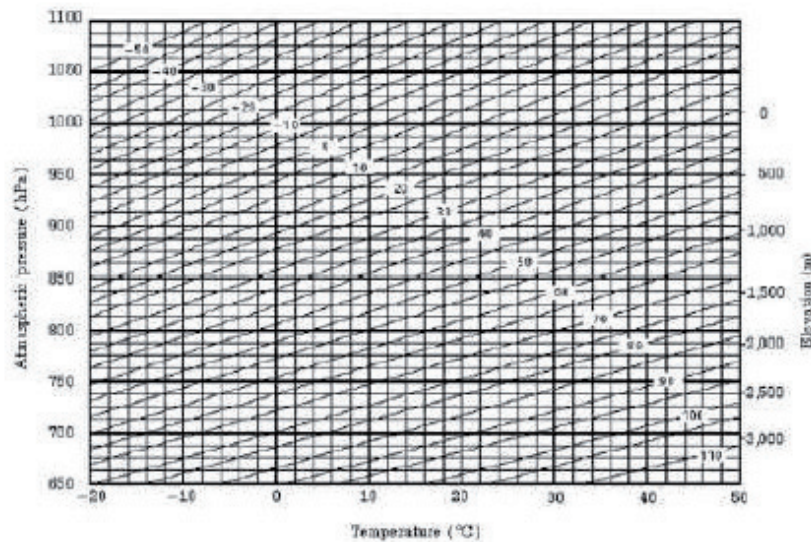


Gráfico A

O valor da correção atmosférica é obtido facilmente com o gráfico de correção atmosférica. Encontrar a temperatura medida nas linhas horizontais e a pressão nas linhas verticais do gráfico. Ler o valor da linha diagonal, a qual representa o valor da correção atmosférica requerida. Exemplo: A temperatura medida é de +26°C. a pressão medida é de 760 mmHg. Assim, o valor da correção é de +10ppm.

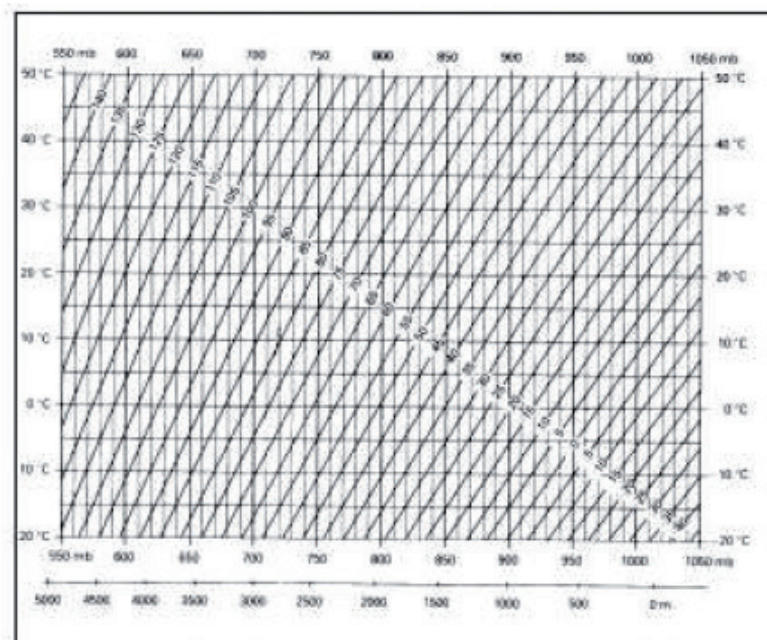


Gráfico B

OBS: Nas medições de distância de alta precisão, os seguintes parâmetros devem ser novamente determinados, caso seja necessário que a correção atmosférica apresente uma precisão igual a 1 mm: temperatura do ar para 1°; pressão atmosférica para 3 milibars, umidade relativa para 20%. Se o clima estiver muito quente e úmido, a umidade do ar influencia na medição das distâncias. Para medições de alta precisão, a umidade relativa deve ser medida e indicada junto com a pressão atmosférica e a temperatura.

### 9.3 REDUÇÕES DE DISTÂNCIAS

As distâncias medidas são sempre inclinadas e calculadas pela fórmula:

$$D_i = D_o * (1 + \text{ppm} * 10^{-6}) + \text{mm}$$

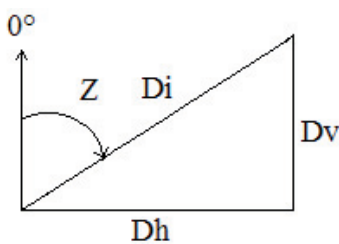
Onde :  $D_i$  = distância inclinada em metros;

$D_o$  = distância não corrigida;

ppm = correção de escala ( mm/Km);

mm = constante do prisma (mm).

A fórmula de conversão de distância inclinada em distâncias horizontal e vertical são as seguintes quando as correções de refração e curvatura da Terra não são aplicadas.



$$D_h = D_i * \sin Z$$

$$D_v = D_i * \cos Z$$

$Z$  = ângulo vertical

$D_h$  = distância horizontal

$D_v$  = distância vertical

$D_i$  = distância inclinada

FIGURA 3 :Representação das distâncias .

### 9.4 COEFICIENTE DO PRISMA

A devolução do sinal de medida, emitido pelo MED pode ser feita de duas maneiras: reflexão total (por prismas) e reflexão difusa (sem prismas).

A reflexão total é empregada em prismas para produzir o desvio dos feixes de luz em 180°, logo um feixe incidente na face diagonal irá, após a reflexão total, retornar em uma direção paralela ao do raio incidente. Este prisma é concebido de tal forma que qualquer feixe de luz incidente sobre as suas superfícies, retorne na mesma direção.



FIGURA 4 : Prismas de reflexão total.

Na reflexão difusa os feixes de luz divergem (espalham) de maneira proporcional com o aumento da distância em relação à fonte emissora. A medição sem prisma é utilizada em equipamentos que emitem Laser que é uma fonte de luz coerente com incidência bem localizada, isto permite que uma parte dos raios incidentes retorne ao MED.

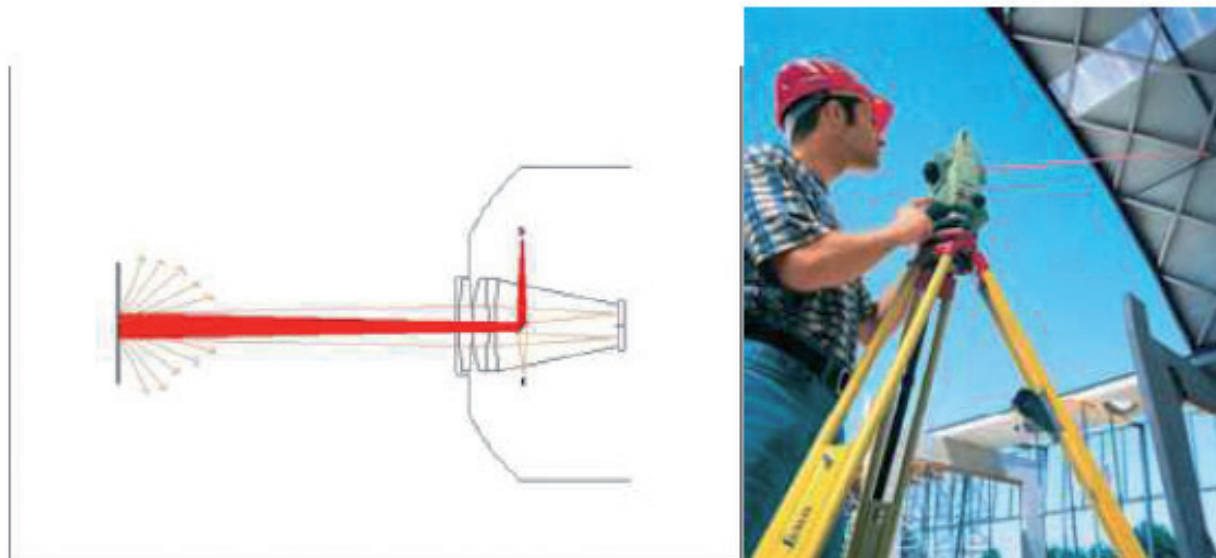


FIGURA 5: Reflexão difusa e medição sem prisma.

### Definindo o valor da constante do prisma.

A utilização dos prismas nas medições eletrônicas deve ser precedida da verificação da constante destes para a correção das distâncias observadas. A chamada constante do prisma que é informada no instrumento é resultante da constante do instrumento (normalmente zero) mais a constante do prisma, que variam com o tipo, o fabricante e o suporte do prisma.

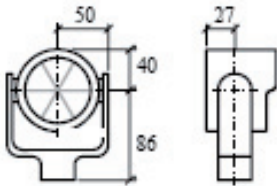
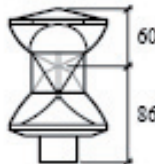
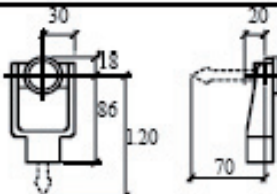

Prismas Leica	Constantes [mm]	
Prisma padrão GPH1 + GPR1	0.0	
Prisma 360° GRZ4	+23.1	
Mini prisma GMP101/102	+17.5	
Prismas adesivos	+34.4	
USUÁRIO	--	é definido em "Cte Prisma" (-mm + 34.4; ex.: mm = 14 -> entrada = -14 + 34.4 = 20.4)
RL	+34.4	Sem prisma

FIGURA 6: Constantes de prismas para estações Leica.

Quando se utilizam prismas que não se conhece a constante, é necessário definir o valor da correção da constante do prisma para uma marca de prisma específica. Uma vez colocado este valor, este é retido quando o aparelho está desligado.

A verificação e ajuste das constantes do instrumento devem ser efetuadas em uma linha base com distância conhecida, isenta de movimentos e com sistema de centragem forçada. Se não existe tal local, estabeleça sua própria linha base de 20m e compare os dados medidos com os do instrumento novo.

Em ambos casos, a constante do prisma, erro de colimação, correção atmosférica e a correção da refração e curvatura devem estar perfeitamente configurados.

Se a linha base é usada dentro de um edifício, a diferença de temperatura pode alterar a precisão da medição.

Se a diferença da distância medida em relação a linha base for superior a 5mm, altere as constantes aplicando o seguinte procedimento.

- 1) Numa linha de 100m, estacione o instrumento no ponto A. Meça os pontos AB, AC e BC.

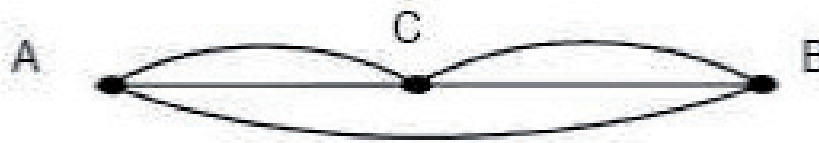


FIGURA 7: Linha de medição.

- 2) Repita o passo 1 várias vezes para calcular a constante do instrumento  $\text{Constante do instrumento} = AC + BC - AB$

- 3) Se houver discrepância entre a constante original do instrumento e a calculada, consulte o Capítulo 17.4 “Configuração do Valor da Constante do Instrumento”.

- 4) Uma vez mais, meça e calibre a linha base e compare os resultados.

Se estiver utilizando o procedimento acima e não encontrar nenhuma diferença na constante do instrumento da fábrica ou a diferença achada for maior que 5mm, é necessário encaminhar o equipamento a assistência técnica.

## 9.5 EQUIPAMENTOS

### 9.5.1 DISTANCIÔMETRO

#### 9.5.1.1 Tipos

De acordo com o sinal emitido temos:

Infra-vermelho

Micro ondas;

Laser ;

Ultra-sônicas.

### 9.5.1.2 Classificação ABNT

Os distanciômetros são classificados pela NBR 13133 de acordo com o desvio padrão, segundo a tabela:

Classes de estações	Desvio padrão
Totais	Precisão linear
1- precisão baixa	$\pm ( 10\text{mm} + 10\text{ppm} \times D )$
2- precisão média	$\pm ( 5\text{mm} + 5\text{ppm} \times D )$
3- precisão alta	$\pm ( 3\text{mm} + 2\text{ppm} \times D )$
D = distância medida em Km	
ppm = parte por milhão	

### 9.5.1.3 Acessórios

- Baliza e bastão, para materializar a vertical de um ponto.
- Prumos esféricos, para auxiliar operações de nivelamento ou verticalização dos acessórios.
- Prismas, para auxiliar a medição de distâncias por meio de ondas eletromagnéticas.
- Termômetro, instrumento usado para a medição da temperatura.
- Barômetro, instrumento usado para a medição da pressão atmosférica.
- Tripé e bipé, utilizados para a sustentação de outros acessórios.
- Rádio de comunicação.
- Trena para medição de alturas.
- Base nivelante
- Baterias

### 9.5.1.4 Erros

Nas operações de medição de distâncias, desde a materialização do ponto a ser medido até a leitura do mesmo, uma série de erros podem ocorrer. Dentre as principais fontes que dão origem a erros, destacam-se aquela devida à centralização e nivelamento do instrumento e do prisma nos pontos, as condições ambientais, a precisão na pontaria e as condições de fabricação e manutenção do equipamento.

Os principais erros são:

- Constante do prisma
- Temperatura e pressão
- Centragem do instrumento e do bastão
- Ângulo vertical
- Excentricidade vertical
- Colimação
- Erro de índice (constante aditiva)
- Erro cíclico (amplitude e fase)
- Erro de escala (variação na frequência da onda portadora do sinal de medida)

## 9. 6 ESTAÇÃO TOTAL

### 9.6.1 TIPOS

#### 9.6.1.1 Classificação ABNT

As estações totais são classificadas pela NBR 13133 de acordo com os desvios padrão angular e linear, segundo a tabela:

Classes de estações	Desvio padrão	Desvio padrão
Totais	Precisão angular	Precisão linear
1- precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm ( 5\text{mm} + 10\text{ppm} \times D )$
2- precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm ( 5\text{mm} + 5\text{ppm} \times D )$
3- precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm ( 5\text{mm} + 10\text{ppm} \times D )$
D = distância medida em Km		
ppm = parte por milhão		

#### 9.6.1.2 Acessórios

- Baliza e bastão, para materializar a vertical de um ponto.
- Prumos esféricos, para auxiliar operações de nivelamento ou verticalização dos acessórios.
- Prismas, para auxiliar a medição de distâncias por meio de ondas eletromagnéticas.
- Estacas , piquetes e pinos, para materializar pontos de apoio.
- Termômetro, instrumento usado para a medição da temperatura.
- Barômetro, instrumento usado para a medição da pressão atmosférica.
- Tripé e bipé, utilizados para a sustentação de outros acessórios.
- Rádio de comunicação.
- Trena para medição de alturas.
- Base nivelante.
- Baterias.

#### 9.6.1.3 Erros

Nas operações de medição angular e linear, desde a materialização do vértice do ângulo até a leitura do mesmo, uma série de erros podem ocorrer. Dentre as principais fontes que dão origem a erros, destacam-se aquela devida à centralização e nivelamento do instrumento e do prisma nos pontos, as condições ambientais, a precisão na pontaria e as condições de fabricação e manutenção do equipamento.

Os principais erros são:

1) Falta de verticalidade do eixo principal;

2) Falta da horizontalidade do eixo secundário;

É eliminado através da média de observações conjugadas (direta e inversa).

3) Erro da colimação horizontal;

É eliminado através da média de observações conjugadas (direta e inversa).

4) Má gradação do limbo;

É eliminado através da média de observações equidistantes sobre o limbo – método da reiteração ou repetição.

5) Erro de índice;

Resulta da falta de verticalidade da linha formada pela referência de leitura e o centro do limbo zenital, provocado pela desretificação do nível ou pela má calagem da bolha.

É eliminado através da média de observações conjugadas (direta e inversa).

## 6) Erros de excentricidade

## 7) Refração;

## 8) Erros do operador:

- A pontaria é a principal fonte de erros do operador (colimação);

- Leitura e registro figuram como erros grosseiros;

- Centragem do instrumento e do bastão.

- Constante do prisma

- Temperatura e pressão

## 9) Erros do distanciômetro:

- Erro de índice (constante aditiva)

- Erro cíclico (amplitude e fase)

- Erro de escala (variação na frequência da onda portadora do sinal de medida)

A norma NBR 13133 da ABNT recomenda os seguintes cuidados para atenuar os erros de medição angular:

- Nas operações de campo, cuidados especiais devem ser tomados quanto às centralizações da estação e do sinal a ser visado, pois os erros de centralização resultam na maior fonte de erro de medição de ângulos nos vértices das poligonais. Estes erros são tanto maiores quanto mais curtos forem os lados das poligonais. Nos casos de lados curtos, que requeiram maior rigor nas medidas angulares, é recomendado o emprego da centragem forçada conhecida também como método dos três tripés.

- As medições angulares horizontais devem ser efetuadas pelo método das direções em séries de leituras conjugadas.

- Em levantamentos de pequena exatidão é tolerada a medição angular horizontal, utilizando somente a posição direta da estação, desde que seja aplicada a correção de colimação obtida pela média dos valores de leituras conjugadas realizadas no início e no fim de cada jornada de trabalho.

#### 9.6.1.4 Programas Internos

a- O Programa de Elevação Remota (inacessível) calcula a distância vertical (altura) de um objeto remoto relativo a um prisma e a sua altura desde um ponto sobre a terra, (sem a altura do prisma). Quando se utiliza a altura de um prisma, a medição da elevação remota iniciará no prisma (ponto de referência). Se não utiliza nenhuma altura do prisma, a medição da elevação remota iniciará em qualquer ponto de referência no qual está estabelecido um ângulo vertical. Em ambos procedimentos, o ponto de referência deve ser perpendicular ao objeto remoto Aplicações:

Cálculo de alturas de pontos inacessíveis, como postes, torres, etc.

Dados Requeridos:

Altura do Prisma.

Dados Coletados:

Distância da estação ao ponto e ângulo vertical do ponto inacessível.

Processamento:

Equações trigonométricas básicas.

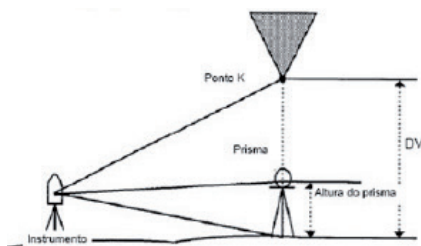


FIGURA 8: Elementos da medição Elevação Remota.

b- O programa para o cálculo de Área pode ser utilizado para:

- 1) Cálculo da área do Arquivo de Dados Coordenados
- 2) Cálculo da área dos Dados Medidos

O número de pontos usados para calcular é ilimitado.

Aplicação

Cálculo de área entre pontos visíveis de uma estação.

Dados Requeridos

Coordenadas dos pontos.

Dados Coletados

Coordenadas dos pontos visados.

Processamento

Utilização do método de Gauss.

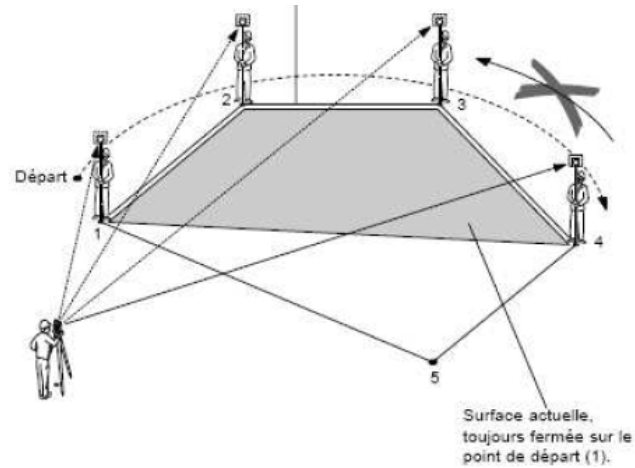


FIGURA 9: Elementos da medição para cálculo da área.

c- Programa de medição ponto reta é usado para obter as coordenadas de pontos referenciados a origem A(0,0,0) e a linha AB, ou seja, cria a partir do ponto A um novo sistema de coordenadas.

Aplicação

Posicionamento através de pontos coordenados.

Dados Requeridos

Altura do prisma e do instrumento.

Dados Coletados

Coordenadas dos pontos visados.

Processamento

Cálculo analítico de coordenadas.

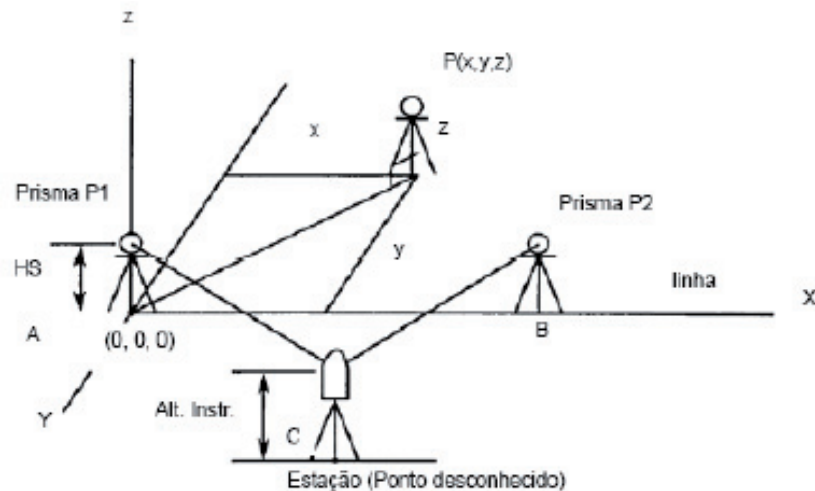


FIGURA 10: Elementos da medição ponto reta.

d- O programa de medição Excêntrico realiza medições com deslocamentos, que pode ser por: ângulo ou distância.

#### Aplicações

Cadastramento de postes, árvores, cantos com precisão, ou qualquer elemento que seu centro não seja acessível.

#### Dados Requeridos

Coordenadas da estação e ré.

#### Dados Coletados

Distância da estação até o prisma colocado ao lado do ponto, e o ângulo até o ponto.

#### Processamento

Rebatimento da distância sobre a direção até o ponto.

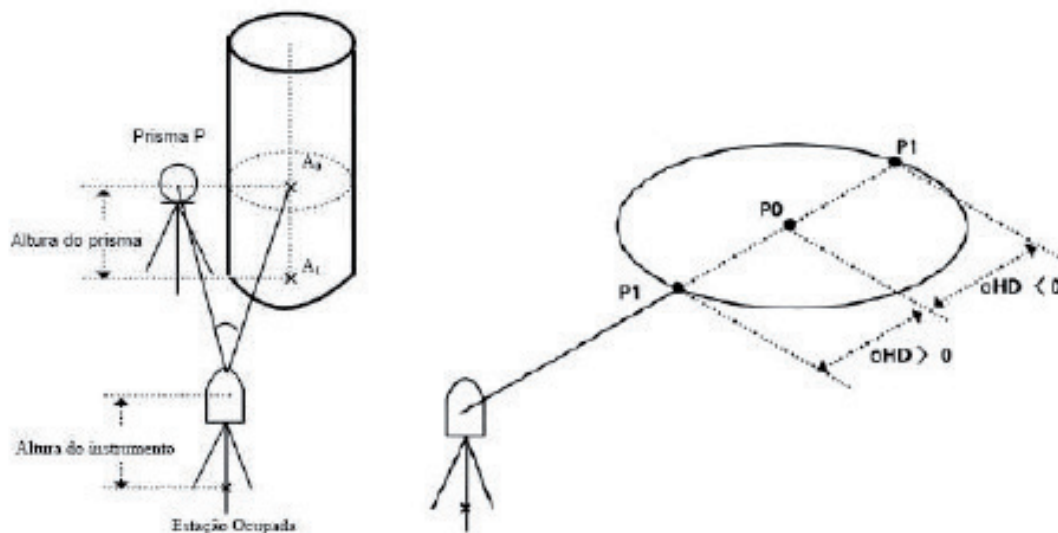


FIGURA 11: Elementos da medição de ponto excêntrico.

e- O programa de medição Distância e Desnível entre pontos calcula a distância horizontal, a distância vertical e a distância inclinada entre dois pontos. Que pode ser:

Método 1: Calcula a distância de referência do ponto (A) aos pontos (B,C,D, etc.) (A-B,A-C)

Método 2: Calcula a distância desde o primeiro ponto de referência (A) e usa o último ponto medido (B) como ponto de referência para o próximo ponto (A-B, B-C,C-D).

#### Aplicações

Calcular distância, desnível, azimute e declividade entre pontos onde é impossível instalar o instrumento, como cantos de muro, postes, casas, etc.

#### Dados Requeridos

Nenhum

#### Dados Coletados

Distância entre os pontos e a estação e ângulos formados.

#### Processamento

Utilização de equações trigonométricas básicas.

#### 9.6.1.5 Formato de arquivos

UBRA:PISTA	OPERADOR:403A	DATA: 3/ 5/ 2	HORA:14:55:33	INSTRUMENTO:TCR307	NÚMERO DE SERIE:082748
EST:2		HZ: 1.532			E= 0.000 N=
RE :1		AZRE: 0.0002			E= 0 N=
COD:[RE ] [0 ]					
PV :1		HZ= 0.0012 VT= 92.0854 DI= 47.847 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 0.003 N=	
PV :1		HZ=180.0027 VT=67.5120 DI= 47.848 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 0.006 N=	
COD:[VANTE ] [0 ]					
PV :8		HZ=114.3121 VT= 90.5302 DI= 115.449 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 105.023 N=	
PV :8		HZ=294.3160 VT=269.0700 DI= 115.453 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 105.018 N=	
COD:[MF ] [0 ]					
PV :101		HZ=120.2336 VT= 89.4322 DI= 15.510 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 96.516 N=	
PV :102		HZ=131.4727 VT= 89.1449 DI= 17.337 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 96.062 N=	
EST:8		HZ: 1.568			E= 105.018 N=
RE :2		AZRE:236.5407			E= 0 N=
COD:[RE ] [0 ]					
PV :2		HZ=319.4231 VT= 89.1310 DI= 115.446 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 30.268 N=	
PV :2		HZ=139.4230 VT=270.4647 DI= 115.449 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 30.266 N=	
COD:[AUXILIAR] [0 ]					
PV :9		HZ=209.4941 VT= 88.0736 DI= 44.017 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 83.135 N=	
PV :9		HZ= 20.4682 VT=271.5260 DI= 44.016 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 83.137 N=	
COD:[BL ] [0 ]					
PV :106		HZ=172.1322 VT= 89.3118 DI= 21.979 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 86.112 N=	
PV :107		HZ=160.3243 VT= 89.3233 DI= 22.063 HP= 1.445 PPM=17 NM=0		E= 87.553 N=	

87

'_MA1_(E_)1.590	
'_'	Identifica que os dados são da estação
MA1	Nome da estação
1.590	Altura do instrumento de 1,590m
+_MAO_?+00068425m0905348+1574641d+00068417t60+07+00110_*R_,1.500	
Ponto visado de nome MA0 com distância inclinada de 68,425m ,ângulo vertical 90°53'48",ângulo horizontal 157°46'41",distância horizontal 68,417m, compensador ativado,corrigida a medição em 07ppm,constante do prisma 0mm,trata-se de um ponto ré posição direta e a altura do prisma de 1,50m.	
+	Identifica que é um ponto visado
MA0	Nome do Ponto
?	Identifica que foi feita a medição de Ângulos e Distância Inclinada
00068425	Distância inclinada de 68,425m
m	Unidade em metros. Se for f a unidade é pés
0905348	Ângulo vertical zenital de 90°53'48"
1574641	Ângulo horizontal de 157°46'41"
d	Unidade em graus. Se for g a unidade é grados
00068417	Distância horizontal de 68,417m
t	Identifica que o compensador líquido estava ligado durante a medição.Se estiver ligado terá um *
60	O número é o valor do nível do sinal de retorno..
+07	Correção de +07ppm em função da temperatura e pressão
+00	Constante do prisma de 0mm
110	Caractere de verificação interna do sistema (Block Check Character – BCC)
R	Descrição do ponto
1.500	Altura do prisma de 1,500m
É	na descrição que se identifica que tipo de visada se está efetuando:
R	Identifica que a visada é à ré na posição direta
RI	Identifica que a visada é à ré na posição invertida
V	Identifica que a visada é à vante na posição direta
VI	Identifica que a visada é à vante na posição invertida
A	Identifica que a visada é num ponto auxiliar na posição direta
AI	Identifica que a visada é num ponto auxiliar na posição invertida
<	Identifica que foi feita a medição somente de ângulos vertical e horizontal
0782116	Ângulo vertical zenital de 78°21'16"
1534212	Ângulo horizontal de 153°42'12"
'	A crase significa que a informação foi alterada em campo (diretamente na Estação Total)
Ex.: MF`CO	Significa que a medição foi feita com a descrição MF e em seguida alterada para CO
O caractere logo após o nome do ponto, indica que tipo de medição está configurada. Como já vimos o ? informa que estamos armazenando Ângulos e Distância Inclinada. Já vimos também que o caractere < Identifica que foi feita a medição somente de ângulos vertical e horizontal. Este caractere ainda pode ser:	
U	Armazena coordenadas norte, este, cota, ângulo horizontal e Altura do prisma
/	Armazena coord. norte, este, cota, ângulo horizontal, Altura do prisma com 9 dígitos
W	Armazena além de Ângulos e Distância Inclinada e também as coordenadas N, E e Z.
R	Armazena Ângulos, Distância Horizontal e Desnível.

## Formato do Arquivo ASCII do Coletor de Dados da Leica TPS-300(\*.TCL - Manfra)

O arquivo de coleta de dados criado com a máscara de saída MANFRA possui a configuração conforme imagem abaixo. As estações Leica sempre trabalham com coordenadas. Portanto se o levantamento é de ângulos e distâncias, as coordenadas não interessarão, não exigindo assim que a orientação em campo seja com azimute. Na primeira linha, estão o nome da obra, nome do operador, data do levantamento, horário de início, o modelo da estação total e seu número de série.

```

OBRA:PISTA OPERADOR:403A DATA: 5/ 5/ 2 HORA:14:55:33 INSTRUMENTO:TCR307 NUMERO DE SERIE:082749
EST:2 HI: 1.532 ----- E= 0.000 N=
RE :1 AZRE: 0.0002 ----- E= 0 N=
COD:[RE ] [0] HZ= 0.0012 VT= 92.0854 DI= 47.847 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 0.003 N=
PV :1 HZ=180.0027 VT=267.5120 DI= 47.848 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 0.006 N=
COD:[VANTE ] [0] HZ=114.3121 VT= 90.5302 DI= 115.449 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 105.023 N=
PV :8 HZ=294.3160 VT=269.0700 DI= 115.453 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 105.018 N=
COD:[MF ] [0] HZ=120.2336 VT= 89.4322 DI= 15.510 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 96.516 N=
PV :101 HZ=131.4727 VT= 89.1449 DI= 17.337 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 96.062 N=
PV :102 HI: 1.568 ----- E= 105.018 N=
RE :2 AZRE:236.5407 ----- E= 0 N=
COD:[RE ] [0] HZ=319.4231 VT= 89.1319 DI= 115.446 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 30.368 N=
PV :2 HZ=139.4230 VT=270.4647 DI= 115.449 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 30.366 N=
COD:[AUXILIAR] [0] HZ=209.4941 VT= 88.0736 DI= 44.017 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 83.135 N=
PV :9 HZ= 20.4082 VT=271.5260 DI= 44.016 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 83.137 N=
COD:[BL ] [0] HZ=172.1322 VT= 89.3118 DI= 21.979 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 86.112 N=
PV :106 HZ=160.3224 VT= 89.3222 DI= 72.082 HP= 1.445 PPM=17 MM=0 E= 87.552 N=

```

Os dados são dispostos em linhas e os primeiros caracteres identificam o tipo de dados referente à linha

Est : 2	Estação 2
HI: 1.532	Altura do Instrumento de 1,532m
RE : 1	Ponto de Orientação 1
AZRE : 0.0002	Azimute de orientação de 0°00'02"
COD : [RE ]	Código do ponto. Este código identifica que tipo de leitura será feita para os próximos pontos visados ou a descrição do ponto. Os códigos que identificam os tipos de leitura são:
COD : [RE ]	Código do ponto para visada à ré
COD : [VANTE ]	Código do ponto à vante
COD : [AUXILIAR]	Código para visada em ponto auxiliar.
Qualquer outro código será tratado como ponto irradiado.	
PV : 1	Ponto Visado 1
HZ= 0.0012	Ângulo Horizontal 0°00'12"
VT= 92.0854	Ângulo Vertical 92°08'54"
DI : 47.847	Dist. Incl. de 47,847m
HP=1.445	Altura do Prisma de 1,445m
PPM=17	Correção de 17ppm em função da temperatura e pressão
MM=0	Constante do Prisma de 0mm

Os pontos visados além dos ângulos, distâncias e os dados descritos anteriormente, possuem ainda mais informações que podem ser úteis para o seu trabalho. O arquivo de forma genérica se comporta assim:

OPERADISTA OPERADOR:4634 DATA: 3/ 5/ 2 HORA:14:55:33 INSTRUMENTO:TOT307 NUMERO DE SERIE:612748										
EST:2	HI: 1.532									
RE: 1	AGE: 0.0002									
CODE: [RE]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 101	H2= 0.0012 VT= 92.0814 DI= 47.847 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 0.000 N= 0.000 H= 0.000	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:14:57:41							
PV: 102	H2=180.0027 VT=267.6120 DI= 47.848 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 0.006 N= 47.814 H= -1.706	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:15: 0:23							
CODE: [VANTE]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 103	H2=114.3121 VT= 80.6300 DI= 115.449 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 104.023 N= -47.911 H= -1.693	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:15:11: 24							
PV: 104	H2=294.3160 VT=268.0700 DI= 115.453 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 105.038 N= -47.955 H= -1.692	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:15:12:15							
CODE: [NF]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 105	H2=100.3336 VT= 80.4321 DI= 15.130 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 96.116 N= -93.941 H= 0.038	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16: 7:26							
PV: 106	H2=111.4727 VT= 68.1446 DI= 17.337 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 36.002 N= -87.651 H= 0.191	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16: 8:21							
PV: 107	H2=188.5309 VT= 80.3112 DI= 14.125 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 81.861 N= -99.917 H= 0.081	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16: 9:30							
CODE: [PC]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 108	H2=179.2723 VT= 68.6226 DI= 16.461 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 65.284 N= -102.154 H= 0.000	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:10:16							
CODE: [BL]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 109	H2=176.2032 VT= 89.2615 DI= 19.222 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 24.364 N= -105.280 H= 0.151	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:11:44							
EST:3	HI: 1.568									
RE: 2	AGE: 2.96.6407									
CODE: [RE]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 110	H2=319.4231 VT= 68.1316 DI= 115.446 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 30.368 N= -40.117 H= -0.000	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:12: 0							
PV: 111	H2=139.4230 VT=200.4647 DI= 115.449 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 30.368 N= -40.118 H= 0.003	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:12:41							
CODE: [VANTE]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]	[ ] [0]
PV: 112	H2=205.4041 VT= 88.0736 DI= 44.017 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 85.131 N= -86.094 H= -0.130	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:12:58							
PV: 113	H2= 29.4932 VT=271.5260 DI= 44.016 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 85.137 N= -86.094 H= -0.122	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:13:12							
PV: 114	H2=172.1321 VT= 68.3116 DI= 23.929 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 66.113 N= -107.671 H= 0.146	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:13: 6							
PV: 115	H2=160.2334 VT= 80.3332 DI= 23.982 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 87.142 N= -106.670 H= 0.148	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:13:41							
PV: 116	H2=180.0907 VT= 68.3146 DI= 23.101 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 76.730 N= -106.294 H= 0.153	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:13:13							
PV: 117	H2=200.1621 VT= 68.3350 DI= 22.425 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 75.367 N= -107.134 H= 0.134	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:13:41							
PV: 118	H2=215.9643 VT= 68.3742 DI= 24.953 HF= 1.444 FPN=17 NN=0	E= 68.490 N= -106.293 H= 0.125	DATA: 3/ 5/ 2 HORA:16:14: 0							
<hr/>										
PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZ.	ÂNGULO VERT.	DIST. INCL.	ALT. PRISMA	CTE PRISMA	ESTE	NORTE	COTA	DATA	HORA
CORREÇÃO TEMP. PRESS.										

Vale lembrar que as coordenadas dos pontos somente estarão num mesmo sistema de coordenadas e a orientação for seguida à risca. Caso contrário para cada estação ocupada teremos um novo sistema de coordenadas.

## 10. Implantação de Poligonal

### 10.2.1 PLANEJAMENTO DE POLIGONAIS

No planejamento de poligonais deve-se considerar a finalidade do levantamento, as dimensões e condições topográficas da área a ser levantada. Com estas informações são definidas as tolerâncias, os instrumentos, os procedimentos e a equipe de trabalho.

O planejamento da implantação dos pontos da poligonal devem ser embasados em um documento cartográfico existente em escala adequada às dimensões da área, sendo que neste documento são assinalados os locais de todos os tipos de pontos projetados e seus pontos de apoio.

A documentação relativa à área, tais como certidões, escrituras, contratos, memoriais descritivos, projetos, deve ser rigorosamente examinada. Monografias de pontos de apoio, também devem ser providenciadas para posteriormente no reconhecimento verificar a sua localização.

É necessário o reconhecimento da área e elaboração de croqui mostrando os pontos que deverão ser levantados e definindo a posição dos pontos de apoio, bem como, o tipo de materialização mais adequada a ser realizada.

### 10.2.2 TIPO DE POLIGONAL

#### 10.2.2.1 Poligonal Aberta

##### 10.2.2.1.1 Conceito

São poligonais das quais não é possível estabelecer o controle de fechamento, já que não se conhece as coordenadas do ponto de chegada e não se conhece a orientação de chegada.

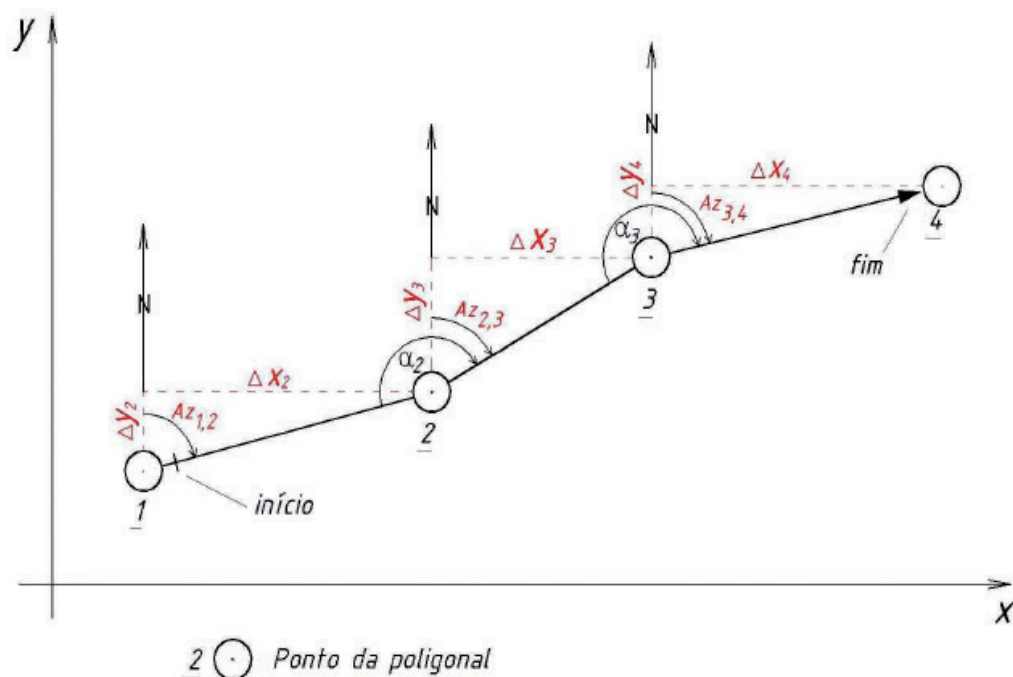


FIGURA 1 Elementos de uma poligonal aberta.

### 10.2.2.1.2 Instrumentos

Para aplicação deste método deve-se dispor principalmente de um instrumento para medir ângulos (teodolito) e de um instrumento para medir distâncias (trenas ou distanciômetros eletrônicos). A Estação Total pode ser utilizada por efetuar os dois tipos de medições (angular e linear).

Além dos instrumentos acima citados utilizaremos: prismas, balizas, bastões, suportes para balizas/bastão, base nivelante, nível de cantoneira, tripés, piquetes, marreta, pregos, prancheta, formulários de croqui e/ou caderneta de campo, lápis, borracha, régua/gabarito, calculadora.

### 10.2.2.1.3 Croqui

O croqui pode ser confeccionado parte antes do levantamento e complementado durante a execução do mesmo, ou confeccionado totalmente durante o levantamento. Para a anotação de caracteres alfa-numéricos no croqui, deve ser empregada a caligrafia técnica assim como o uso de sinais convencionados. O uso de um gabarito propicia um croqui de melhor qualidade embora o seu uso não seja obrigatório.

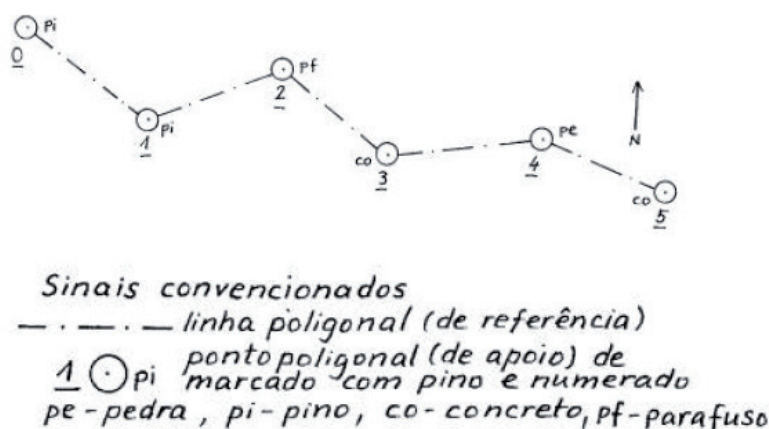


FIGURA 2 Croqui poligonal aberta.

### 7.2.2.1.4 Caderneta de campo

CEFET/SC		CEFETSC - CENTRO FED. DE EDUC. TECNOLÓGICA DE SANTA CATARINA NÚCLEO DE GEOMÁTICA LABORATÓRIO DE TOPOGRAFIA		
SERVIÇO:		DATA:		
PROPRIETÁRIO:		CIDADE:		
LOCAL:		FOLHA:		
OPERADOR:				
EST.	PONTO VISADO	ÂNGULO HORIZONTAL	DISTÂNCIA HORIZONTAL	DESCRIÇÃO

FIGURA 2 Croqui poligonal aberta.

### 10.2.2.1.4 Caderneta de campo

Se o uso for de uma estação total, os dados serão armazenados em arquivos e o formato dependerá da marca e do modelo. Abaixo um exemplo de caderneta eletrônica com dados polares.

```

_ '8_ (E_) 1.510
_ +7_ ?+00011541m0903536+1441310d+00011541*60+05+00060_*R_,1.500
_ +7_ ?+00011540m2692427+3241310d+00011540*60+05+00060_*RI_,1.500
_ +9_ ?+00010911m0900245+3135434d+00010911*60+05+00057_*V_,1.500
_ +9_ ?+00010910m2695744+1335452d+00010910*60+05+00060_*VI_,1.500
  
```

### 10.2.2.1.5 Procedimentos

Procedimento dos trabalhos de medição em campo com Estação Total.

A) Reconhecimento de pontos fixos de referência que já existem e em função deles o estudo do melhor traçado da poligonal, para a demarcação dos pontos da poligonal a ser implantada. Na não existência de tais pontos fixos de referência, pode-se adotar um sistema de referência local.

B) A materialização dos pontos da poligonal poderá ser realizada durante o reconhecimento ou durante o desenvolvimento da medição. O tipo de material a ser usado na demarcação vai depender da importância do ponto e assim, do grau de perenidade que se quer para ele.

C) No início da medição da poligonal, com o instrumento já instalado sobre o ponto (estação total independente de marca e modelo) deve-se:

OBS. 1 – Para garantir a confiabilidade da medição de uma poligonal deve-se executar sempre no mínimo uma série de medidas conjugadas pelo método das direções nas posições direta e inversa do instrumento.

OBS. 2 – Neste caso, os procedimentos abaixo descritos são utilizados no caso em que os instrumentos são configurados no modo edição/medição.

C1) Configurar a constante do prisma, a temperatura atmosférica, a pressão atmosférica e a altitude para o momento da medição.

C2) Criar um arquivo para o armazenamento dos dados de medição.

C3) Configurar o ponto sobre o qual o instrumento está instalado (ponto de estação). Normalmente deve-se informar o nome do ponto, a descrição do ponto e a altura do instrumento no caso em que a poligonal for planialtimétrica.

C4) Medição do ponto de ré

C41 Medição do ponto de ré na posição direta do instrumento:

normalmente pede-se o nome do ponto, a descrição do ponto e a altura do sinal (prisma refletor) caso a poligonal for planialtimétrica. Executa-se a medição e grava-se no arquivo anteriormente criado.

C42 Medição do ponto de ré na posição inversa do instrumento:

repete-se o nome do ponto, eventualmente a altura do sinal, e quanto à descrição, informa-se somente ré para aqueles instrumentos que reconhecem automaticamente a posição invertida e ré-invertida para os que não reconhecem. Após a configuração, executa-se a medição.

C5) Medição do ponto de vante

Repete-se o procedimento do item anterior, porém neste caso a descrição deverá ser vante ou vante-invertida. Após a configuração, executa-se a medição e grava-se no arquivo.

C6) Para a medição dos próximos pontos da poligonal ( pontos de estação), repete-se os procedimentos descritos nos itens C41 a C5

### 10.2.2.1.6 Cálculos

Roteiro de cálculo:

a- Cálculo das médias das distâncias entre vértices (  $d$  );

$$d = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

b- Cálculo das médias dos ângulos irradiados entre vértices (  $I$  );

$$I = \frac{\sum(LV - LR)}{n}$$

c- Cálculo dos azimutes (  $Az$  );

$$Az_v = Az_r + I$$

$$Az_r = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

Obs.1: quando a soma for maior que  $360^\circ$ , subtrai-se de  $360^\circ$ .

Obs.2: se a orientação for por dois pontos coordenados utiliza-se a transformação retangular – polar ou arco tangente.

d- Cálculo das projeções ( $\Delta X$ ), ( $\Delta Y$ );

$$\Delta X = d \cdot \sin Az_v$$

$$\Delta Y = d \cdot \cos Az_v$$

Na calculadora Casio fx 82MS a seqüência de operação da transformação de coordenadas polares em retangulares é a descrita abaixo:

Rec(	Distância	,	Azimute	=
Na tela o valor de Y	Alpha	Tan	=	
Na tela o valor de X				

e- Cálculo das coordenadas ( $X_n$ ), ( $Y_n$ );

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$$

O cálculo poderá ser realizado utilizando-se uma planilha

Estação	Ponto Visado	Distância ((d)	Ângulo ((l)	Azimute (AZ)	Projeções		Coordenadas	
							X	Y
1 - Cálculo dos azimutes: $Az = (Az \text{ ré}) + \alpha$					2.1- Projeção em X (X) : $X = d * \sin Az$			
1.1 $Az \text{ ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$					2.2- Projeção em Y (Y) : $Y = d * \cos Az$			
2- Cálculo das projeções (transformação de coordenadas polares em retangulares).					3- Cálculo das coordenadas:			
					3.1 Em X : $X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$			
					3.2 Em Y : $Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$			

Exemplo 1:

Dada a caderneta e o croqui, calcular as coordenadas da poligonal aberta.

Estação	Ponto Visado	Distância	Ângulo lido
1	0	-	10° 25'32"
	2	201,557	96° 28'52"
2	1	-	48° 14'58"
	3	217,313	311° 31'48"
3	2	-	100° 56'47"
	4	202,238	249° 23'24"
4	3	-	15° 55'36"
	5	200,249	207° 19'11"

Dados Iniciais:

Coordenadas Pt 1 (1150,6954 ; 1187,4571)

Azimute 1-0 = 303°41'22"

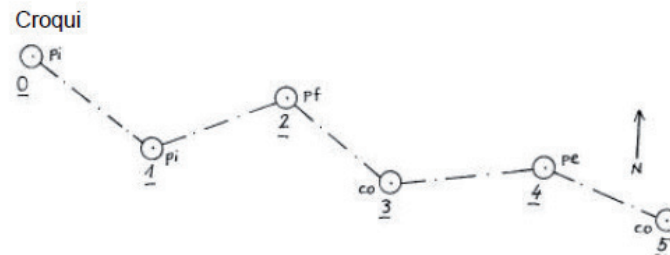


FIGURA 3 Croqui de medição.

Memória de cálculo:

b- Cálculo das médias dos ângulos irradiados entre vértices ( I );

$$I = \frac{\sum(LV - LR)}{n}$$

$$I = 96^{\circ}28'52'' - 10^{\circ}25'32'' = 86^{\circ}03'20''$$

$$I = 311^{\circ}31'48'' - 48^{\circ}14'58'' = 263^{\circ}16'50''$$

$$I = 249^{\circ}23'24'' - 100^{\circ}56'47'' = 148^{\circ}26'37''$$

$$I = 207^{\circ}19'11'' - 15^{\circ}55'36'' = 191^{\circ}23'35''$$

c- Cálculo dos azimutes (Az );

$$Az_v = Az_r + I$$

$$Az_r = Az_{ant} \pm 180^{\circ}$$

$$Az_{12} = Az_r + I$$

$$Az_{12} = 303^{\circ}41'22'' + 86^{\circ}03'20'' (-360^{\circ}) = 29^{\circ}44'42''$$

$$Az_{23} = (Az_{12} \pm 180^{\circ}) + \alpha c$$

$$Az_{23} = (29^{\circ}44'42'' + 180^{\circ}) + 263^{\circ}16'50'' (-360'')$$

$$Az_{23} = 113^{\circ}01'32''$$

$$Az_{34} = (Az_{23} \pm 180^{\circ}) + \alpha c$$

$$Az_{34} = (113^{\circ}01'32'' + 180^{\circ}) + 148^{\circ}26'37'' (-360^{\circ})$$

$$Az_{34} = 81^{\circ}28'09''$$

$$Az_{45} = (Az_{34} \pm 180^{\circ}) + \alpha c$$

$$Az_{45} = (81^{\circ}28'09'' + 180^{\circ}) + 191^{\circ}23'35'' (-360^{\circ})$$

$$Az_{45} = 92^{\circ}51'44''$$

d- Cálculo das projeções (ΔX ), (ΔY );

Transformação de coordenadas polares em retangulares:

Rec(	Distância	,	Azimute	=		
Rec(	201, 557	,	29°44'42"	=	175,0003	100,0006
Rec(	217, 313	,	113° 01'32"	=	-85,0002	200,0000
Rec(	202, 238	,	81°28'09"	=	30,0003	200,0005
Rec(	200, 249	,	92°51'44"	=	-9,9993	199,9991

Ou,

$$X = d \cdot \sin Az_v$$

$$\Delta X_{12} = 201,557 \cdot \sin 29^\circ 44' 42'' = 100,0006$$

$$\Delta X_{23} = 217,313 \cdot \sin 113^\circ 01' 32'' = 200,0000$$

$$\Delta X_{34} = 202,238 \cdot \sin 81^\circ 28' 09'' = 200,0005$$

$$\Delta X_{45} = 200,249 \cdot \sin 92^\circ 51' 44'' = 199,9991$$

$$| \Delta Y = d \cdot \cos Az_v$$

$$| \Delta Y_{12} = 201,557 \cdot \cos 29^\circ 44' 42'' = 175,0003$$

$$| \Delta Y_{23} = 217,313 \cdot \cos 113^\circ 01' 32'' = -85,0002$$

$$| \Delta Y_{34} = 202,238 \cdot \cos 81^\circ 28' 09'' = 30,0003$$

$$| \Delta Y_{45} = 200,249 \cdot \cos 92^\circ 51' 44'' = -9,9993$$

e- Cálculo das coordenadas ( $X_n$ ), ( $Y_n$ );

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$$

$$X_2 = 1150,6954 + 100,0006 = 1250,6960$$

$$X_3 = 1250,6960 + 200,0000 = 1450,6960$$

$$X_4 = 1450,6960 + 200,0005 = 1650,6965$$

$$X_5 = 1650,6965 + 199,9991 = 1850,6956$$

$$| Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$$

$$| Y_2 = 1187,4571 + 175,0003 = 1362,4574$$

$$| Y_3 = 1362,4574 - 85,0002 = 1277,4572$$

$$| Y_4 = 1277,4572 + 30,0003 = 1307,4575$$

$$| Y_5 = 1307,4575 - 9,9993 = 1297,4582$$

Utilizando uma planilha de Cálculo

Estação	Ponto Visado	Distância (d)	Ângulo (I)	Azimute (AZ)	Projeções		Coordenadas	
							X	Y
	1						1150,6954	1187,4571
1	2	201,557	86°03'20"	29°44'42"	100,0006	175,0003	1250,6960	1362,4574
	3	217,313	263°16'50"	113°01'32"	200,0000	-85,0002	1450,6960	1277,4572
	4	202,238	148°26'37"	81°28'09"	200,0005	30,0003	1650,6965	1307,4575
	5	200,249	191°23'35"	92°51'44"	199,9991	-9,9993	1850,6956	1297,4582
1 - Cálculo dos azimutes: $Az = (Az \text{ ré}) + \alpha$					2.1- Projeção em X (X) : $X = d \cdot \sin Az$			
1.1 $Az \text{ ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$					2.2- Projeção em Y (Y) : $Y = d \cdot \cos Az$			
2- Cálculo das projeções (transformação de coordenadas polares em retangulares).					3- Cálculo das coordenadas:			
					3.1 Em X : $X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$			
					3.2 Em Y : $Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$			

### 7.2.2.1.7 Medições

Exemplo de uma poligonal aberta com duas séries de leituras conjugadas.

\_8\_(E\_)1.542

\_+7\_?+00011542m0904503+0110347d+00011541\*60+04+00061\_\*R\_,1.500

\_+7\_?+00011543m2691538+1910320d+00011542\*60+04+00062\_\*RI\_,1.500

\_+9\_?+00010919m0901537+1804610d+00010918\*60+04+00055\_\*V\_,1.500

\_+9\_?+00010918m2694440+0004647d+00010918\*60+04+00061\_\*VI\_,1.500

\_+7\_?+00011545m0904820+0110658d+00011543\*60+04+00063\_\*R\_,1.500

\_+7\_?+00011542m2691508+1910518d+00011541\*60+04+00050\_\*RI\_,1.500

\_+9\_?+00010909m0901326+1804652d+00010909\*60+04+00054\_\*V\_,1.500

\_+9\_?+00010906m2694441+0004659d+00010906\*60+04+00051\_\*VI\_,1.500

\_9\_(E\_)1.635

\_+8\_?+00010931m0904317+0842825d+00010930\*60+04+00061\_\*R\_,1.500

\_+8\_?+00010931m2691628+2642830d+00010930\*60+04+00061\_\*RI\_,1.500

```

_+10_ ?+00011744m0932208+2795007d+00011724*60+04+00063_*V_,1.500
_+10_ ?+00011745m2663845+0995012d+00011725*60+04+00061_*VI_,1.500
_+8_ ?+00010930m0904249+0842838d+00010929*60+04+00050_*R_,1.500
_+8_ ?+00010931m2691605+2642845d+00010930*60+04+00048_*RI_,1.500
_+10_ ?+00011746m0932125+2795009d+00011726*60+04+00061_*V_,1.500
_+10_ ?+00011745m2663814+0995014d+00011725*60+04+00063_*VI_,1.500
_'10_(E_)1.599
_+9_ ?+00011752m0875233+0410517d+00011744*60+04+00060_*R_,1.500
_+9_ ?+00011751m2720724+2210537d+00011743*60+04+00048_*RI_,1.500
_+11_ ?+00011666m0901634+2094512d+00011665*60+04+00054_*V_,1.500
_+11_ ?+00011666m2694325+0294513d+00011665*60+04+00051_*VI_,1.500
_+9_ ?+00011752m0875231+0410333d+00011744*60+04+00062_*R_,1.500
_+9_ ?+00011751m2720729+2210401d+00011743*60+04+00057_*RI_,1.500
_+11_ ?+00011665m0901624+2094331d+00011665*60+04+00051_*V_,1.500
_+11_ ?+00011665m2694315+0294336d+00011665*60+04+00050_*VI_,1.500
_'11_(E_)1.600
_+10_ ?+00011658m0904054+2493835d+00011657*60+04+00052_*R_,1.500
_+10_ ?+00011659m2691815+0693851d+00011658*60+04+00052_*RI_,1.500
_+12_ ?+00009004m0904822+0740726d+00009003*60+04+00055_*V_,1.500
_+12_ ?+00009004m2690959+2540804d+00009003*60+04+00053_*VI_,1.500
_+10_ ?+00011660m0904040+2493834d+00011659*60+04+00053_*R_,1.500
_+10_ ?+00011659m2691758+0693842d+00011658*60+04+00048_*RI_,1.500
_+12_ ?+00009005m0904832+0740748d+00009004*60+04+00056_*V_,1.500
_+12_ ?+00009007m2691037+2540628d+00009006*60+04+00051_*VI_,1.500
_'12_(E_)1.532
_+11_ ?+00008979m0900339+0080448d+00008979*60+04+00053_*R_,1.500
_+11_ ?+00008980m2695444+1880506d+00008980*60+04+00059_*RI_,1.500
_+13_ ?+00009089m0901045+1854933d+00009089*60+04+00061_*V_,1.500
_+13_ ?+00009088m2694719+0054914d+00009088*60+04+00062_*VI_,1.500
_+11_ ?+00008982m0900709+0080528d+00008982*60+04+00053_*R_,1.500
_+11_ ?+00008980m2695653+1880438d+00008980*60+04+00051_*RI_,1.500
_+13_ ?+00009091m0901737+1854945d+00009091*60+04+00062_*V_,1.500
_+13_ ?+00009088m2694440+0055014d+00009087*60+04+00054_*VI_,1.500

```

Croqui do levantamento de poligonal aberta:

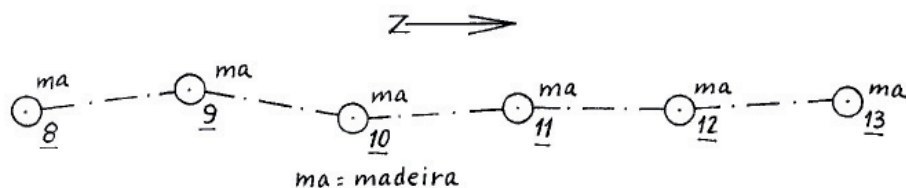


FIGURA 4 Croqui de medição.

## 10.2.2.1.8 Análise e tratamento das medições

No programa Posição:

IFET/SC		Data: 29/5/2008 Page 1 of 2								
LISTAGEM DA CADERNETA										
Cliente:		prof hasenack								
Obra:										
Município:										
Estado:										
Local:										
Arquivo:		D:\Coordenação\2007_2\Polygonais\Matutino\Polygonal aberta\Aberta_Richard\E3edit.cad								
PT VISADO	TIPO	DESCRIÇÃO	ÂNG.HZ.D	ÂNG.VT.D	ÂNG.HZ.I	ÂNG.VT.I	H.P.	DT.INC	DT.RED	DESNIV
ESTAÇÃO: 8			H.I.: 1.542							
7	R		11°03'47"	90°45'03"	191°03'20"	269°15'38"	1.500	11.543	11.542	-0.108
9	V VANTE		180°46'10"	90°15'37"	0°46'47"	269°44'40"	1.500	10.919	10.919	-0.007
ESTAÇÃO: 8			H.I.: 1.542							
7	R		11°06'58"	90°48'20"	191°05'18"	269°15'08"	1.500	11.544	11.543	-0.114
9	V VANTE		180°46'52"	90°13'26"	0°46'59"	269°44'41"	1.500	10.908	10.908	-0.004
ESTAÇÃO: 9			H.I.: 1.635							
8	R		84°28'25"	90°43'17"	264°28'30"	269°16'28"	1.500	10.931	10.930	-0.003
10	V VANTE		279°50'07"	93°22'08"	99°50'12"	266°38'45"	1.500	11.745	11.725	-0.554
ESTAÇÃO: 9			H.I.: 1.635							
8	R		84°28'38"	90°42'49"	264°28'45"	269°16'05"	1.500	10.931	10.930	-0.003
10	V VANTE		279°50'09"	93°21'25"	99°50'14"	266°38'14"	1.500	11.746	11.726	-0.553
ESTAÇÃO: 10			H.I.: 1.599							
9	R		41°05'17"	87°52'33"	221°05'37"	272°07'24"	1.500	11.752	11.744	0.536
11	V VANTE		209°45'12"	90°16'34"	29°45'13"	269°43'25"	1.500	11.666	11.666	0.043
ESTAÇÃO: 10			H.I.: 1.599							
9	R		41°03'33"	87°52'31"	221°04'01"	272°07'29"	1.500	11.752	11.744	0.536
11	V VANTE		209°43'31"	90°16'24"	29°43'36"	269°43'15"	1.500	11.665	11.665	0.043
ESTAÇÃO: 11			H.I.: 1.600							
10	R		249°38'35"	90°40'54"	69°38'61"	269°18'15"	1.500	11.669	11.668	-0.040
12	V VANTE		74°07'26"	90°48'22"	254°08'04"	269°09'59"	1.500	9.004	9.003	-0.029
ESTAÇÃO: 11			H.I.: 1.600							
10	R		249°38'34"	90°40'40"	69°38'42"	269°17'58"	1.500	11.660	11.659	-0.040
IFET/SC		SISTEMA POSIÇÃO								

IFET/SC

Data: 29/5/2008 Page 1 of 1

**RELATÓRIO DE POLIGONAL**

Cliente: prof hasenack

Obra:

Município:

Estado:

Local:

Arquivo: D:\Coordenação\2007\_2\Polygonais\Matutino\Polygonal aberta\Aberta\_Richard\E3edit.cad

POLIGONAL: Aberta

CÁLCULO: Topográfico

ESTAÇÃO	ÂNGULO HORIZ	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORD.NORTE	COORD.ESTE	COTA	DESCRIÇÃO
7		0°00'00.0"					
8	169°41'42.1"	349°41'42.1"	10.917	100.000	150.000		
9	195°17'41.8"	4°59'23.9"	11.742	110.741	148.047		ANTE
10	168°38'59.6"	353°38'23.5"	11.663	122.438	149.068		ANTE
11	184°29'31.4"	358°07'54.9"	8.996	134.029	147.776		ANTE
12	177°44'41.5"	355°52'36.4"	9.089	143.020	147.483		ANTE
13				152.086	146.830		ANTE

**DADOS DO FECHAMENTO**

Perímetro:..... 52.4057

ERROS

TOLERÂNCIAS

Angular:.....

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Erro Não Distribuído

Relativo:.....

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Erro Não Distribuído

Linear:.....

\*\*\*\*\*

Eixo Norte:.....

\*\*\*\*\*

Eixo Este:.....

\*\*\*\*\*

Azimute:.....

\*\*\*\*\*

Altimétrico:.....

Sem Cota

\*\*\*\*\*

Erro Não Distribuído

IFET/SC

SISTEMA POSIÇÃO

### 10.2.2.1.9 Desenho

O desenho em CAD poderá ser realizado tanto por coordenadas polares como por coordenadas retangulares.

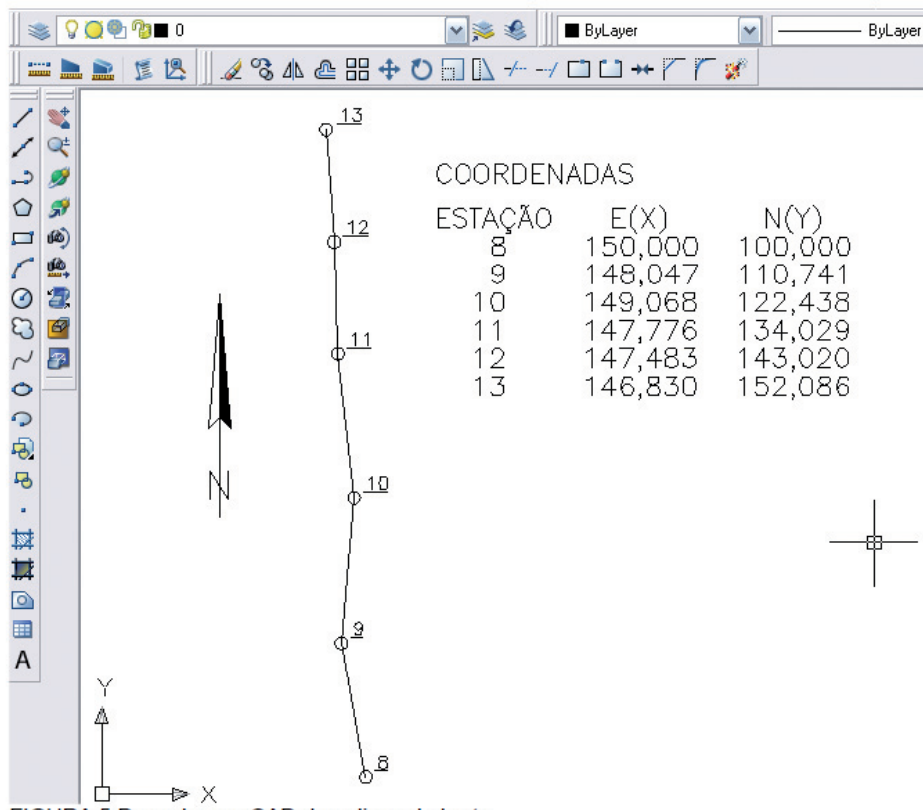


FIGURA 5: Desenho em CAD de poligonal aberta.

### 10.2.2.2 Poligonal Fechada

#### 10.2.2.2.1 Conceito

São poligonais apoiadas e fechadas numa só direção e num só ponto, ou seja o ponto de partida é igual ao ponto de chegada.

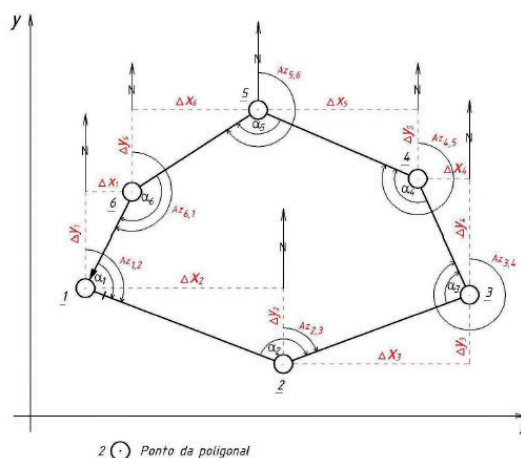


FIGURA 6: Elementos de uma poligonal fechada.

### 10.2.2.2.2 Instrumentos

Os instrumentos utilizados para a poligonal fechada são os mesmos do item 7.2.2.1.2.

### 10.2.2.2.3 Croqui

O croqui deverá ser elaborado de acordo com o item 7.2.2.1.3.

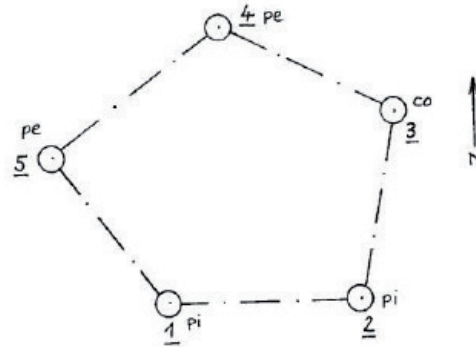


FIGURA 7: Croqui de uma poligonal fechada.

### 10.2.2.2.4 Caderneta de campo

Pode-se adotar o mesmo modelo do item 7.2.2.1.4.

### 10.2.2.2.5 Procedimentos

Os procedimentos para o levantamento de uma poligonal fechada e o mesmo descrito no item 7.2.2.1.4.

### 10.2.2.2.6 Ajustamento

#### 10.2.2.2.6.1 Proporcional às projeções

Roteiro de cálculo:

1- Perímetro (  $p$  ):

$$p = \sum d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$$

2- Somatório angular ( $\sum \alpha$ ):

$$\sum \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$$

3- Erro de fechamento angular ( $\epsilon\alpha$ ):

$$\epsilon\alpha = \sum \alpha - (180^\circ \cdot (n - 2))$$

OBS: Se a medição angular entre dois alinhamentos for realizada pelo lado externo da poligonal, utiliza-se a fórmula  $\epsilon\alpha = \sum \alpha - (180^\circ \cdot (n + 2))$

4- Tolerância angular ( $T\alpha$ ):

As tolerâncias angulares de poligonais, normalmente são definidas pelo contratante ou normalizadas em função da finalidade do levantamento. Em casos de não haver a definição da tolerância angular, podemos analisar se o procedimento de medição angular foi efetuado de forma adequada, utilizando a seguinte equação:

$$T\alpha = \pm 3 \cdot Pn \cdot n$$

5- Verificação da tolerância:angular:

$T\alpha \geq \epsilon\alpha$  a tolerância tem que ser maior ou igual ao erro angular.

Se o erro angular for superior à tolerância, o levantamento será descartado.

Distribuição do erro angular:

6- Correção angular (  $C\alpha$  ):

$$C\alpha = - \epsilon\alpha / n$$

OBS. A correção tem sinal oposto ao erro;

O valor da correção será igual para cada ângulo:

Há outras formas de distribuição do erro angular.

7- Verificação da correção:

$$\Sigma C\alpha = - \epsilon\alpha$$

A somatória das correções angulares tem que ser igual ao erro angular cometido.

OBS: As verificações são importantes para não propagarmos eventuais erros de cálculo.

8- Ângulo corrigido (  $\alpha_c$  ):

$$\alpha_c = \alpha + C\alpha$$

9- Verificação dos ângulos corrigidos:

$$\Sigma \alpha_c = (180^\circ * (n - 2))$$

10- Cálculo dos azimutes (  $Az$  )

$$Az = (Az_{ré}) + \alpha_c$$

$$Az_{ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

onde :  $\Sigma d$  = somatório das distâncias.

$d_1, d_2, \dots, d_n$  = distâncias

onde :  $n$  = número de vértices

onde :  $\alpha$  = ângulo interno (normalmente) ou ângulo externo

onde :  $P_n$  = precisão nominal do instrumento

estabelecida pelo fabricante.

O azimute do alinhamento inicial sendo conhecido, é transportado aos demais alinhamentos.

Para verificação do cálculo do azimute de uma poligonal fechada, o azimute de saída deverá ser igual ao contra de chegada.

11- Cálculo das projeções:

11.1- Projeção em X (  $\Delta X$  ) :

$$\Delta X = d * \sin Az$$

11.2- Projeção em Y (  $\Delta Y$  ) :

$$\Delta Y = d * \cos Az$$

Ou por transformação de coordenadas polares em retangulares.

Rec(	Distância	,	Azimute	=
Na tela o valor de $\Delta X$		Alpha	tan	=
Na tela o valor de $\Delta Y$				

## 12- Somatório das projeções

12.1- Somatório na projeção X :  $\Sigma \Delta X$ 12.2- Somatório em módulo na projeção X :  $\Sigma |\Delta X|$ 12.3- Somatório na projeção Y :  $\Sigma \Delta Y$ 12.4- Somatório em módulo na projeção Y :  $\Sigma |\Delta Y|$ 

## 13- Erro nas projeções:

Em uma poligonal fechada o somatório das projeções em X e em Y tem que ser igual a zero.

13.1- Erro na projeção X (  $\epsilon_x$  ):

$$\epsilon_x = \Sigma \Delta X$$

13.2- Erro na projeção Y (  $\epsilon_y$  ):

$$\epsilon_y = \Sigma \Delta Y$$

14- Erro linear (  $\epsilon_l$  ):

$$\epsilon_l = \sqrt{(\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2)}$$

15- Tolerância linear (  $TI$  ):

As tolerâncias lineares de poligonais, normalmente são definidas pelo contratante ou normalizadas em função da finalidade do levantamento. Em casos de não haver a definição da tolerância lineares, podemos analisar se o procedimento de medição lineares foi efetuado de forma adequada, utilizando a seguinte equação:

$$TI = \pm 3 * PN * \sqrt{p} \text{ (Km)}$$

16- Precisão linear (  $PI$  ):

$$PI = 1 : ( p / \epsilon_l )$$

OBS. Muitas vezes a tolerância é apresentada na forma de precisão linear.

Exemplo: precisão linear 1:10000, significa um erro de 1 metro em 10000 metros medidos.

## 17- Verificação da tolerância linear:

 $TI \geq \epsilon_l$  a tolerância tem que ser maior ou igual ao erro linear.

Se o erro linear for superior à tolerância, o levantamento será descartado.

A correção do erro linear será realizada pelo método de compensação nas projeções.

## 18- Correções nas projeções

18.1- Correção na projeção X (  $C_x$  ):

$$C_x = ( |\Delta X| * |\epsilon_x| ) / \Sigma |\Delta X|$$

18.2- Correção na projeção Y (  $C_y$  ):

$$C_y = ( |\Delta Y| * |\epsilon_y| ) / \Sigma |\Delta Y|$$

OBS. A correção tem sinal oposto ao erro;

Há outras formas de distribuição do erro linear.

## 19- Verificação das correções

19.1- Somatória de  $C_x = \epsilon_x$ 19.2- Somatória de  $C_y = \epsilon_y$ 

OBS: As verificações são importantes para não propagarmos eventuais erros de cálculo.

## 20- Projeções corrigidas

20.1- Projeção corrigida em X (  $\Delta X_c$  ):

$$\Delta X_c = \Delta X + C_x$$

20.2- Projeção corrigida em Y (  $\Delta Y_c$  ):

$$\Delta Y_c = \Delta Y + C_y$$

21- Verificação das projeções corrigidas:

### 21.1 Projeção em $X$ :

$$\sum \Delta X_c = 0$$

### 21.2 Projeção em Y:

$$\Sigma \Delta Y_C = 0$$

22- Cálculo das coordenadas ( X ), ( Y ):

22.1 Em X:

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_c$$

22.2 Em Y:

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_c$$

O cálculo poderá ser realizado utilizando-se uma planilha onde :  $X_n$  = coordenadas finais no eixo (X)

$Y_n$  = coordenadas finais no eixo (Y)

$$\Delta X_c = \text{projeção corrigida em (X)}$$
 $\Delta Y_c = \text{projeção corrigida em (Y)}$ 

$X_{n-1}$  = coordenada final anterior em (X)

$Y_{n-1}$  = coordenada final anterior em (Y)

<b>PLANILHA DE CÁLCULO DE POLIGONAL FECHADA</b>								
Cliente _____			Local _____				Data _____	
Coordenada de partida _____						Azimute de Ré Arquivo _____		
Estação	Ponto Visado	Distância (d)	Ângulo ( $\alpha$ )	Correção Angular ( $C\alpha$ )	Ângulo corrigido ( $a_c$ )	Azimute ( $A_z$ )		
$\Sigma$								
E $\alpha$		(T $\alpha$ )						
1- Perímetro (p) : $\Sigma d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$			4- Tolerância angular (T $\alpha$ ) : T $\alpha = 3''PN^{\frac{1}{2}}$		8- Ângulo corrigido ( $a_c$ ): $a_c = \alpha + C\alpha$			
2- Somatório angular : $\Sigma \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$			5- Verificação : tolerância $\geq$ erro		9- Verificação dos âng. corrigidos : $\Sigma a_c - (180^\circ * (n - 2)) = 0$			
3- Erro angular (E $\alpha$ ) :			6- Correção angular (C $\alpha$ ) : C $\alpha = E\alpha / n$		10- Cálculo das azimutes : Az = (Az ré) + ac			
E $\alpha = \Sigma \alpha - (180^\circ * (n - 2))$			7- Verificação da correção : $\Sigma C\alpha = -E\alpha$		10.1 Az ré = Azant ± 180°			
Estação	Projeções		Correções		Projeções Corrigidas		Coordenadas	
	$\Delta X$	$\Delta Y$	Cx	Cy	$\Delta x_c$	$\Delta y_c$	X	Y
$\Sigma$								
$\Sigma  \Delta $								
CI	TI		PI					
11- Cálculo das projeções (transformação de coordenadas polares em retangulares).			13.2- Erro na projeção Y (Ey) : Ey = $\Sigma \Delta Y$			19.1- Somatória de Cx - Ex = 0		
11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ) : $\Delta X = d * sen Az$			14- Erro linear (EI) : EI= $\sqrt{(Cx^2 + Cy^2)}$			19.2- Somatória de Cy - Ey = 0		
11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) : $\Delta Y = d * cos Az$			15- Tolerância linear (TL) : TL = $3 * PN * \sqrt[p]{(Km)}$			20- Projeção corrigidas		
12- Somatória das projeções			16- Precisão linear (PL) : PL = $1 : (p / CI)$			20.1- Projeção em X ( $\Delta x_c$ ) : $\Delta x_c = \Delta X + C_x$		
12.1- Somatório na projeção X : $\Sigma \Delta X$			17- Verificação : tolerância $\geq$ erro			20.2- Projeção em Y ( $\Delta y_c$ ) : $\Delta y_c = \Delta Y + C_y$		
12.2- Somatório em módulo na projeção X : $\Sigma  \Delta X $			18- Correção nas projeções			21- Verificação das projeções corrigidas:		
12.3- Somatório na projeção Y : $\Sigma \Delta Y$			18.1- Correção na projeção X (Cx) :			21.1 Projeção em X : $\Sigma \Delta x_c = 0$		
12.4- Somatório em módulo na projeção Y : $\Sigma  \Delta Y $			Cx =(  ΔX  *  Ex  ) / Σ  ΔX			21.2 Projeção em Y : $\Sigma \Delta y_c = 0$		
13- Erro nas projeções			18.2- Correção na projeção Y (Cy) :			22- Cálculo das coordenadas:		
13.1- Erro na projeção X (Ex) : Ex = $\Sigma \Delta X$			Cy =(  ΔY  *  Ey  ) / Σ  ΔY			22.1 Em X : Xn = Xn-1 + Δxc		
			19- Verificação das correções			22.2 Em Y : Yn = Yn-1 + Δyc		

**Exemplo 2:**

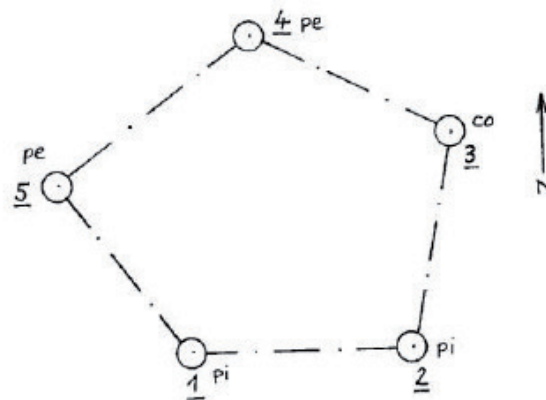
Dada a caderneta e o croqui, calcular as coordenadas da poligonal fechada.

Estação	Ponto Visado	Distância(d)	Ângulo( $\alpha$ )
1	2	509,902	101° 53' 16"
2	3	353,523	109° 26' 22"
3	4	430,116	117° 24' 28"
4	5	494,995	99° 27' 40"
5	1	380,759	111° 48' 03"

Coordenadas Pt 1 (1150,6954 ; 1187,4571)

Azimute 1-0 = 303° 41' 22"

Levantamento executado com estação total PN ( angular  $\pm 5''$  e linear  $\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm})$ )



**FIGURA 8** Croqui de medição.

Memória de cálculo:

1- Perímetro ( p ):

$$p = \sum d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$$

$$p = 509,902 + 353,523 + 430,116 + 494,995 + 380,759 = 2169,295 \text{ m}$$

2- Somatório angular ( $\sum \alpha$ ):

$$\sum \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$$

$$\sum \alpha = 101^\circ 53' 16'' + 109^\circ 26' 22'' + 117^\circ 24' 28'' + 99^\circ 27' 40'' + 111^\circ 48' 03'' = 539^\circ 59' 49''$$

3- Erro de fechamento angular ( $\epsilon\alpha$ ):

$$\epsilon\alpha = \sum \alpha - (180^\circ \cdot (n - 2))$$

$$\epsilon\alpha = 539^\circ 59' 49'' - (180^\circ \cdot (5 - 2))$$

$$\epsilon\alpha = - 11''$$

4- Tolerância angular ( $T\alpha$ ):

$$T\alpha = \pm 3 \cdot Pn \cdot \sqrt{n}$$

$$T\alpha = \pm 3 \cdot 5'' \cdot \sqrt{5}$$

$$T\alpha = \pm 33''$$

5- Verificação da tolerância:angular:

$$T\alpha \geq \epsilon\alpha$$

$$33'' \geq 11''$$

Distribuição do erro angular:

6- Correção angular (  $C\alpha$  ):

$$C\alpha = \epsilon\alpha / n$$

$$C\alpha = 11 / 5$$

$$C\alpha = 2,2''$$

A distribuição será de 2'' nos quatro primeiros ângulos e 3'' no último ângulo.

7- Verificação da correção:

$$\Sigma C\alpha = \epsilon\alpha$$

$$\Sigma C\alpha = 2'' + 2'' + 2'' + 2'' + 3'' = 11''$$

$$11'' = 11''$$

8- Ângulo corrigido (  $\alpha_c$  ):

$$\alpha_c = \alpha + C\alpha$$

$$101^\circ 53' 16'' + 2'' = 101^\circ 53' 18''$$

$$109^\circ 26' 22'' + 2'' = 109^\circ 26' 24''$$

$$117^\circ 24' 28'' + 2'' = 117^\circ 24' 30''$$

$$99^\circ 27' 40'' + 2'' = 99^\circ 27' 42''$$

$$111^\circ 48' 03'' + 3'' = 111^\circ 48' 06''$$

9- Verificação dos ângulos corrigidos:

$$\Sigma \alpha_c = (180^\circ * (n - 2))$$

$$\Sigma \alpha_c = 101^\circ 53' 18'' + 109^\circ 26' 24'' + 117^\circ 24' 30'' + 99^\circ 27' 42'' + 111^\circ 48' 06'' = 540^\circ 00' 00''$$

$$540^\circ 00' 00'' = (180^\circ * (5 - 2))$$

$$540^\circ 00' 00'' = 540^\circ 00' 00''$$

10- Cálculo dos azimutes (  $Az$  )

$$Az = (Az_{ré}) + \alpha_c$$

$$Az_{ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

$$Az_{12} = 78^\circ 41' 24''$$

$$Az_{23} = (Az_{12} \pm 180^\circ) + \alpha_c$$

$$Az_{23} = (78^\circ 41' 24'' + 180^\circ) + 109^\circ 26' 24''$$

$$Az_{23} = 8^\circ 07' 48''$$

$$Az_{34} = (Az_{23} \pm 180^\circ) + \alpha_c$$

$$Az_{34} = (8^\circ 07' 48'' + 180^\circ) + 117^\circ 24' 30''$$

$$Az_{34} = 305^\circ 32' 18''$$

$$Az_{45} = (Az_{34} \pm 180^\circ) + \alpha_c$$

$$Az_{45} = (305^\circ 32' 18'' - 180^\circ) + 99^\circ 27' 42''$$

$$Az_{45} = 225^\circ 00' 00''$$

$$Az_{51} = (Az_{45} \pm 180^\circ) + \alpha_c$$

$$Az_{51} = (225^\circ 00' 00'' - 180^\circ) + 111^\circ 48' 06''$$

$$Az_{51} = 156^\circ 48' 06''$$

$$Az_{12} = (Az_{51} \pm 180^\circ) + \alpha_c$$

$$Az_{12} = (156^\circ 48' 06'' + 180^\circ) + 101^\circ 53' 18''$$

$$Az_{12} = 78^\circ 41' 24''$$

## 11- Cálculo das projeções:

11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ) :

$$\Delta X = d. \sin Az_v$$

$$\Delta X_{12} = 509,902 \cdot \sin 78^\circ 41' 24'' = 499,9999$$

$$\Delta X_{23} = 353,523 \cdot \sin 8^\circ 07' 48'' = 49,9951$$

$$\Delta X_{34} = 430,116 \cdot \sin 305^\circ 32' 18'' = -349,9969$$

$$\Delta X_{45} = 494,995 \cdot \sin 225^\circ 00' 00'' = -350,0143$$

$$\Delta X_{51} = 380,759 \cdot \sin 156^\circ 48' 06'' = 149,9867$$

| 11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) :

$$| \Delta Y = d. \cos Az_v$$

$$| \Delta Y_{12} = 509,902 \cdot \cos 78^\circ 41' 24'' = 100,0006$$

$$| \Delta Y_{23} = 353,523 \cdot \cos 8^\circ 07' 48'' = 349,9700$$

$$| \Delta Y_{34} = 430,116 \cdot \cos 305^\circ 32' 18'' = 250,0039$$

$$| \Delta Y_{45} = 494,995 \cdot \cos 225^\circ 00' 00'' = -350,0143$$

$$| \Delta Y_{51} = 380,759 \cdot \cos 156^\circ 48' 06'' = -349,9734$$

Ou por transformação de coordenadas polares em retangulares.

Rec(	Distância	,	Azimute	=	$\Delta X$	$\Delta Y$
Rec(	509,902	,	78°41'24"	=	100,0006	499,9999
Rec(	353,523	,	8°07'48"	=	349,9700	49,9951
Rec(	430,116	,	305°32'18"	=	250,0039	-349,9969
Rec(	494,995	,	225°00'00"	=	-350,0143	-350,0143
Rec(	380,759	,	156°48'06"	=	-349,9734	149,9867

## 12- Somatório das projeções

12.1- Somatório na projeção  $\Delta X$  :

$$\Sigma \Delta X = 499,9999 + 49,9951 + -349,9969 + -350,0143 + 149,9867 = -0,0295$$

## 12.2- Somatório em módulo na projeção X :

$$\Sigma |\Delta X| = 499,9999 + 49,9951 + 349,9969 + 350,0143 + 149,9867 = 1399,9930$$

## 12.3- Somatório na projeção Y :

$$\Sigma \Delta Y = 100,0006 + 349,9700 + 250,0039 + -350,0143 + -349,9734 = -0,0133$$

## 12.4- Somatório em módulo na projeção Y :

$$\Sigma |\Delta Y| = 100,0006 + 349,9700 + 250,0039 + 350,0143 + 349,9734 = 1399,9622$$

## 13- Erro nas projeções:

13.1- Erro na projeção X ( $\epsilon_x$ ) :

$$\epsilon_x = \Sigma \Delta X$$

$$\epsilon_x = -0,0295$$

13.2- Erro na projeção Y ( $\epsilon_y$ ) :

$$\epsilon_y = -0,0133$$

14- Erro linear ( $\epsilon_l$ ) :

$$\epsilon_l = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2}$$

$$\epsilon_l = \sqrt{0,0295^2 + 0,0133^2}$$

$$\epsilon_l = 0,03234 \text{ m}$$

15- Tolerância linear ( $TI$ ) :

$$TI = \pm 3 \cdot PN \cdot \sqrt{p} \text{ (Km)}$$

$$TI = \pm 3 \cdot (5 + 5 \cdot 2,169295) \cdot \sqrt{2,169295}$$

$$TI = \pm 70 \text{ mm}$$

16- Precisão linear ( $PI$ ) :

$$PI = 1 : (p / \epsilon_l)$$

$$PI = 1 : (2169,295 / 0,03234)$$

$$PI = 1 : 67077$$

## 17- Verificação da tolerância linear:

$$TI \geq EI$$

$$70 \text{ mm} \geq 32 \text{ mm}$$

A correção do erro linear será realizada pelo método de compensação nas projeções.

## 18- Correções nas projeções

## 18.1- Correção na projeção X ( Cx ):

$$Cx = ( | \Delta X | * | \epsilon_x | ) / \Sigma | \Delta X |$$

$$Cx = ( | 499,9999 | * | 0,0295 | ) / | 1399,9930 |$$

$$Cx = 0,0105$$

$$Cx = ( | 49,9951 | * | 0,0295 | ) / | 1399,9930 |$$

$$Cx = 0,0011$$

$$Cx = ( | 349,9969 | * | 0,0295 | ) / | 1399,9930 |$$

$$Cx = 0,0074$$

$$Cx = ( | 350,0143 | * | 0,0295 | ) / | 1399,9930 |$$

$$Cx = 0,0074$$

$$Cx = ( | 149,9867 | * | 0,0295 | ) / | 1399,9930 |$$

$$Cx = 0,0032$$

## 18.2- Correção na projeção Y ( Cy ):

$$Cy = ( | \Delta Y | * | \epsilon_y | ) / \Sigma | \Delta Y |$$

$$Cy = ( | 100,0006 | * | 0,0133 | ) / | 1399,9622 |$$

$$Cy = 0,0009$$

$$Cy = ( | 349,9700 | * | 0,0133 | ) / | 1399,9622 |$$

$$Cy = 0,0033$$

$$Cy = ( | 250,0039 | * | 0,0133 | ) / | 1399,9622 |$$

$$Cy = 0,0024$$

$$Cy = ( | 350,0143 | * | 0,0133 | ) / | 1399,9622 |$$

$$Cy = 0,0033$$

$$Cy = ( | 349,9734 | * | 0,0133 | ) / | 1399,9622 |$$

$$Cy = 0,0033$$

## 19- Verificação das correções

19.1- Somatória de Cx =  $\epsilon_x$ 

$$\Sigma Cx = 0,0105 + 0,0011 + 0,0074 + 0,0074 + 0,0032 = 0,0295$$

19.2- Somatória de Cy =  $\epsilon_y$ 

$$\Sigma Cy = 0,0009 + 0,0033 + 0,0024 + 0,0033 + 0,0033 = 0,0133$$

## 20- Projeções corrigidas

20.1- Projeção corrigida em X (  $\Delta X_c$  ):

$$\Delta X_c = X + Cx$$

$$\Delta X_c = 499,9999 + 0,0105$$

$$\Delta X_c = 500,0105$$

$$\Delta X_c = 49,9951 + 0,0011$$

$$\Delta X_c = 49,9961$$

$$\Delta X_c = -349,9969 + 0,0074$$

$$\Delta X_c = -349,9896$$

$$\Delta X_c = -350,0143 + 0,0074$$

$$\Delta X_c = -350,0069$$

$$\Delta X_c = 149,9867 + 0,0032$$

$$X_c = 149,9899$$

20.2- Projeção corrigida em Y (  $\Delta Y_c$  ):

$$\Delta Y_c = Y + Cy$$

$$\Delta Y_c = 100,0006 + 0,0009$$

$$\Delta Y_c = 100,0015$$

$$\Delta Y_c = 349,9700 + 0,0033$$

$$\Delta Y_c = 349,9733$$

$$\Delta Y_c = 250,0039 + 0,0024$$

$$\Delta Y_c = 250,0062$$

$$\Delta Y_c = -350,0143 + 0,0033$$

$$\Delta Y_c = -350,0110$$

$$\Delta Y_c = -349,9734 + 0,0033$$

$$\Delta Y_c = -349,9701$$

## 21- Verificação das projeções corrigidas:

## 21.1 Projeção em X:

$$\Sigma \Delta X_c = 0$$

$$\Sigma \Delta X_c = 500,0105 + 49,9961 + -349,9896 + -350,0069 + 149,9899 = 0$$

## 21.2 Projeção em Y:

$$\Sigma \Delta Y_c = 0$$

$$\Sigma \Delta Y_c = 100,0015 + 349,9733 + 250,0062 + -350,0110 + -349,9701 = 0$$

## 22- Cálculo das coordenadas ( X ), ( Y ):

22.1 Em X:

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_c$$

$$X_2 = 1150,6954 + 500,0105$$

$$X_2 = 1650,7059$$

$$X_3 = 1650,7059 + 49,9961$$

$$X_3 = 1700,7020$$

$$X_4 = 1700,7020 + -349,9896$$

$$X_4 = 1350,7124$$

$$X_5 = 1350,7124 + -350,0069$$

$$X_5 = 1000,7055$$

$$X_1 = 1000,7055 + 149,9899$$

$$X_1 = 1150,6954$$

22.2 Em Y:

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_c$$

$$Y_2 = 1187,4571 + 100,0015$$

$$Y_2 = 1287,4586$$

$$Y_3 = 1287,4586 + 349,9733$$

$$Y_3 = 1637,4320$$

$$Y_4 = 1637,4320 + 250,0062$$

$$Y_4 = 1887,4382$$

$$Y_5 = 1887,4382 + -350,0110$$

$$Y_5 = 1537,4272$$

$$Y_1 = 1537,4272 + -349,9701$$

$$Y_1 = 1187,4571$$

Utilizando uma planilha de Cálculo

PLANILHA DE CÁLCULO DE POLIGONAL FECHADA								
Cliente		Local				Data		
Coordenadas de partida	Pt 1 (1150,6954 ; 1187,4571)	Equipamento		PN		( angular $\pm 5''$ e linear $\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm})$ )		
Azimute de Ré	1-0 = 303°41'22"			Responsável Técnico				
Estação	Ponto Visado	Distância (d)	Ângulo ( $\alpha$ )	Correção Angular ( $C\alpha$ )	Ângulo corrigido ( $\alpha c$ )	Azimute ( $Az$ )		
1	2	509,902	101°53'16"	2"	101°53'18"	78°41'24"		
2	3	353,523	109°26'22"	2"	109°26'24"	8°07'48"		
3	4	430,116	117°24'28"	2"	117°24'30"	305°32'18"		
4	5	494,995	99°27'40"	2"	99°27'42"	255°00'00"		
5	1	380,759	111°48'03"	3"	111°48'06"	156°48'06"		
$\Sigma$		2169,295	539°59'49"	11"	540°00'00"			
(T $\alpha$ )								
1- Perímetro (p) : $\Sigma d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$ 2- Somatório angular : $\Sigma \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ 3- Erro angular ( $E\alpha$ ) : $E\alpha = \Sigma \alpha - (180^\circ \cdot (n - 2))$ 4- Tolerância angular (T $\alpha$ ) : $T \alpha = 3 \cdot PN \cdot \sqrt{n}$ 5- Verificação : tolerância $\geq$ erro 6- Correção angular ( $C\alpha$ ) : $C\alpha = E\alpha / n$ 7- Verificação da correção : $\Sigma C\alpha = E\alpha$ 8- Ângulo corrigido ( $\alpha c$ ) : $\alpha c = \alpha + C\alpha$ 9- Verificação dos âng. corrigidos : $\Sigma \alpha c - (180^\circ \cdot (n - 2)) = 0$ 10- Cálculo dos azimutes : $Az = (Az \text{ ré}) + \alpha c$ 10.1 Az ré = Azant $\pm 180^\circ$								
Estação	Projeções		Correções		Projeções Corrigidas		Coordenadas	
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$Cx$	$Cy$	$\Delta X_c$	$\Delta Y_c$	X	Y
1	499,9999	100,0006	0,0105	0,0010	500,0105	100,0015	1250,0000	3050,0000
2	49,9951	349,9700	0,0011	0,0033	49,9961	349,9733	1750,0100	3150,0010
3	-349,9969	250,0039	0,0074	0,0024	-349,9896	250,0062	1800,0070	3499,9750
4	-350,0143	-350,0143	0,0074	0,0033	-350,0069	-350,0110	1450,0170	3749,9810
5	149,9868	-349,9734	0,0032	0,0033	149,9899	-349,9701	1100,0100	3399,9700
$\Sigma$	-0,0295	-0,0133	0,0295	0,0133	0,0000	0,0000		
$\Sigma  \Delta $	1399,9930	1399,9622						
El	0,0323	TI		PI	67066,4611			
11- Cálculo das projeções (transformação de coordenadas polares em retangulares). 11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ) : $\Delta X = d \cdot \sin Az$ 11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) : $\Delta Y = d \cdot \cos Az$ 12- Somatória das projeções 12.1- Somatório na projeção X : $\Sigma \Delta X$ 12.2- Somatório em módulo na projeção X : $\Sigma  \Delta X $ 12.3- Somatório na projeção Y : $\Sigma \Delta Y$ 12.4- Somatório em módulo na projeção Y : $\Sigma  \Delta Y $ 13- Erro nas projeções 13.1- Erro na projeção X ( $E_x$ ) : $E_x = \Sigma \Delta X$ 13.2- Erro na projeção Y ( $E_y$ ) : $E_y = \Sigma \Delta Y$ 14- Erro linear (El) : $El = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ 15- Tolerância linear (TI) : $TI = 3 \cdot PN \cdot \sqrt{p}$ (Km) 16- Precisão linear (PI) : $PI = 1 : (p / El)$ 17- Verificação : tolerância $\geq$ erro 18- Correção nas projeções 18.1- Correção na projeção X ( $C_x$ ) : $C_x = ( \Delta X  \cdot  E_x ) / \Sigma  \Delta X $ 18.2- Correção na projeção Y ( $C_y$ ) : $C_y = ( \Delta Y  \cdot  E_y ) / \Sigma  \Delta Y $ 19- Verificação das correções 19.1- Somatória de $C_x = E_x$ 19.2- Somatória de $C_y = E_y$ 20- Projeção corrigidas 20.1- Projeção em X ( $\Delta X_c$ ) : $\Delta X_c = \Delta X + C_x$ 20.2- Projeção em Y ( $\Delta Y_c$ ) : $\Delta Y_c = \Delta Y + C_y$ 21- Verificação das projeções corrigidas: 21.1 Projeção em X : $\Sigma \Delta X_c = 0$ 21.2 Projeção em Y : $\Sigma \Delta Y_c = 0$ 22- Cálculo das coordenadas: 22.1 Em X : $X_n = X_{n-1} + \Delta X_c$ 22.2 Em Y : $Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_c$								

O ajustamento também poderá ser executado proporcionalmente as distâncias ou o método dos mínimos quadrados. Segundo a NBR 13133 qualquer um dos métodos poderá ser utilizado.

#### 7.2.2.2.6.2 Proporcional às distâncias

#### 7.2.2.2.6.3 Mínimos quadrados

#### 7.2.2.2.7 Medições

Exemplo de levantamento de uma poligonal fechada com duas séries de leituras conjugadas.

'E1\_(EST\_)1.510

\_+E4\_ ?+00017449m0890718+1105637d+00017447t60+11-30108\_\*R\_,1.500

\_+E4\_ ?+00017450m2705229+2905654d+00017448t60+11-30099\_\*RI\_,1.500

\_+E2\_ ?+00044663m0895706+0321243d+00044663t60+11-30106\_\*V\_,1.500

\_+E2\_ ?+00044663m2700233+2121232d+00044663t60+11-30110\_\*VI\_,1.500

\_+E4\_ ?+00017450m0890717+1105639d+00017448t60+11-30106\_\*R\_,1.500

\_+E4\_ ?+00017449m2705228+2905654d+00017447t60+11-30101\_\*RI\_,1.500

\_+E2\_ ?+00044662m0895712+0321237d+00044662t60+11-30108\_\*V\_,1.500

\_+E2\_ ?+00044662m2700228+2121246d+00044662t60+11-30103\_\*VI\_,1.500

'E2\_(EST\_)1.455

\_+E1\_ ?+00044665m0900009+0550524d+00044665\*60+11-30055\_\*R\_,1.500

\_+E1\_ ?+00044664m2695950+2350517d+00044664\*60+11-30055\_\*RI\_,1.500

\_+E3\_ ?+00013462m0881154+3103123d+00013455\*60+11-30048\_\*V\_,1.500

\_+E3\_ ?+00013460m2714902+1303017d+00013453\*60+11-30056\_\*VI\_,1.500

\_+E1\_ ?+00044664m0900016+0550558d+00044664\*60+11-30050\_\*R\_,1.500

\_+E1\_ ?+00044664m2700001+2350503d+00044664\*60+11-30050\_\*RI\_,1.500

\_+E3\_ ?+00013461m0881039+3103050d+00013454\*60+11-30061\_\*V\_,1.500

\_+E3\_ ?+00013460m2714953+1302938d+00013453\*60+11-30057\_\*VI\_,1.500

'E3\_(EST\_)1.374

\_+E2\_ ?+00013461m0910804+1461910d+00013459\*60+11-30049\_\*R\_,1.500

\_+E2\_ ?+00013463m2685246+3261802d+00013460\*60+11-30050\_\*RI\_,1.500

\_+E4\_ ?+00044838m0900200+0654254d+00044838\*60+11-30059\_\*V\_,1.500

\_+E4\_ ?+00044838m2695759+2454206d+00044838\*60+11-30052\_\*VI\_,1.500

\_+E2\_ ?+00013460m0910725+1461831d+00013458\*60+11-30063\_\*R\_,1.500

\_+E2\_ ?+00013463m2685211+3261758d+00013460\*60+11-30048\_\*RI\_,1.500

\_+E4\_ ?+00044837m0900155+0654255d+00044837\*60+11-30057\_\*V\_,1.500

\_+E4\_ ?+00044838m2695800+2454221d+00044838\*60+11-30050\_\*VI\_,1.500

'E4\_(EST\_)1.546

\_+E3\_ ?+00044848m0895032+1105759d+00044848\*60+11-30063\_\*R\_,1.500

\_+E3\_ ?+00044848m2700928+2905719d+00044848\*60+11-30051\_\*RI\_,1.500

\_+E1\_ ?+00017443m0910319+0145535d+00017440\*60+11-30055\_\*V\_,1.500

\_+E1\_ ?+00017443m2685639+1945515d+00017440\*60+11-30058\_\*VI\_,1.500

\_+E3\_ ?+00044848m0894958+1105803d+00044848\*60+11-30059\_\*R\_,1.500

\_+E3\_ ?+00044848m2700956+2905730d+00044848\*60+11-30049\_\*RI\_,1.500

\_+E1\_ ?+00017442m0910352+0145555d+00017439\*60+11-30049\_\*V\_,1.500

\_+E1\_ ?+00017442m2685555+1945558d+00017439\*60+11-30053\_\*VI\_,1.500

Croqui levantamento poligonal fechada.

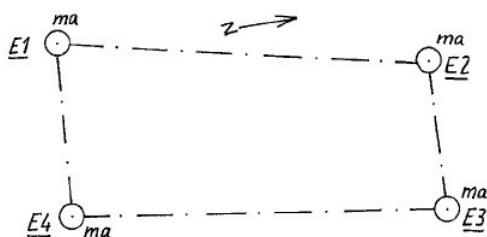


FIGURA 9 Croqui de medição.

#### 10.2.2.2.8 Análise e tratamento das medições

##### 7.2.2.2.8 Análise e tratamento das medições

IFET/SC		Data: 2/6/2008 Page 1 of 1								
LISTAGEM DA CADERNETA										
Cliente:										
Obra:										
Município:										
Estado:										
Local:										
Arquivo: D:\Coordenação\2007_1\Turma_1040231\Polygonal fechada\Eduardo\Fechada_editada.cad										
PT VISADO	TIPO	DESCRIÇÃO	ÂNG.HZ.D	ÂNG.VT.D	ÂNG.HZ.I	ÂNG.VT.I	H.P.	DT.INC	DT.RED	DESNIV
ESTAÇÃO: E1			H.I.: 1.510							
E4	R		110°56'37"	89°07'18"	290°56'54"	270°52'29"	1.500	17.450	17.448	0.277
E2	V VANTE		32°12'43"	89°57'06"	212°12'32"	270°02'33"	1.500	44.663	44.663	0.045
ESTAÇÃO: E1			H.I.: 1.510							
E4	R		110°56'39"	89°07'17"	290°56'54"	270°52'28"	1.500	17.450	17.448	0.277
E2	V VANTE		32°12'37"	89°57'12"	212°12'46"	270°02'28"	1.500	44.662	44.662	0.044
ESTAÇÃO: E2			H.I.: 1.455							
E1	R		55°05'24"	90°00'09"	235°05'17"	269°59'50"	1.500	44.665	44.665	-0.047
E3	V VANTE		310°31'23"	88°11'54"	130°30'17"	271°49'02"	1.500	13.461	13.454	0.380
ESTAÇÃO: E2			H.I.: 1.455							
E1	R		55°05'58"	90°00'16"	235°05'03"	270°00'01"	1.500	44.664	44.664	-0.047
E3	V VANTE		310°30'50"	88°10'39"	130°29'38"	271°49'53"	1.500	13.461	13.454	0.384
ESTAÇÃO: E3			H.I.: 1.374							
E2	R		146°19'10"	91°06'04"	326°18'02"	268°52'46"	1.500	13.462	13.459	-0.391
E4	V VANTE		65°42'54"	90°02'00"	245°42'06"	269°57'59"	1.500	44.838	44.838	-0.152
ESTAÇÃO: E3			H.I.: 1.374							
E2	R		146°18'31"	91°07'25"	326°17'58"	268°52'11"	1.500	13.462	13.459	-0.391
E4	V VANTE		65°42'55"	90°01'55"	245°42'21"	269°58'00"	1.500	44.838	44.838	-0.152
ESTAÇÃO: E4			H.I.: 1.546							
E3	R		110°57'59"	89°50'32"	290°57'19"	270°09'28"	1.500	44.848	44.848	0.170
E1	V VANTE		14°55'35"	91°03'19"	194°55'15"	268°56'39"	1.500	17.443	17.440	-0.275
ESTAÇÃO: E4			H.I.: 1.546							
E3	R		110°58'03"	89°49'58"	290°57'30"	270°09'56"	1.500	44.848	44.848	0.176
E1	V VANTE		14°55'55"	91°03'52"	194°55'58"	268°55'55"	1.500	17.442	17.439	-0.279
IFET/SC		SISTEMA POSIÇÃO								

IFET/SC

Data: 29/5/2008 Page 1 of 1

**RELATÓRIO DE POLIGONAL**

Cliente:

Obra:

Município:

Estado:

Local:

Arquivo: D:\Coordenação\2007\_2\Polygonais\Matutino\Polygonal fechada\fechada\_ZeZ2EDITADA.cad

POLIGONAL: Enquadrada CÁLCULO: Topográfico

ESTAÇÃO	ÂNGULO HORIZ	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORD.NORTE	COORD.ESTE	COTA	DESCRIÇÃO
9		2°39'50.0"					
8	84°27'19.8"	267°07'10.1"	91.849	1094.960	530.007	12.310	VANTE
7	288°04'09.8"	15°11'20.1"	44.458	1090.344	458.274	10.535	VANTE
6	261°43'34.8"	96°55'15.2"	87.348	1133.249	479.922	11.071	VANTE
5	276°28'04.5"	193°23'15.9"	28.613	1122.724	536.634	12.733	VANTE
8				1094.888	530.008	12.336	VANTE

**DADOS DO FECHAMENTO**

Perímetro:..... 252.2691

ERROS

TOLERÂNCIAS

Angular:..... 0°00'01" 0°00'34" Erro Distribuído

Relativo:..... 1:989407 1:10000 Erro Distribuído

Linear:..... 0.0003

Eixo Norte:..... 0.0002

Eixo Este:..... 0.0002

Azimute:..... 41°47'09"

Altimétrico:..... -0.0001 0.0100 Erro Distribuído

IFET/SC

SISTEMA POSIÇÃO

## 10.2.2.2.9 Desenho

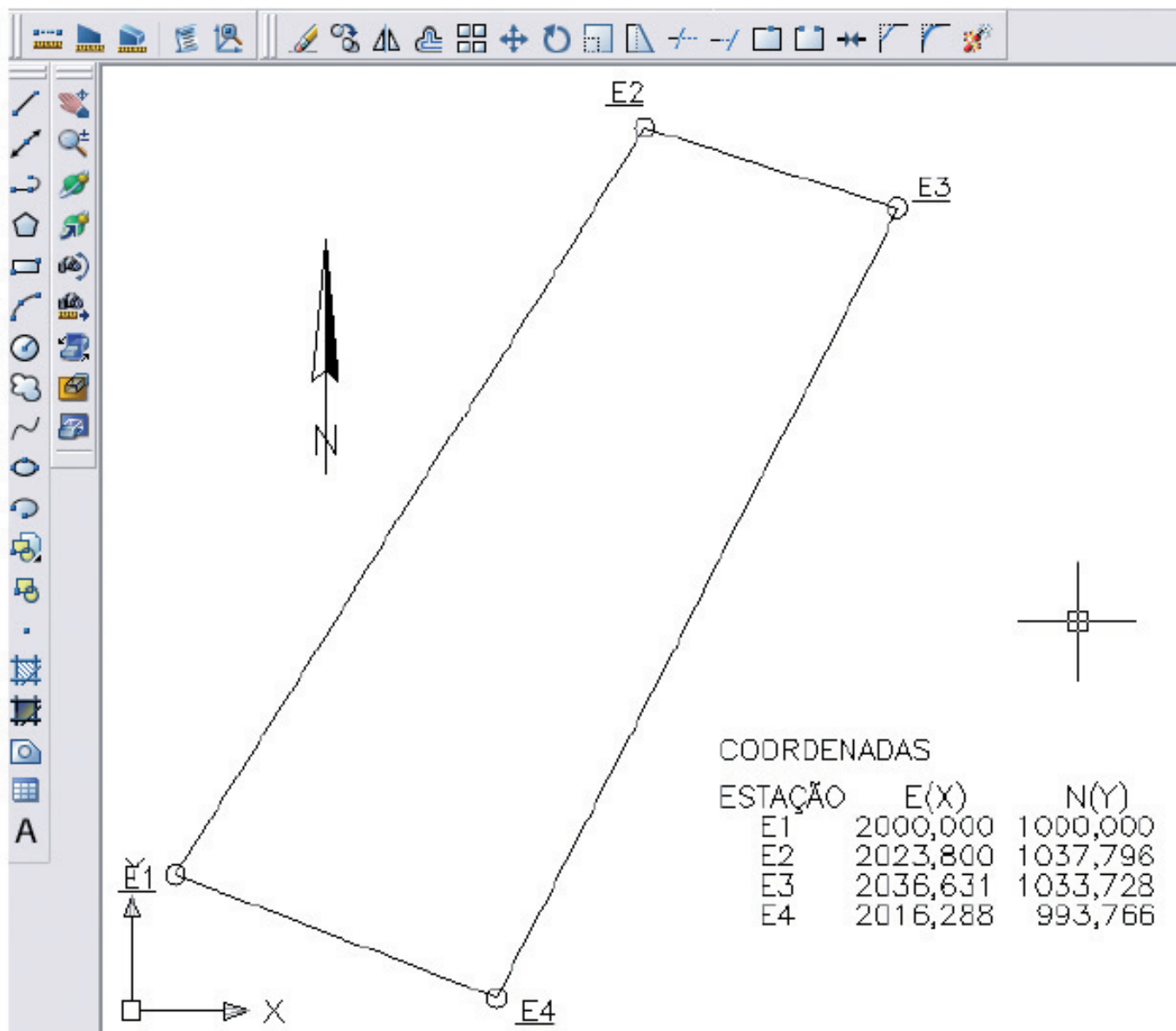


FIGURA 10 Desenho em CAD de poligonal fechada.

FIGURA 10 Desenho em CAD de poligonal fechada.

### 10.2.2.3 Poligonal Enquadrada

São poligonais apoiadas e fechadas em pontos e direções distintas, pode apresentar-se com desenvolvimento retilíneo ou curvo.

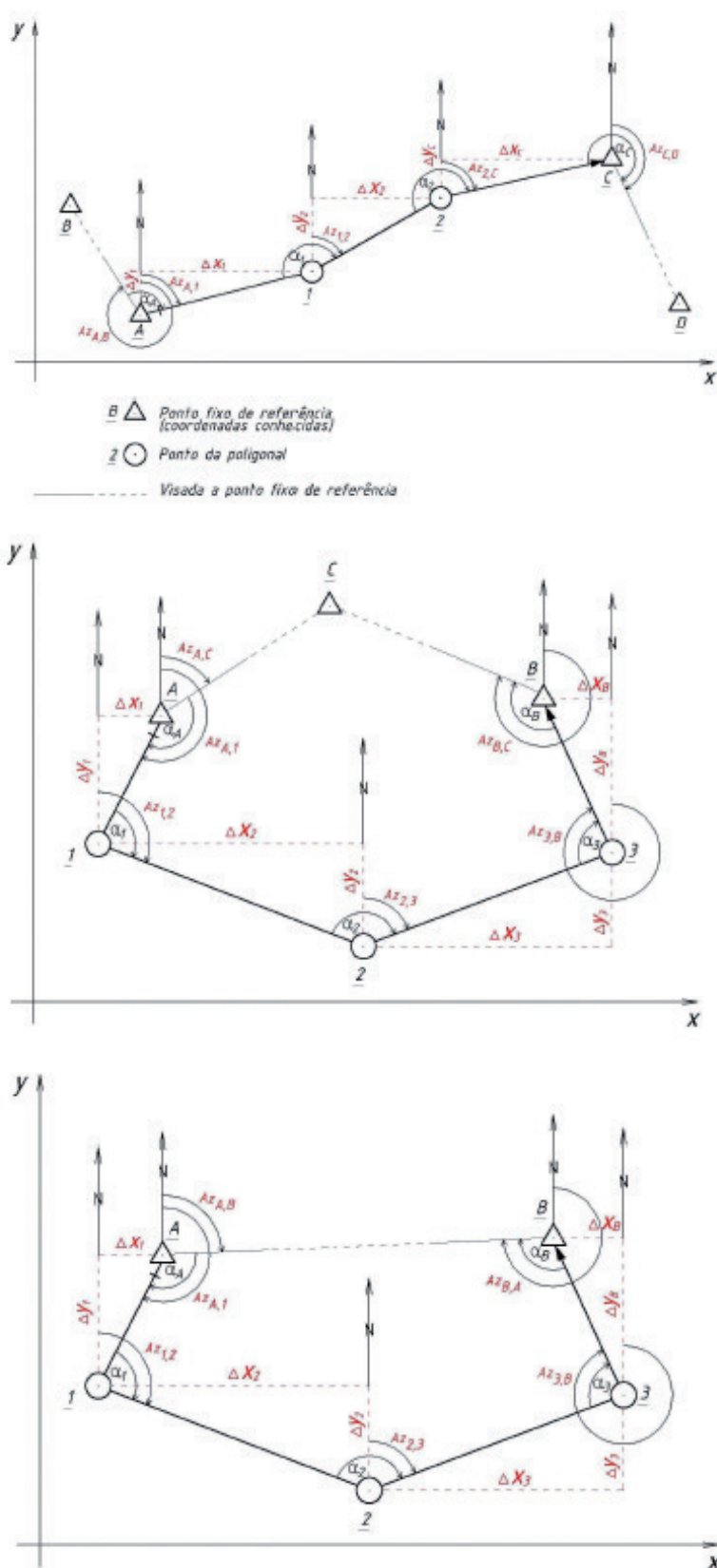


FIGURA 11 Elementos e configurações de poligonais enquadradas.

### 10.2.2.3.1 Desenvolvimento Curvo

#### 10.2.2.3.1.1 Conceito

Poligonais apoiadas e fechadas em pontos e direções distintas, com desenvolvimento curvo. É considerado desenvolvimento curvo, poligonais que apresentem azimutes fora do intervalo de  $\pm 45^\circ$  em relação ao azimute que ligam os pontos de conexão (partida e enquadramento).

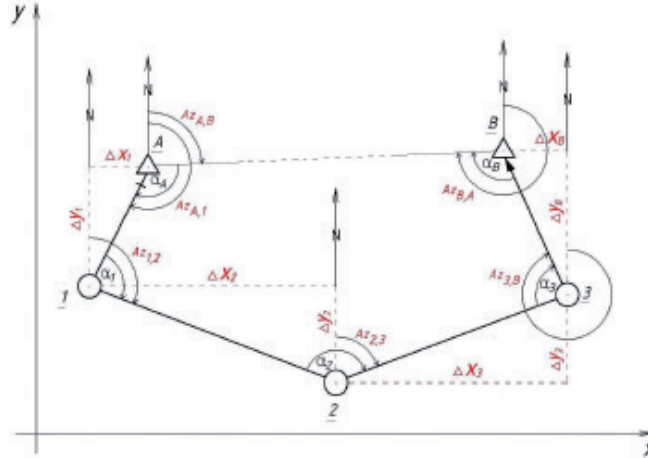


FIGURA 12 Elementos de uma poligonal enquadrada com desenvolvimento curvo.

#### 10.2.2.3.1.2 Instrumentos

Os instrumentos utilizados para a poligonal fechada são os mesmos do item 7.2.2.1.2.

#### 7.2.2.3.1.3 Croqui

O croqui deverá ser elaborado de acordo com o item 7.2.2.1.3.

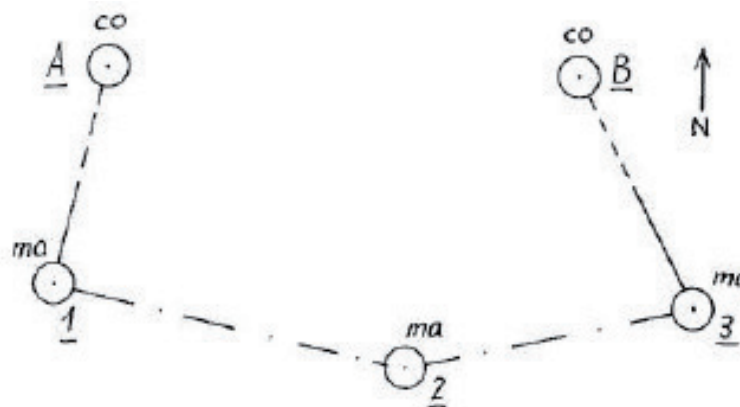


FIGURA 13 Croqui poligonal enquadrada.

#### 10.2.2.3.1.4 Caderneta de campo

Pode-se adotar o mesmo modelo do item 7.2.2.1.4.

#### 10.2.2.3.1.5 Procedimentos

Os procedimentos para o levantamento de uma poligonal enquadrada e o mesmo descrito no item 10.2.2.1.4.

**10.2.2.3.1.6 Ajustamento****10.2.2.3.1.6.1 Proporcional às projeções**

Roteiro de cálculo para poligonal enquadada.

1- Perímetro ( p ):

$$p = \sum d = d_1 + d_2 + \dots + d_n \quad \text{onde : } \sum d = \text{somatório das distâncias.}$$

2- Cálculo azimute de partida ( Azp ):  $d_1, d_2, \dots, d_n$  = distâncias

Transf. Retangular -- Polar

Na calculadora Casio fx 82MS a seqüência de operação da transformação de coordenadas retangulares em polares é a descrita abaixo:

Pol(	(	$Y_n$	-	$Y_{n-1}$	)	,
(	$X_n$	-	$X_{n-1}$	)	)	=
Na tela a distância			Alpha	Tan	=	
Na tela o azimute decimal		Se o azimute for negativo, somar 360°				=
0'''	=	Na tela o azimute				

3- Cálculo azimute de enquadramento (chegada) ( Aze):

Transf. Retangular -- Polar

Pol(	(	$Y_n$	-	$Y_{n-1}$	)	,
(	$X_n$	-	$X_{n-1}$	)	)	=
Na tela a distância			Alpha	Tan	=	
Na tela o azimute decimal		Se o azimute for negativo, somar 360°				=
0'''	=	Na tela o azimute				

4- Cálculo dos azimutes ( Az ):

$$Az = (Az \text{ ré}) + \alpha c$$

$$4.1- Az \text{ ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

5- Erro angular (  $\epsilon \alpha$  ) :

$$\epsilon \alpha = Az \text{ calculado} - Aze \text{ conhecido}$$

6- Tolerância angular (  $T \alpha$  ) :

$$T \alpha = \pm 3 * P_n * \sqrt{n}$$

OBS: Quando não estabelecida tolerância em norma ou pelo contratante utilizar a fórmula acima.

7- Verificação da tolerância:angular:

$T \alpha \geq \epsilon \alpha$  a tolerância tem que ser maior ou igual ao erro angular.

Se o erro angular for superior à tolerância, o levantamento será descartado.

Distribuição do erro angular:

8- Correção angular ( $C\alpha$ ):

$$C\alpha = E\alpha / n$$

OBS. A correção tem sinal oposto ao erro;

onde:  $\Sigma d$  = somatório das distâncias.

$d_1, d_2, \dots, d_n$  = distâncias

onde:  $P_n$  = precisão nominal do instrumento estabelecida pelo fabricante.

8.1- A correção deve ser acumulada

( $C\alpha_n$ ):

$$C\alpha_n = C\alpha + C\alpha_{n-1}$$

9- Verificação da correção:

A última correção =  $E\alpha$

10- Azimute corrigido ( $Azc$ ):

$$Azc = Az + C\alpha$$

10.1- Verificação dos azimutes corrigidos:

Aze conhecido = Azc calculado

OBS: As verificações são importantes para não propagarmos eventuais erros de cálculo.

O azimute de partida transportado na poligonal tem que ser igual ao azimute de enquadramento (de chegada).

11- Cálculo das projeções:

11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ):

$$\Delta X = d * \sin Azc$$

11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ):

$$\Delta Y = d * \cos Azc$$

Ou por transformação de coordenadas polares em retangulares.

Rec(	Distância	,	Azimute	=
Na tela o valor de ΔX	Alpha	tan	=	
Na tela o valor de ΔY				

12- Somatório das projeções

12.1- Somatório na projeção X:  $\Sigma \Delta X$

12.2- Somatório em módulo na projeção X:  $\Sigma |\Delta X|$

12.3- Somatório na projeção Y:  $\Sigma \Delta Y$

12.4- Somatório em módulo na projeção Y:  $\Sigma |\Delta Y|$

13- Erro nas projeções:

Em uma poligonal enquadada o somatório das projeções em X e em Y tem que ser igual a diferença entre as coordenadas dos pontos de chegada e partida.

13.1- Erro na projeção X ( $E_x$ ):

$$E_x = \Sigma \Delta X - (X_c - X_p)$$

13.2- Erro na projeção Y ( $E_y$ ):

$$E_y = \Sigma \Delta Y - (Y_c - Y_p)$$

## 14- Erro linear ( EI ):

$$EI = \sqrt{Ex^2 + Ey^2}$$

## 15- Tolerância linear ( TI ):

$$TI = \pm 3 * PN * \sqrt{p} \text{ (Km)}$$

OBS: Quando não estabelecida a tolerância em norma ou pelo contratante utilizar a fórmula acima.

## 16- Precisão linear ( PI ):

$$PI = 1 : ( p / EI )$$

OBS. Muitas vezes a tolerância é apresentada na forma de precisão linear.

Exemplo: precisão linear 1:10000, significa um erro de 1 metro em 10000 metros.

## 17- Verificação da tolerância linear:

$TI \geq EI$  a tolerância tem que ser maior ou igual ao erro linear.

Se o erro linear for superior à tolerância, o levantamento será descartado.

A correção do erro linear será realizada pelo método de compensação nas projeções.

## 18- Correções nas projeções

## 18.1- Correção na projeção X ( Cx ):

$$Cx = ( |\Delta X| * |Ex| ) / \sum |\Delta X|$$

## 18.2- Correção na projeção Y ( Cy ):

$$Cy = ( |\Delta Y| * |Ey| ) / \sum |\Delta Y|$$

OBS. A correção tem sinal oposto ao erro;

Há outras formas de distribuição do erro linear.

## 19- Verificação das correções

## 19.1- Somatória de Cx = Ex

## 19.2- Somatória de Cy = Ey

OBS: As verificações são importantes para não propagarmos eventuais erros de cálculo.

## 20- Projeções corrigidas

20.1- Projeção corrigida em X (  $\Delta X_c$  ):

$$\Delta X_c = \Delta X + Cx$$

20.2- Projeção corrigida em Y (  $\Delta Y_c$  ):

$$\Delta Y_c = \Delta Y + Cy$$

## 21- Verificação das projeções corrigidas:

## 21.1 Projeção em X:

$$\sum \Delta X_c = ( X_c - X_p )$$

## 21.2 Projeção em Y:

$$\sum \Delta Y_c = ( Y_c - Y_p )$$

## 22- Cálculo das coordenadas ( X ), ( Y ):

## 22.1 Em X:

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_c$$

onde :  $X_n$  = coordenadas finais no eixo (X)

$Y_n$  = coordenadas finais no eixo (Y)

$\Delta X_c$  = projeção corrigida em (X)

## 22.2 Em Y:

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_c$$

$\Delta Y_c$  = projeção corrigida em (Y)

$X_{n-1}$  = coordenada final anterior em (X)

$Y_{n-1}$  = coordenada final anterior em (Y)

O cálculo poderá ser realizado utilizando-se uma planilha

[www.ineprotec.com.br](http://www.ineprotec.com.br)

**Exemplo 3**

Calcular a poligonal enquadrada, sendo:

Coordenadas dos pontos de saída:

0 = ( 2726.1943 ; 3831.5549 ) ; 1 = ( 2810.1939 ; 3598.8260 )

Coordenadas dos pontos de enquadramento (chegada):

5 = ( 3547.0991 ; 3667.5001 ) ; 6 = ( 3696.0074 ; 3818.2016 ).

Estação	Ponto Visado	Distância(d)	Ângulo( $\alpha$ )
1	2	340,059	155° 16' 44"
2	3	301,475	140° 44' 33"
3	4	279,0,38	153° 25' 15"
4	5	254, 019	96° 02' 39"
5	6	3	239° 01' 01"

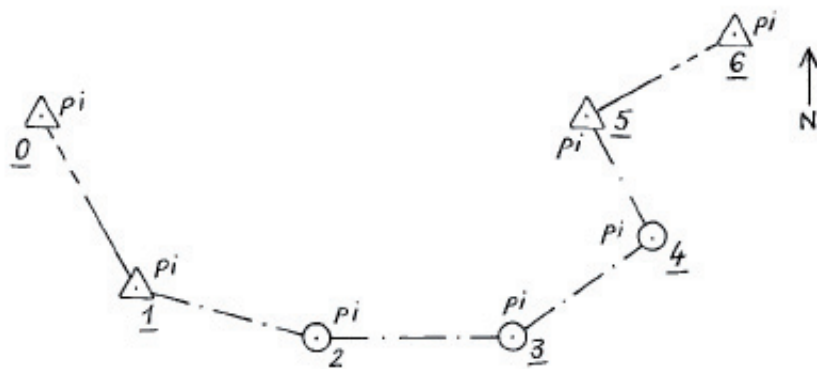


FIGURA 14 Croqui poligonal enquadrada curva.

1- Perímetro ( p ):

$$p = \sum d = d_1 + d_2 + \dots + d_n$$

$$p = 340,059 + 301,475 + 279,038 + 254,019 = 1174,591\text{m}$$

2- Cálculo azimuth de partida ( Azp ):

Transf. Retangular -- Polar

Coordenadas dos pontos de saída:

0 = ( 2726.1943 ; 3831.5549 ) ; 1 = ( 2810.1939 ; 3598.8260 )

Pol(	(	$Y_n$	-	$Y_{n-1}$	)	,
(	$X_n$	-	$X_{n-1}$	)	)	=
Na tela a distância		Alpha	Tan	=		
Na tela o azimuth decimal		Se o azimuth for negativo, somar 360°				=
o'''		=	Na tela o azimuth			

Pol(	(	3831.5549	-	3598.8260	)	,
(	2726.1943	-	2810.1939	)	)	=
247,424			alpha	Tan	=	
-19.84619913		+ 360°				=
o'''		340°09'14"				

3- Cálculo azimute de enquadramento (chegada) ( Aze):

Transf. Retangular -- Polar

Coordenadas dos pontos de enquadramento (chegada):

5 = ( 3547.0991 ; 3667.5001 ) ; 6 = ( 3696.0074 ; 3818.2016 ).

Pol(	(	3818.2016	-	3667.5001	)	,
(	3696.0074	-	3547.0991	)	)	=
211,860			alpha	Tan	=	
44,65708209						
o'''	44°39'26"					

4- Cálculo dos azimutes :

$$Az = (Az \text{ ré}) + \alpha c$$

$$4.1- Az \text{ ré} = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

$$Az_{12} = ( 340^\circ 09' 14'' ) + 155^\circ 16' 44'' - 360^\circ$$

$$Az_{12} = 135^\circ 25' 58''$$

$$Az_{23} = ( Az_{12} \pm 180^\circ ) + \alpha c$$

$$Az_{23} = ( 135^\circ 25' 58'' + 180^\circ ) + 140^\circ 44' 33'' - 360^\circ$$

$$Az_{23} = 96^\circ 10' 31''$$

$$Az_{34} = ( Az_{23} \pm 180^\circ ) + \alpha c$$

$$Az_{34} = ( 96^\circ 10' 31'' + 180^\circ ) + 153^\circ 25' 15'' - 360^\circ$$

$$Az_{34} = 69^\circ 35' 46''$$

$$Az_{45} = ( Az_{34} \pm 180^\circ ) + \alpha c$$

$$Az_{45} = ( 69^\circ 35' 46'' + 180^\circ ) + 96^\circ 02' 39''$$

$$Az_{45} = 345^\circ 38' 25''$$

$$Az_{51} = ( Az_{45} \pm 180^\circ ) + \alpha c$$

$$Az_{51} = ( 345^\circ 38' 25'' - 180^\circ ) + 239^\circ 01' 12'' - 360^\circ$$

$$Az_{51} = 44^\circ 39' 37''$$

5- Erro angular ( $\epsilon\alpha$ ) :

$$\epsilon\alpha = Azc \text{ calculado} - Aze \text{ conhecido}$$

$$\epsilon\alpha = 44^\circ 39' 37'' - 44^\circ 39' 26''$$

$$\epsilon\alpha = 11''$$

6- Tolerância angular ( $T\alpha$ ) :

$$T\alpha = \pm 3 * Pn * \sqrt{n}$$

$$T\alpha = \pm 3 * 5'' * \sqrt{5}$$

$$T\alpha = \pm 34''$$

## 7- Verificação da tolerância:angular:

$$T \alpha \geq \epsilon \alpha$$

$$34'' \geq 11''$$

Distribuição do erro angular:

8- Correção angular ( $C\alpha$ ) :

$$C\alpha = \epsilon \alpha / n$$

$$C\alpha = 11'' / 5$$

$$C\alpha = 2,2'' \sim 2''$$

8.1- A correção deve ser acumulada (  $C\alpha_n$  ):

$$C\alpha_n = C\alpha + C\alpha_{n-1}$$

$$C\alpha_n = 2''$$

$$C\alpha_n = 2'' + 2'' = 4''$$

$$C\alpha_n = 2'' + 4'' = 6''$$

$$C\alpha_n = 2'' + 6'' = 8''$$

$$C\alpha_n = 3'' + 8'' = 11''$$

## 9- Verificação da correção :

A última correção =  $\epsilon \alpha$ 

$$-11 = -11$$

10- Azimute corrigido (  $Azc$  ):

$$Azc = Az + C\alpha$$

$$Azc = 135^\circ 25' 58'' + -2 = 135^\circ 25' 56''$$

$$Azc = 96^\circ 10' 31'' + -4 = 96^\circ 10' 27''$$

$$Azc = 69^\circ 35' 46'' + -6 = 69^\circ 35' 40''$$

$$Azc = 345^\circ 38' 25'' + -8 = 345^\circ 38' 17''$$

$$Azc = 44^\circ 39' 37'' + -11 = 44^\circ 39' 26''$$

## 10.1- Verificação dos azimutes corrigidos:

Aze conhecido = Azc calculado

$$44^\circ 39' 26'' = 44^\circ 39' 26''$$

## 11- Cálculo das projeções:

11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ) :

$$X = d. \text{ sen } Azv$$

$$\Delta X_{12} = 340,059 \cdot \text{sen } 135^\circ 25' 56'' = 238,6373$$

$$\Delta X_{23} = 301,475 \cdot \text{sen } 96^\circ 10' 27'' = 299,7263$$

$$\Delta X_{34} = 279,038 \cdot \text{sen } 69^\circ 35' 40'' = 261,5279$$

$$\Delta X_{45} = 254,019 \cdot \text{sen } 345^\circ 38' 17'' = -63,0085$$

11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) :

$$Y = d. \text{ cos } Azv$$

$$\Delta Y_{12} = 340,059 \cdot \text{cos } 135^\circ 25' 56'' = -242,2651$$

$$\Delta Y_{23} = 301,475 \cdot \text{cos } 96^\circ 10' 27'' = -32,4240$$

$$\Delta Y_{34} = 279,038 \cdot \text{cos } 69^\circ 35' 40'' = 97,2902$$

$$\Delta Y_{45} = 254,019 \cdot \text{cos } 345^\circ 38' 17'' = 246,0804$$

Ou por transformação de coordenadas polares em retangulares.

Rec(	Distância	,	Azimute	=	$\Delta X$	$\Delta Y$
Rec(	340,059	,	135°25'56"	=	-242,2651	238,6373
Rec(	301,475	,	96°10'27"	=	-32,4240	299,7263
Rec(	279,038	,	69°35'40"	=	97,2902	261,5279
Rec(	254,019	,	345°38'17"	=	246,0804	-63,0085

## 12- Somatório das projeções

## 12.1- Somatório na projeção X :

$$\Sigma \Delta X = 238,6373 + 299,7263 + 261,5279 + -63,0085 = 736,8830$$

## 12.2- Somatório em módulo na projeção X :

$$\Sigma |\Delta X| = |238,6373 + 299,7263 + 261,5279 + 63,0085| = 862,9000$$

## 12.3- Somatório na projeção Y :

$$\Sigma \Delta Y = -242,2651 + -32,4240 + 97,2902 + 246,0804 = 68,6815$$

## 12.4- Somatório em módulo na projeção Y :

$$\Sigma |\Delta Y| = |242,2651 + 32,4240 + 97,2902 + 246,0804| = 618,0597$$

## 13- Erro nas projeções:

13.1- Erro na projeção X (  $E_x$  ):

$$E_x = \Sigma \Delta X - (X_e - X_p)$$

$$E_x = 736,8830 - (3547.0991 - 2810.1939)$$

$$E_x = -0,0222$$

13.2- Erro na projeção Y (  $E_y$  ):

$$E_y = \Sigma \Delta Y - (Y_e - Y_p)$$

$$E_y = 68,6815 - (3667.5001 - 3598.8260)$$

$$E_y = 0,0074$$

14- Erro linear (  $E_l$  ):

$$E_l = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_l = \sqrt{0,0222^2 + 0,0074^2}$$

$$E_l = 0,0234 \text{ m} = 23 \text{ mm}$$

15- Tolerância linear (  $T_l$  ):

$$T_l = \pm 3 * P_N * \sqrt{p} \text{ (Km)}$$

$$T_l = T_l = \pm 3 * (5 + 5 * 1,174591) * \sqrt{1,174591} \text{ m}$$

$$T_l = \pm 35 \text{ mm}$$

16- Precisão linear (  $P_l$  ):

$$P_l = 1 : (p / E_l)$$

$$P_l = 1 : (1174,591 / 0,0234)$$

$$P_l = 1 : 50196$$

## 17- Verificação da tolerância linear:

$$T_l \geq E_l$$

$$35 \text{ mm} \geq 23 \text{ mm}$$

## 18- Correções nas projeções

18.1- Correção na projeção X (  $C_x$  ):

$$C_x = (|\Delta X| * |E_x|) / \Sigma |\Delta X|$$

$$C_x = (|238,6373| * |-0,0222|) / |862,9000|$$

$$C_x = 0,0062$$

$$C_x = (|299,7263| * |-0,0222|) / |862,9000|$$

$$C_x = 0,0077$$

$$C_x = (|261,5279| * |-0,0222|) / |862,9000|$$

$$C_x = 0,0067$$

$$C_x = (|-63,0085| * |-0,0222|) / |862,9000|$$

$$C_x = 0,0016$$

18.2- Correção na projeção Y (  $C_y$  ):

$$C_y = (|\Delta Y| * |E_y|) / \Sigma |\Delta Y|$$

$$C_y = (|-242,2651| * |0,0074|) / |618,0597|$$

$$C_y = -0,0029$$

$$C_y = (|-32,4240| * |0,0074|) / |618,0597|$$

$$C_y = -0,0004$$

$$C_y = (|97,2902| * |0,0074|) / |618,0597|$$

$$C_y = -0,00112$$

$$C_y = (|246,0804| * |0,0074|) / |618,0597|$$

$$C_y = -0,0029$$

## 19- Verificação das correções

19.1- Somatória de  $C_x = E_x$ 

$$\Sigma C_x = 0,0062 + 0,0077 + 0,0067 + 0,0016 = 0,0222$$

19.2- Somatória de  $C_y = E_y$ 

$$\Sigma C_y = 0,0029 + 0,0004 + 0,0012 + 0,0029 = 0,0074$$

## 20- Projeções corrigidas

20.1- Projeção corrigida em X (  $\Delta X_c$  ):

$$\Delta X_c = X + C_x$$

$$\Delta X_c = 238,6373 + 0,0062$$

$$\Delta X_c = 238,6435$$

$$\Delta X_c = 299,7263 + 0,0077$$

$$\Delta X_c = 299,7340$$

$$\Delta X_c = 261,5279 + 0,0067$$

$$\Delta X_c = 261,5346$$

$$\Delta X_c = -63,0085 + 0,0016$$

$$\Delta X_c = -63,0069$$

20.2- Projeção corrigida em Y (  $\Delta Y_c$  ):

$$\Delta Y_c = Y + C_y$$

$$\Delta Y_c = -242,2651 + -0,0029$$

$$\Delta Y_c = -242,2680$$

$$\Delta Y_c = -32,4240 + -0,0004$$

$$\Delta Y_c = -32,4244$$

$$\Delta Y_c = 97,2902 + -0,0012$$

$$\Delta Y_c = 97,2890$$

$$\Delta Y_c = 246,0804 + -0,0029$$

$$\Delta Y_c = 246,0775$$

## 21- Verificação das projeções corrigidas:

## 21.1 Projeção em X:

$$\Sigma \Delta X_c = ( X_c - X_p )$$

$$\Sigma \Delta X_c = 238,6435 + 299,7340 + 261,5346 + -63,0069 = 736,9052$$

$$( X_e - X_p ) = ( 3547,0991 - 2810,1939 ) = 736,9052$$

## 21.2 Projeção em Y:

$$\Sigma \Delta Y_c = -242,2680 + -32,4244 + 97,2890 + 246,0775 = 68,6741$$

$$( Y_e - Y_p ) = ( 3667,5001 - 3598,8260 ) = 68,6741$$

## 22- Cálculo das coordenadas ( X ), ( Y ):

## 22.1 Em X:

$$X_n = X_{n-1} + X_c$$

$$X_1 = 2810,1939$$

$$X_2 = 2810,1939 + 238,6435$$

$$X_2 = 3048,8374$$

$$X_3 = 3048,8374 + 299,7340$$

$$X_3 = 3348,5714$$

$$X_4 = 3348,5714 + 261,5346$$

$$X_4 = 3610,1060$$

$$X_5 = 3610,1060 + -63,0069$$

$$X_5 = 3547,0991$$

## 22.2 Em Y:

$$Y_n = Y_{n-1} + Y_c$$

$$Y_1 = 3598,8260$$

$$Y_2 = 3598,8260 + -242,2680$$

$$Y_2 = 3356,5580$$

$$Y_3 = 3356,5580 + -32,4244$$

$$Y_3 = 3324,1336$$

$$Y_4 = 3324,1336 + 97,2890$$

$$Y_4 = 34221,4226$$

$$Y_5 = 34221,4226 + 246,0775$$

$$Y_5 = 3667,5001$$

O cálculo poderá ser realizado utilizando-se uma planilha

PLANILHA DE CÁLCULO DE POLIGONAL ENQUADRADA									
Cliente		Local		Data					
Coordenadas de partida		0 = ( 2539,4744 ; 3638,6402 ) ; 1 = ( 2775,0000 ; 3725,0000 )				PN ( angular $\pm 5''$ e linear $\pm (5\text{mm} + 5\text{ppm})$ )			
Coordenadas de chegada		5 ( 3865,0000 ; 3650,0000 ) ; 6 = ( 4171,9385 ; 3744,1579 )				Responsável Técnico			
Estação	Ponto Visado	Distância (d)	Ângulo ( $\alpha$ )	Azimute (Az)	Correção angular (Ca)	Azimute corrigido (Azc)			
1	2	340,059	155°16'44"	135°25'58"	-2	135°25'56"			
2	3	301,475	140°44'33"	96°10'31"	-4	96°10'27"			
3	4	279,038	153°25'15"	69°35'46"	-6	69°35'40"			
4	5	254,019	96°02'39"	345°38'25"	-8	345°38'17"			
5	6		239°01'01"	44°39'37"	-11	44°39'26"			
$\Sigma$		1174,591							
(T $\alpha$ )		$\pm 34''$							
1- Perímetro (p) : $\Sigma d =$ 2- Cálculo azimute de partida (Azp): Transf. Retangular – Polar 3- Cálculo azimute de chegada (Azc): Transf. Retangular – Polar 4- Cálculo dos azimutes : $Az = (Az\text{ ré}) + \alpha c$ 4.1- $Az\text{ ré} = Azant \pm 180^\circ$ 5- Erro angular (Ca) : $Ca = Azc\text{ calculado} - Azc\text{ conhecido}$ 6- Tolerância angular (T $\alpha$ ) : $T\alpha = 3''PN^\circ \sqrt{n}$					7- Verificação : tolerância $\geq$ erro 8- Correção angular (Ca) : $Ca = \epsilon\alpha / n$ 8.1- A correção deve ser acumulada $Can = Ca + Can-1$ 9- Verificação da correção : última correção = $\epsilon\alpha$ 10- Azimute corrigido (Azcc) : $Azc = Az + Ca$ 10.1- Verificação dos azimutes corrigidos : $Azc\text{ conhecido} = Azc\text{ calculado}$				
Estação	Projeções		Correções		Projeções Corrigidas		Coordenadas		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	Cx	Cy	$\Delta Xc$	$\Delta Yc$	X	Y	
1	238,6373	-242,2651	0,0062	-0,0029	238,6435	-242,2680	2810,1939	3598,8260	
2	299,7263	-32,4240	0,0077	-0,0004	299,7340	-32,4244	3048,8374	3356,5580	
3	261,5279	97,2902	0,0067	-0,0011	261,5346	97,2890	3348,5714	3324,1336	
4	-63,0085	246,0804	0,0016	-0,0029	-63,0069	246,0775	3610,1060	3421,4226	
5							3547,0991	3667,5001	
$\Sigma$	736,8830	68,6815	0,0222	-0,0074	736,9052	68,6741			
$\Sigma  \Delta $	862,9000	618,0597							
$\epsilon$	-0,0222	0,0074							
$\epsilon l$	0,023	TI	$\pm 0,035$	PI	1,50196				
11- Cálculo das projeções (transformação de coordenadas polares em retangulares). 11.1- Projeção em X ( $\Delta X$ ) : $\Delta X = d \cdot \sin Azc$ 11.2- Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) : $\Delta Y = d \cdot \cos Azc$ 12- Somatória das projeções 12.1- Somatório na projeção X : $\Sigma \Delta X$ 12.2- Somatório em módulo na projeção X : $\Sigma  \Delta X $ 12.3- Somatório na projeção Y : $\Sigma \Delta Y$ 12.4- Somatório em módulo na projeção Y : $\Sigma  \Delta Y $ 13- Erro nas projeções 13.1- Erro na projeção X ( $\epsilon x$ ) : $\epsilon x = \Sigma \Delta X - (Xc - Xp)$			13.2- Erro na projeção Y ( $\epsilon y$ ) : $\epsilon y = \Sigma \Delta Y - (Yc - Yp)$ 14- Erro linear ( $\epsilon l$ ) : $\epsilon l = \sqrt{\epsilon x^2 + \epsilon y^2}$ 15- Tolerância linear (TI) : $TI = 3 \cdot PN \cdot \sqrt{p}$ (Km) 16- Precisão linear (PI) : $PI = 1 : (p / \epsilon l)$ 17- Verificação : tolerância $\geq$ erro 18- Correção nas projeções 18.1- Correção na projeção X (Cx) : $Cx = ( \Delta X  \cdot  \epsilon x ) / \Sigma  \Delta X $ 18.2- Correção na projeção Y (Cy) : $Cy = ( \Delta Y  \cdot  \epsilon y ) / \Sigma  \Delta Y $ 19- Verificação das correções			19.1- Somatória de $Cx = \epsilon x$ 19.2- Somatória de $Cy = \epsilon y$ 20- Projeção corrigidas 20.1- Projeção em X ( $\Delta Xc$ ) : $\Delta Xc = \Delta X + Cx$ 20.2- Projeção em Y ( $\Delta Yc$ ) : $\Delta Yc = \Delta Y + Cy$ 21- Verificação das projeções corrigidas: 21.1 Projeção em X : $\Sigma \Delta Xc = (Xc - Xp)$ 21.2 Projeção em Y : $\Sigma \Delta Yc = (Yc - Yp)$ 22- Cálculo das coordenadas: 22.1 Em X : $Xn = Xn-1 + \Delta Xc$ 22.2 Em Y : $Yn = Yn-1 + \Delta Yc$			

O ajustamento poderá ser realizado proporcionalmente as distâncias ou por mínimos quadrados.

### 10.2.2.3.1.6.2 Proporcional às distâncias

### 10.2.2.3.1.6.3 Mínimos quadrados

### 10.2.2.3.1.7 Medições

Exemplo de levantamento de uma poligonal enquadrada com duas séries de leituras conjugadas.

```

_ '102_(E_)1.538
_+7_ ?+00079668m0894855+0191456d+00079668*60+08+00058_*R_,1.496
_+7_ ?+00079667m2701040+1991447d+00079666*60+08+00063_*RI_,1.496
_+1_ ?+00078180m0905258+3115129d+00078171*60+08+00056_*V_,1.750
_+1_ ?+00078181m2690647+1315133d+00078171*60+08+00057_*VI_,1.750
_ '1_(E_)1.615
_+102_ ?+00078188m0885348+2722938d+00078174*60+08+00055_*R_,1.648
_+102_ ?+00078187m2710602+0922935d+00078173*60+08+00052_*RI_,1.648
_+2_ ?+00037358m0904746+0261402d+00037354*60+08+00062_*V_,1.582
_+2_ ?+00037358m2691141+2061403d+00037354*60+08+00063_*VI_,1.582
_ '2_(E_)1.607
_+1_ ?+00037350m0891246+2924413d+00037347*60+08+00052_*R_,1.583
_+1_ ?+00037350m2704625+1124448d+00037346*60+08+00048_*RI_,1.583
_+3_ ?+00030644m0894014+1954305d+00030643*60+08+00049_*V_,1.627
_+3_ ?+00030644m2701829+0154253d+00030644*60+08+00058_*VI_,1.627
_ '3_(E_)1.644
_+2_ ?+00030639m0902642+0794839d+00030638*60+08+00059_*R_,1.582
_+2_ ?+00030639m2693331+2594842d+00030638*60+08+00051_*RI_,1.582
_+107_ ?+00116073m0885607+3225311d+00116053*60+08+00058_*V_,1.568
_+107_ ?+00116072m2710359+1425320d+00116052*60+08+00051_*VI_,1.568
_ '107_(E_)1.578
_+3_ ?+00116077m0910114+1344317d+00116059*60+08+00062_*R_,1.580
_+3_ ?+00116078m2685829+3144328d+00116059*60+08+00059_*RI_,1.580
_+8_ ?+00041524m0901524+0494914d+00041524*60+08+00055_*V_,1.612
_+8_ ?+00041524m2694436+2294910d+00041524*60+08+00052_*VI_,1.612

```

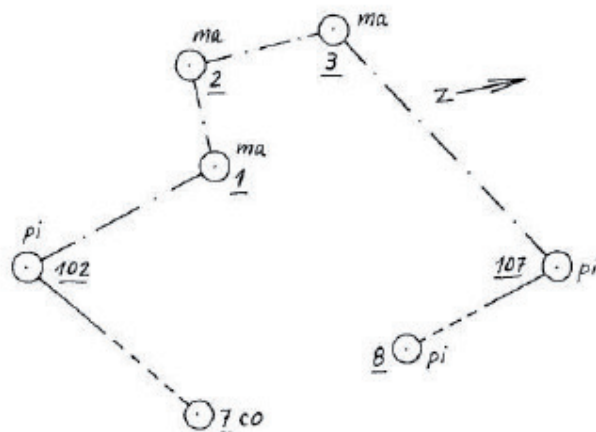


FIGURA 15 Croqui de medição, poligonal enquadrada.

## 10.2.2.3.1.8 Análise e tratamento das medições

No programa Posição:

IFET/SC			Data: 2/6/2008 Page 1 of 1							
LISTAGEM DA CADERNETA										
Cliente:										
Obra:										
Município:										
Estado:										
Local:										
Arquivo: D:\Coordenação\2007_2\Poligonais\Matutino\Poligonal enquadrada\Enquadrada_Richard\PEedit.cad										
PT VISADO	TIPO	DESCRIÇÃO	ANG.HZ.D	ANG.VT.D	ANG.HZ.I	ANG.VT.I	H.P.	DT.INC	DT.RED	DESNIV
ESTAÇÃO: 102			H.I.: 1.538							
7	R		19°14'56"	88°48'55"	199°14'47"	270°10'40"	1.496	79.668	79.668	0.294
1	V VANTE		311°51'29"	90°52'58"	131°51'33"	269°06'47"	1.750	78.181	78.172	-1.419
ESTAÇÃO: 1			H.I.: 1.615							
102	R		272°29'38"	86°53'48"	92°29'35"	271°06'02"	1.648	78.188	78.174	1.471
2	V VANTE		26°14'02"	90°47'46"	206°14'03"	269°11'41"	1.582	37.358	37.354	-0.489
ESTAÇÃO: 2			H.I.: 1.607							
1	R		292°44'13"	86°12'46"	112°44'48"	270°46'25"	1.583	37.350	37.347	0.533
3	V VANTE		195°43'05"	89°40'14"	15°42'53"	270°18'29"	1.627	30.644	30.644	0.150
ESTAÇÃO: 3			H.I.: 1.644							
2	R		79°48'39"	90°26'42"	259°48'42"	269°33'31"	1.582	30.639	30.638	-0.175
107	V VANTE		322°53'11"	88°56'07"	142°53'20"	271°03'59"	1.568	116.073	116.053	2.235
ESTAÇÃO: 107			H.I.: 1.578							
3	R		134°43'17"	91°01'14"	314°43'28"	268°58'29"	1.580	116.078	116.060	-2.074
8	V VANTE		49°49'14"	90°15'24"	229°49'10"	269°44'36"	1.612	41.524	41.524	-0.220
IFET/SC			SISTEMA POSIÇÃO							

IFET/SC

Data: 2/6/2008

Page 1 of 1

**RELATÓRIO DE POLIGONAL**

Cliente:

Obra:

Município:

Estado:

Local:

Arquivo: D:\Coordenação\2007\_2\Polygonais\Matutino\Polygonal enquadrada\Enquadrada\_Richard\PEedit.cad

POLIGONAL: Enquadrada

CÁLCULO: Topográfico

ESTAÇÃO	ÂNGULO HORIZ	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORD.NORTE	COORD.ESTE	COTA	DESCRIÇÃO
7		235°06'13.0"					
102	292°36'39.5"	347°42'44.4"	78.173	975.807	491.252	12.143	
1	113°44'26.0"	281°27'02.3"	37.350	1052.183	474.615	10.676	VANTE
2	262°58'28.5"	4°25'22.7"	30.641	1059.598	438.008	10.154	VANTE
3	243°04'35.0"	67°29'49.6"	116.056	1090.145	440.371	10.309	VANTE
107				1134.560	547.591	12.430	VANTE

**DADOS DO FECHAMENTO**

Perímetro:..... 262.2201

ERROS

TOLERÂNCIAS

Angular:..... -0°00'41"

0°11'11"

Erro Distribuído

Relativo:..... 1:22835

1:1500

Erro Distribuído

Linear:..... 0.0115

Eixo Norte:..... 0.0115

Eixo Este:..... 0.0000

Azimute:..... 359°53'31"

Altimétrico:..... -0.0743

0.1024

Erro Distribuído

IFET/SC

SISTEMA POSIÇÃO

### 10.2.2.3.1.9 Desenho

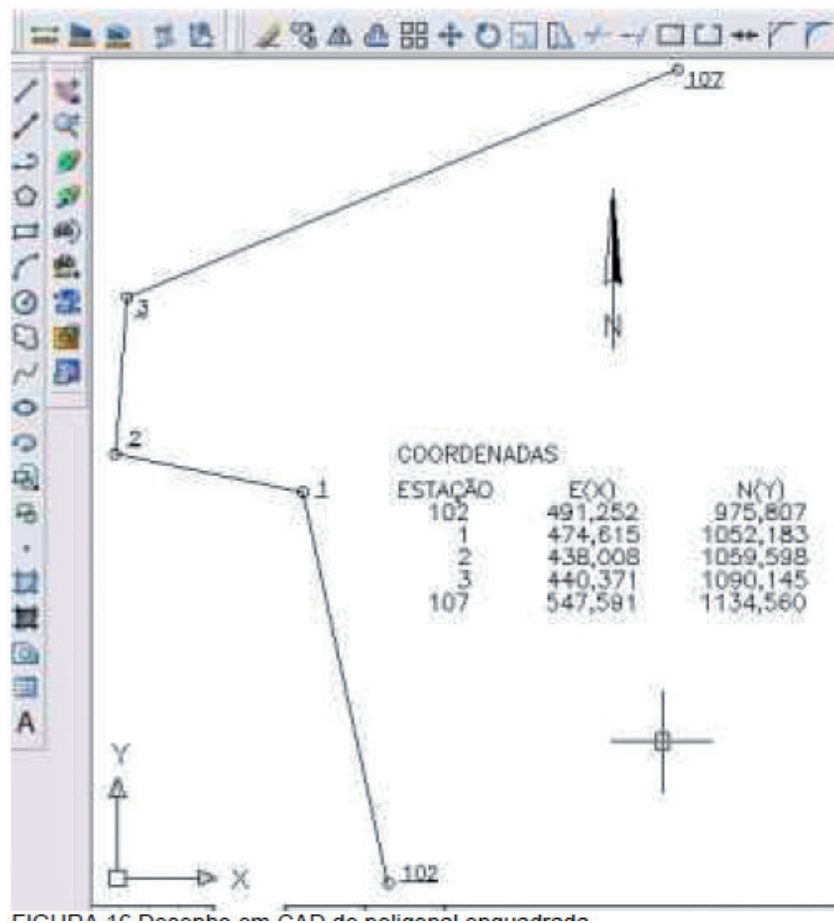


FIGURA 16 Desenho em CAD de poligonal enquadrada.

### 10.2.2.3.2 Desenvolvimento retilíneo

#### 10.2.2.3.2.1 Conceito

Poligonais apoiadas e fechadas em pontos e direções distintas, com desenvolvimento retilíneo. É considerado desenvolvimento retilíneo poligonais sem mudanças bruscas no sentido da progressão ou seja, que apresentem azimutes dentro do intervalo de  $\pm 45^\circ$  em relação ao azimute que ligam os pontos de conexão (partida e enquadramento).

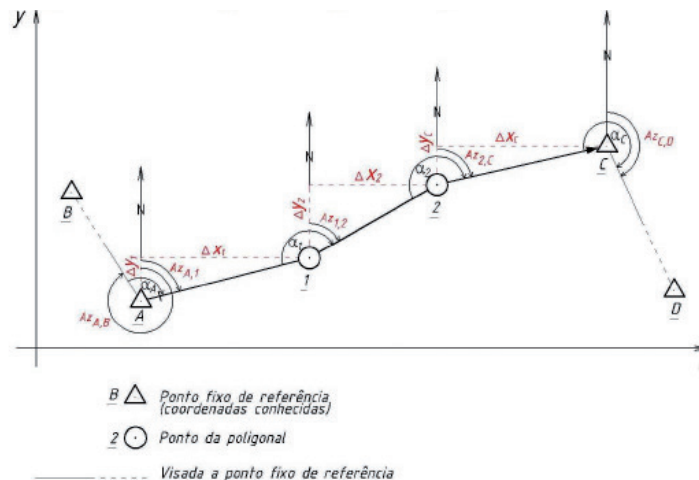


FIGURA 17 Elementos de uma poligonal enquadrada retilínea.



c- Cálculo azimute de partida ( Azp ):

Transf. Retangular -- Polar

Na calculadora Casio fx 82MS a sequência de operação da transformação de coordenadas retangulares em polares é a descrita abaixo:

Pol(	(	$Y_n$	-	$Y_{n-1}$	)	,
(	$X_n$	-	$X_{n-1}$	)	)	=
Na tela a distância			Alpha	Tan	=	
Na tela o azimute decimal		Se o azimute for negativo, somar 360°				=
0'''	=	Na tela o azimute				

d- Cálculo dos azimutes ( Az );

$$Az_v = Az_r + I$$

$$Az_r = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

Obs.1: quando a soma for maior que 360°, subtrai-se de 360°.

Obs.2: se a orientação for por dois pontos coordenados utiliza-se a transformação retangular – polar ou arco tangente.

e- Cálculo das projeções ( $\Delta X$ ), ( $\Delta Y$ );

$$\Delta X = d. \sin Az_v$$

$$\Delta Y = d. \cos Az_v$$

Na calculadora Casio fx 82MS a sequência de operação da transformação de coordenadas polares em retangulares é a descrita abaixo:

Rec(	Distância	,	Azimute	=
Na tela o valor de $\Delta X$		Alpha	tan	=
Na tela o valor de $\Delta Y$				

Rf- Cálculo das coordenadas ( $X_n$ ), ( $Y_n$ );

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$$

g- Cálculo dos erros entre as coordenadas;

$$Ex = Xe - Xn$$

$$Ey = Ye - Yn$$

h- Cálculo do azimute ( $Az_{pe}$ ) entre o ponto de partida ( $X_p$ ;  $Y_p$ ) e o ponto de enquadramento ( $X_e$ ;  $Y_e$ );

## Transf. Retangular -- Polar

Pol(	(	$Y_e$	-	$Y_p$	)	,
(	$X_e$	-	$X_p$	)	)	=
Na tela a distância			Alpha	Tan	=	
Na tela o azimute decimal		Se o azimute for negativo, somar 360°				=
o'''	=	Na tela o azimute				

i- Determinação dos erros transversal e longitudinal;

$$\text{Erro transversal (Et)} = |Ex| \cdot \cos Az_{pe} + |Ey| \cdot \sin Az_{pe}$$

$$\text{Erro longitudinal (El)} = -|Ex| \cdot \sin Az_{pe} + |Ey| \cdot \cos Az_{pe}$$

j- Determinação das tolerâncias de acordo com a NBR 13133;

c) transversal, antes da compensação angular (Tt) (somente para poligonais do tipo 3):

$$Tt \leq c + e \cdot L \text{ (km)} \vee (N - 1)$$

d) longitudinal, antes da compensação angular (Tl) (somente para poligonais do tipo 3):

$$Tl \leq c + f \cdot L \text{ (km)}$$

OBS: Os valores do coeficiente "c" são relacionados a rede de apoio.

Valores dos coeficientes "e" e "f" NBR 13133 poligonais tipo 3		
Classe	"e"(m)	"f"(m)
I P	0,02	0,04
IIP	0,04	0,12
IIIP	0,06	0,15
IVP	0,11	0,17
VP	-	-
I PRC	0,02	0,05
II PRC	0,16	0,24

I- Verificação das tolerâncias;

Transversal  $Et \leq Tt$

Longitudinal  $El \leq Tl$

**Se os erros forem menores que as tolerâncias estabelecidas, a poligonal será ajustada com o mesmo procedimento da poligonal com desenvolvimento curvo.**

**Exemplo 4:**

Dada a caderneta e o croqui, calcular as coordenadas da poligonal enquadrada com desenvolvimento retilíneo classe IV P.

Estação	Ponto Visado	Distância(d)	Ângulo lido
A	10	-	12° 26'02"
	B	120,000	73° 42'58"
B	A	-	8° 14'58"
	C	90,00	197° 02'17"
C	B	-	10° 56'47"
	D	145,000	183° 19'43"
D	C	-	15° 55'36"
	E	87,000	203° 49'19"
E	D		25° 45'47"
	11		256° 07'41"

Coordenadas dos pontos de saída:

10 = ( 4260,7966 ; 1261,0272 ) ; A = ( 4260,7966 ; 1149,3649 )

Coordenadas dos pontos de enquadramento (chegada):

E ( 4661,2210 ; 1333,9587 ) ; 11 = ( 4786,1674 ; 1259,7317 ).

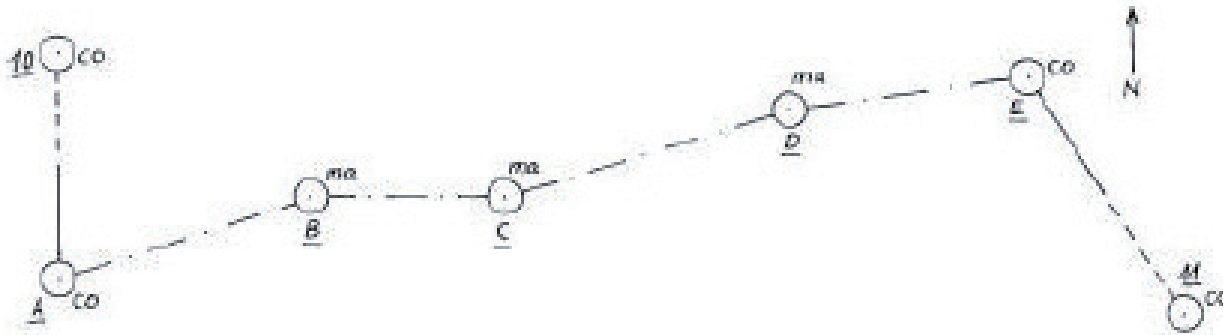


FIGURA 19 Croqui de medição.

Memória de cálculo;

a- Cálculo das médias das distâncias entre vértices ( d );

$$d = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

b- Cálculo das médias dos ângulos irradiados entre vértices ( I );

$$I = \frac{\sum(LV - LR)}{n}$$

$$I = 73^\circ 42' 58'' - 12^\circ 26' 02'' = 61^\circ 16' 56''$$

$$I = 215^\circ 01' 52'' - 48^\circ 14' 58'' = 188^\circ 47' 19''$$

$$I = 215^\circ 01' 52'' - 48^\circ 14' 58'' = 172^\circ 22' 56''$$

$$I = 203^\circ 49' 19'' - 15^\circ 55' 36'' = 187^\circ 53' 43''$$

$$I = 256^\circ 07' 41'' - 25^\circ 45' 47'' = 230^\circ 21' 54''$$

c- Cálculo azimuth de partida ( Azp ):

Transf. Retangular -- Polar

Pol(	(	$Y_n$	-	$Y_{n-1}$	)	,
(	$X_n$	-	$X_{n-1}$	)	)	=
Na tela a distância			Alpha	Tan	=	
Na tela o azimuth decimal		Se o azimuth for negativo, somar 360°				=
0'''	=	Na tela o azimuth				

Pol(	(	1261,0272	-	1149,3649	)	,
(	4260,7966	-	4260,7966	)	)	=
111,66233			Alpha	Tan	=	
0,0000		Se o azimuth for negativo, somar 360°				=
0'''	=	0°00'00''				

## d- Cálculo dos azimutes (Az );

$$Az_v = Az_r + I$$

$$Az_r = Az_{ant} \pm 180^\circ$$

$$Az_{AB} = (0^\circ 00' 00'') + 61^\circ 16' 56''$$

$$Az_{AB} = 61^\circ 16' 56''$$

$$Az_{BC} = (Az_{12} \pm 180^\circ) + \alpha c$$

$$Az_{BC} = (61^\circ 16' 56'' + 180^\circ) + 188^\circ 47' 19'' - 360^\circ$$

$$Az_{BC} = 70^\circ 04' 15''$$

$$Az_{CD} = (Az_{23} \pm 180^\circ) + \alpha c$$

$$Az_{CD} = (70^\circ 04' 15'' + 180^\circ) + 172^\circ 22' 56'' - 360^\circ$$

$$Az_{CD} = 62^\circ 27' 11''$$

$$Az_{DE} = (Az_{34} \pm 180^\circ) + \alpha c$$

$$Az_{DE} = (62^\circ 27' 11'' + 180^\circ) + 187^\circ 53' 43'' - 360^\circ$$

$$Az_{DE} = 70^\circ 20' 54''$$

$$Az_{E11} = (Az_{45} \pm 180^\circ) + \alpha c$$

$$Az_{E11} = (70^\circ 20' 54'' + 180^\circ) + 230^\circ 21' 54'' - 360^\circ$$

$$Az_{E11} = 120^\circ 42' 48''$$

## e- Cálculo das projeções (X ), ( Y );

Projeção em X ( $\Delta X$ ) :

$$\Delta X = d. \text{ sen } Az_v$$

$$\Delta X_{AB} = 120,000 \cdot \text{sen } 61^\circ 16' 56'' = 105,2397$$

$$\Delta X_{BC} = 90,000 \cdot \text{sen } 70^\circ 04' 15'' = 84,6103$$

$$\Delta X_{CD} = 145,000 \cdot \text{sen } 62^\circ 27' 11'' = 128,5617$$

$$\Delta X_{DE} = 87,000 \cdot \text{sen } 70^\circ 20' 54'' = 81,9326$$

| Projeção em Y ( $\Delta Y$ ) :

$$\Delta Y = d. \text{ cos } Az_v$$

$$\Delta Y_{AB} = 120,000 \cdot \text{cos } 61^\circ 16' 56'' = 57,6595$$

$$\Delta Y_{BC} = 90,000 \cdot \text{cos } 70^\circ 04' 15'' = 30,6772$$

$$\Delta Y_{CD} = 145,000 \cdot \text{cos } 62^\circ 27' 11'' = 67,0589$$

$$\Delta Y_{DE} = 246,698 \cdot \text{cos } 70^\circ 20' 54'' = 29,2582$$

Ou por transformação de coordenadas polares em retangulares.

Rec(	Distância	,	Azimute	=	$\Delta X$	$\Delta Y$
Rec(	120,000	,	61°16'56"	=	57,6595	105,2397
Rec(	90,00	,	70°04'15"	=	30,6772	84,6103
Rec(	145,000	,	62°27'11"	=	67,0589	128,5617
Rec(	87,000	,	70°20'54"	=	29,2582	81,9326

## f- Cálculo das coordenadas (Xn ), (Yn );

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_{n,n+1}$$

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_{n,n+1}$$

Em X:

$$X_n = X_{n-1} + \Delta X_c$$

$$X_A = 4260,7966$$

$$X_B = 4260,7966 + 105,2397$$

$$X_B = 4366,0363$$

$$X_C = 4366,0363 + 84,6103$$

$$X_C = 4450,6466$$

$$X_D = 4450,6466 + 128,5617$$

$$X_D = 4579,2083$$

$$X_E = 4579,2083 + 81,9326$$

$$X_E = 4661,1409$$

| Em Y:

$$Y_n = Y_{n-1} + \Delta Y_c$$

$$Y_A = 1149,3649$$

$$Y_B = 1149,3649 + 57,6595$$

$$Y_B = 1207,0244$$

$$Y_C = 1207,0244 + 30,6772$$

$$Y_C = 1237,7016$$

$$Y_D = 1237,7016 + 67,0589$$

$$Y_D = 1304,7605$$

$$Y_E = 1304,7605 + 29,2582$$

$$Y_E = 1334,0187$$

g- Cálculo dos erros entre as coordenadas;

$$E_x = X_e - X_n$$

$$E_x = 4661,2210 - 4661,1409$$

$$E_x = 0,0801 \text{ m}$$

$$E_y = Y_e - Y_n \text{ ( } 4661,2210 \text{ ;}$$

$$E_y = 1333,9587 - 1334,0187$$

$$E_y = 0,060 \text{ m}$$

h- Cálculo do azimute (  $Az_{pe}$  ) entre o ponto de partida (  $X_p ; Y_p$  ) e o ponto de enquadramento (  $X_e ; Y_e$  );

Ponto de partida (  $X_p ; Y_p$  ) = A (4260,7966 ; 1149,3649 )

Ponto de enquadramento (  $X_e ; Y_e$  ) = E ( 4661,2210 ; 1333,9587 )

Transf. Retangular -- Polar

Pol(	(	1333,9587	.	1149,3649	)	,
(	4661,2210	-	4260,7966	)	)	=
440,925			Alpha	Tan	=	
65,2505165		Se o azimute for negativo, somar 360°				=
°'''	=	65°15'02"				

i- Determinação dos erros transversal e longitudinal;

$$\text{Erro transversal (} E_t \text{ )} = E_x \cdot \cos Az_{pe} + E_y \cdot \sin Az_{pe}$$

$$E_t = 0,0801 \cdot \cos 65^\circ 15' 02'' + 0,060 \cdot \sin 65^\circ 15' 02''$$

$$E_t = 0,088 \text{ m}$$

$$\text{Erro longitudinal (} E_l \text{ )} = - E_x \cdot \sin Az_{pe} + E_y \cdot \cos Az_{pe}$$

$$E_l = - 0,0801 \cdot \sin 65^\circ 15' 02'' + 0,060 \cdot \cos 65^\circ 15' 02''$$

$$E_l = 0,048 \text{ m}$$

j- Determinação das tolerâncias de acordo com a NBR 13133, poligonal tipo 3, classe IV P;

OBS: Serão desconsiderados os erros da rede de apoio, coeficiente "c".

c) transversal;

$$T_t \leq c + e \cdot L \text{ (km)} \cdot \sqrt{N - 1}$$

$$T_t \leq c + 0,11 \cdot 0,442 \cdot \sqrt{5 - 1}$$

$$T_t \leq 0,097 \text{ m}$$

d) longitudinal;

$$T_l \leq c + f \cdot \sqrt{L \text{ (km)}}$$

$$T_l \leq c + 0,17 \cdot \sqrt{0,442}$$

$$T_l \leq 0,113 \text{ m}$$

l- Verificação das tolerâncias;

$$\text{Transversal } E_t \leq T_t$$

$$0,088 \leq 0,097$$

$$\text{Longitudinal } E_l \leq T_l$$

$$0,048 \leq 0,113$$

Sendo os erros menores que as tolerâncias estabelecidas, a poligonal será ajustada com o mesmo procedimento da poligonal com desenvolvimento curvo.

## 7.2.2.3.2.7 Análise e tratamento das medições

No programa topograph

char 'Pointer Informática

Data: 09/06/08 Hora: 18:06 Página

Caderneta: Caderneta 2

Projeto: Poligonal Tipo 3 Local: CEFET

Estação	Descrição	HI	Norte	Este	Cota	Azimute
A	E	1,500				

Tipo	Nome	Descrição	AHD	AVD	HS	DI	DH	EC	DHxC
Ré	10		12°26'02"						
Vante	B		73°42'58"	90°00'00"	1,500	120,0000	120,0000		

Estação	Descrição	HI	Norte	Este	Cota	Azimute
B	E	1,500				

Tipo	Nome	Descrição	AHD	AVD	HS	DI	DH	EC	DHxC
Ré	A		8°14'58"	90°00'00"	1,500	120,0000	120,0000		
Vante	C		197°02'17"	90°00'00"	1,500	90,0000	90,0000		

Estação	Descrição	HI	Norte	Este	Cota	Azimute
C	E	1,500				

Tipo	Nome	Descrição	AHD	AVD	HS	DI	DH	EC	DHxC
Ré	B		10°56'47"	90°00'00"	1,500	90,0000	90,0000		
Vante	D		183°19'43"	90°00'00"	1,500	145,0000	145,0000		

Estação	Descrição	HI	Norte	Este	Cota	Azimute
D	E	1,500				

Tipo	Nome	Descrição	AHD	AVD	HS	DI	DH	EC	DHxC
Ré	C		15°55'36"	90°00'00"	1,500	145,0000	145,0000		
Vante	E		203°49'19"	90°00'00"	1,500	87,0000	87,0000		

Estação	Descrição	HI	Norte	Este	Cota	Azimute
E	E	1,500				

Tipo	Nome	Descrição	AHD	AVD	HS	DI	DH	EC	DHxC
Ré	D		25°45'47"	90°00'00"	1,500	87,0000	87,0000		
Vante	11		256°07'41"	90°00'00"					

Estação	DH	Desnível	Azimute	Norte	Este	Cota	Descrição	Erro médio
10			180°00'00"					
A				1.149,3649	4.260,7966	0,0000		
	120,0095	0,0000	61°17'42"					1:314.473
B				1.207,0056	4.366,0573	0,0000		
	90,0125	0,0000	70°04'50"					1:236.855
C				1.237,6729	4.450,6846	0,0000		
	145,0127	0,0000	62°27'55"					1:379.989
D				1.304,7100	4.579,2720	0,0000		
	87,0122	0,0000	70°21'28"					1:227.993
E				1.333,9587	4.661,2210	0,0000		
			120°42'48"					
11								
Classe	Tipo	Nível Ref.	a	b	c	d	e	f
II P	3	0,0000	0°00'00"	0°00'40"	0,0000		0,1100	0,1700

	Observados	Compensados
Perímetro	442,0000 m	442,0470 m
Área		

	Erros	Tolerâncias	Fora
Angular	0°00'00"	0°01'29" (=a+b×N/6)	
Relativo	1:4416	1:10000	X
Linear	0,1001 m		
Longitudinal	0,0909 m	0,0972 m	
Transversal	0,0419 m	0,1130 m	
Altimétrico	0,000 m	0,013 m (= 20 mm × K/6)	
erD(Máximo)	1:227.993	1:0	
eAz	0°00'00"	27°13'15"	
eV	0,0004 m	310.306,7893 m	

#### 10.2.2.3.2.8 Desenho

### 10.2.3 Norma técnica ABNT NBR 13133

#### 10.2.3.1 Conceitos

Poligonal principal (ou poligonal básica):

Poligonal que determina os pontos do apoio topográfico de primeira ordem.

Poligonal secundária.

Aquela que, apoiada nos vértices da poligonal principal, determina os pontos do apoio topográfico de segunda ordem.

Poligonal auxiliar.

Poligonal que, baseada nos pontos de apoio topográfico planimétrico, tem os seus vértices distribuídos na área ou faixa a ser levantada, de tal forma, que seja possível coletar, direta ou indiretamente, por irradiação, interseção ou por ordenadas sobre uma linha-base, os pontos de detalhe julgados importantes, que devem ser estabelecidos pela escala ou nível de detalhamento do levantamento.

#### 10.2.3.2 Classificação

A norma estabelece para poligonais planimétricas uma classificação considerando as finalidades do levantamento topográfico, a densidade de informações a serem representadas e a exatidão necessária a cada finalidade( tabela 1 ) e para cada classe de poligonais poderemos ter até três tipos de poligonais ( tabela 2 ) em relação ao ajustamento e no estabelecimento das tolerâncias.

Classificação de poligonais planimétricas	
Classes	Finalidade
IP	Adensamento de rede geodésica.
IIP	Apoio topográfico para projetos básicos e obras de engenharia.
IIIP	Adensamento do apoio topográfico para projetos básicos.
IVP	Adensamento de poligonais da classe III P e levantamentos topográficos para estudos de viabilidade em projetos de engenharia.
V P	Levantamentos topográficos para estudos expeditos.
IPRC	Apoio topográfico da rede de referência cadastral apoiada em poligonal de classe I P.
IIIPRC	Poligonal auxiliar destinada à determinação de pontos de referência de quadra ou gleba.

TABELA 1: Classes de poligonais.

Classificação em relação ao ajustamento de poligonais e no estabelecimento das tolerâncias para o seu fechamento	
Tipo	Desenvolvimento
1	Poligonais apoiadas e fechadas numa só direção e num só ponto;
2	Poligonais apoiadas e fechadas em direções e pontos distintos com desenvolvimento curvo;
3	Poligonais apoiadas e fechadas em direções e pontos distintos com desenvolvimento retilíneo.

TABELA 2: Tipos de poligonais.

## 10.2.3.3 Procedimentos

Classe	Medição		Desenvolvimento				Materialização
	Angular	Linear	Extensão máxima	Nºvértice m	Lado		
					Mínimo	Médio	
I P	Método as direções: três séries de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 3.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 2. Correção de temperatura e pressão.	50 km	11	1km	* 1,5 km	Marcos de concreto ou pinos
II P	Método as direções: três séries de leituras conjugadas direta e inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 3.	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1. Correção de temperatura e pressão.	15 Km	31	100 m	* 190 m	Marcos de concreto ou pinos
III P.	Método das direções com duas séries de leituras conjugadas direta e Inversa, horizontal e vertical Teodolito classe 2	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1 ou medidas com trena de aço aferida com correções de dilatação, tensão, catenária e redução ao horizonte.	10 km	41	50 m	* 170 m	Marcos de concreto ou nos pinos no apoio topográfico. Pinos ou piquetes nas poligonais auxiliares
IV P	Método das direções uma série de leituras conjugadas direta e Inversa horizontal e vertical. Teodolito classe 2	Leituras recíprocas (vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1 ou medidas com trena de aço aferida e controle taqueométrico com leitura dos três fios ou equivalente (teodolitos auto-redutores).	07 km	41	30 m	* 160 m	Pinos ou piquetes
VP	Leituras numa só posição da luneta, horizontal e vertical, com correções de colimação, PZ (ou de índice) com teodolito classe 1.	Observações taqueométricas (vante e ré) em miras entimétricas, previamente aferidas, providas de nível esférico, com leitura dos três fios ou equivalente (teodolitos auto-redutores).	05 km(P) 02 km(S) 01 km(A)	41 (P) 21(S) 12 (A)	30m(P) 30m(S) 30m(A)	90 m	Pinos ou piquetes
I PRC	Método das direções: com centragem forçada, três séries de leituras conjugadas direta e Inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 3.	Leituras recíprocas(vante e ré) com distanciômetro eletrônico Classe 2.	03 km(P) 01 km (S)	16(P)  11(S)	100 m(P)  50 m(S)	* 200m (P)  * 100 m(S)	Marcos ou pinos
II PRC	Método das direções: duas séries de leituras conjugadas direta e Inversa, horizontal e vertical. Teodolito classe 2.	Leituras recíprocas(vante e ré) com distanciômetro eletrônico classe 1 ou medidas com trena aferida e aplicação de correções de dilatação, tensão, catenária e redução ao horizonte.	650 m	9	40 m	* 80 m	Marcos ou pinos

### 10.2.3.4 Tolerâncias

O estabelecimento das tolerâncias, na NBR 13133, parte da teoria dos erros, que estabelece ser o erro máximo tolerável, ou tolerância, um valor  $T$ , cuja probabilidade de ser ultrapassado é de 1%, sendo de 2,65 aproximadamente três vezes o valor do erro médio temível. Assim, partindo das expressões decorrentes das propagações dos erros médios nas medições angulares e lineares, são estabelecidas as seguintes expressões para as tolerâncias de fechamento das poligonais:

a- Tolerância angular ( $T_\alpha$ ):

$$T_\alpha \leq a + b \cdot \sqrt{N}$$

b- Tolerância linear ( $T_p$ ):, após compensação angular ( poligonais tipo 1 e 2 );

$$T_p \leq c + d \cdot \sqrt{L} \text{ (km)}$$

c- Tolerância transversal ( $T_t$ ), antes da compensação angular ( poligonais tipo 3 );

$$T_t \leq c + e \cdot L \text{ (km)} \cdot \sqrt{N} - 1$$

d- Tolerância longitudinal ( $T_l$ ), antes da compensação angular ( poligonais tipo 3 );

$$T_l \leq c + f \cdot \sqrt{L} \text{ (km)}$$

Os valores de “a”, “b”, “c”, “d”, “e” e “f” são tabelados em função da classe e tipo da polygonal.

Para poligonais tipo 1 os valores de “a” e “c” são nulos.

Para poligonais tipo 2 e 3 os valores de “a” e “c” são funções dos erros das poligonais de apoio.

Coeficientes para a determinação das tolerâncias segundo a NBR 13133					
Poligonais		Coeficientes			
Classe	Tipo	b (")	D(m)	e(m)	f(m)
I P	1 e 2	6"	0,10	-	-
	3	6"	-	0,02	0,04
II P	1 e 2	15"	0,30	-	-
	3	15"	-	0,04	0,12
III P	1 e 2	20"	0,42	-	-
	3	20"	-	0,06	0,15
IV P	1 e 2	40"	0,56	-	-
	3	40"	-	0,11	0,17
V p	1 e 2	180"	2,20	-	-
I PRC	1 e 2	8"	0,07	-	-
	3	8"	-	0,02	0,05
II PRC	1 e 2	60"	0,30	-	-
	3	60"	-	0,16	0,24

Estes valores devem ser comparados com os erros cometidos no levantamento. O ajustamento só será realizado se os erros forem menores que as tolerâncias estabelecidas.

## 10. Estação Livre

Este problema é muito importante porque em muitas ocasiões necessita-se obter, com bastante exatidão, a posição (plana e altimétrica) de um ponto com relação a outros de uma rede, convenientemente materializada no terreno. É de uso freqüente nas determinações de estações para levantamento de detalhes. Este método também é conhecido como método de ressecção ou interseção à ré.

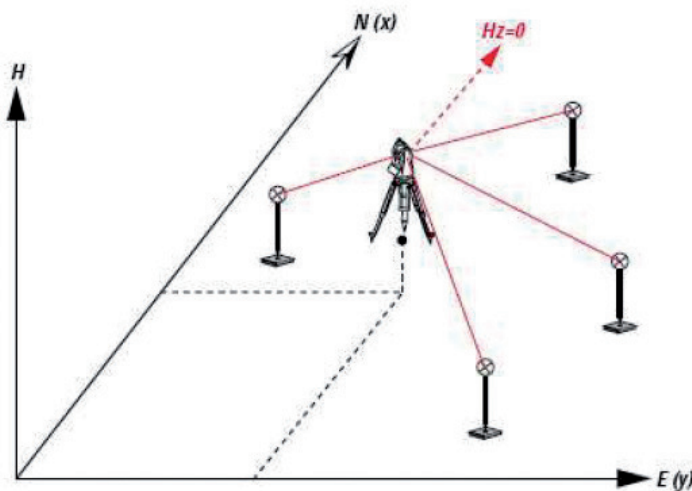


FIGURA 1: Estação livre com estação total.

Nas estações totais modernas Estação livre é o nome de um programa interno. No método da estação livre inicialmente não se conhecem as coordenadas do ponto de estação e existe um certo grau de liberdade de onde se quer estacionar o instrumento. Este grau de liberdade depende principalmente da intervisibilidade a pontos fixos de coordenadas já conhecidas (pontos de referência), bem como a novos pontos a serem determinados ou demarcados. As coordenadas da estação são a seguir determinadas através da medida de ângulos e de distâncias aos pontos de referência, através cálculo geralmente em programa interno do instrumento. São apresentados pelo programa o fator de escala e os desvios padrão das novas coordenadas determinadas (verificação da precisão do ponto de estação livre). Nos casos das estações totais que não dispõem a opção de memo-

rizar os dados de precisão do novo ponto determinado (ponto de estação livre), estes devem ser anotados em um documento próprio para o ponto (vide formulário).

Na realidade o método de estação livre nada mais é do que uma transformação de sistemas de coordenadas, o sistema local do instrumento para o sistema dos pontos de referência. Ao final do processo fica o limbo do instrumento automaticamente orientado ao sistema de referência. O programa interno solicita então um nome para o novo ponto determinado (ponto de estação livre sobre o qual o instrumento está estacionado) com a opção de poder armazenar as novas coordenadas determinadas na memória interna.

Uma vez que o ponto está armazenado na memória interna pode-se informar ao instrumento que ele está ocupando tal ponto. Deste, para controle, medem-se os mesmos pontos de referência que serviram para a determinação do ponto de estação, como se eles ainda não existissem. Compara-se as coordenadas medidas com as mesmas coordenadas já existentes dos pontos fixos e anota-se as diferenças para cada coordenada, afim de avaliar a consistência do novo ponto determinado (verificação da exatidão do ponto de estação livre). Anotam-se os desvios no documento do ponto. Caso as diferenças não ultrapassem certos limites previamente especificados, a determinação do ponto de estação pode ser considerada como controlada. Daí, novos pontos podem ser medidos e para a determinação das coordenadas destes pontos o programa utiliza o mesmo fator de escala calculado para a sua determinação ficando os novos pontos ajustados com relação aos pontos fixos de referência, ou seja, com dados homogêneos obedecendo o princípio de vizinhança (NBR 13133/94, item 5.2, p.7). Para aumentar a qualidade na medição, o ponto de estação livre deve ser determinado tomando como pontos de referência no mínimo três pontos fixos ficando o novo ponto dentro da área compreendida entre o triângulo formado pelos pontos de referência, afim de ficarem resolvidas as tensões entre os pontos tornando assim os resultados homogêneos.

## ESTACÃO LIVRE

### Instrumentos:

Nr.

**Local**

**Data:**

**Operator:**



1		2		3			4		
Ponto	Coordenada E(X)		$\Delta E(X)$	Coordenada N(Y)		$\Delta E(Y)$	Coordenada Z(H)		$\Delta Z(H)$
Nr.	m	mm	mm	m	mm	mm	m	mm	mm
							Nr.		
						Pro. de Est. Nr.			
						E(X)	m	e mm	
						N(Y)	m	e mm	
						Z(H)	m	e mm	
						Fator de escala			
						Azimute do erro	segundos		

**Croquet**

**FIGURA 2:** Formulário da estação livre para o registro dos dados medidos.

Não se dispondo de uma Estação Total com o programa de Estação Livre a interseção à ré pode ser realizada por um dos métodos abaixo:

### 10.1 MÉTODO DA ESTAÇÃO LIVRE POR DOIS PONTOS

#### 10.1.1 CONCEITO

O método de interseção à ré chamado estação livre por dois pontos, é um processo de determinação de coordenadas que consiste em medir, de uma estação desconhecida, o ângulo e as distâncias formadas pelas visadas dirigidas a dois outros pontos de posição conhecida. Assim, as coordenadas de uma estação podem ser calculadas quando, nesta estação, direções ou ângulos e distâncias são medidas.

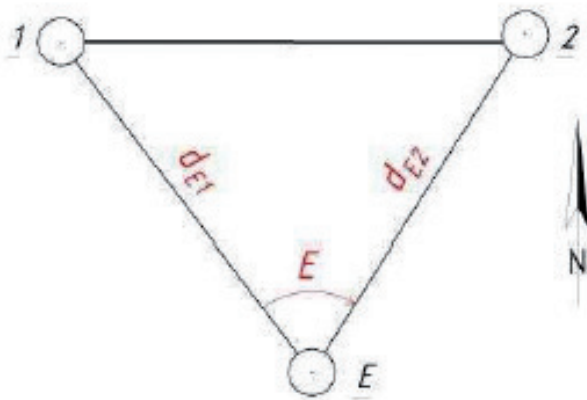


FIGURA 3: Método estação livre

#### 10.1.2 PROCEDIMENTO

No método da estação livre inicialmente não se conhecem as coordenadas do ponto de estação e existe um certo grau de liberdade de onde se quer estacionar o instrumento. Este grau de liberdade depende principalmente da intervisibilidade a pontos fixos de coordenadas já conhecidas (pontos de referência), bem como a novos pontos a serem determinados ou demarcados. As coordenadas da estação são a seguir determinadas através da medida de ângulos e de distâncias aos pontos de referência, através cálculo.

O ponto de estação escolhido deve preferencialmente estar entre 30° à 120° em relação aos pontos de referência, executa-se as medições do ângulo e distância ao primeiro ponto e em seguida a medição

do ângulo e distância ao segundo ponto. As coordenadas são obtidas por um dos métodos a seguir descritos.

#### 10.1.3 CÁLCULO

Métodos:

A - Trigonométrico;

B - Rotação de eixos.

A - Método trigonométrico:

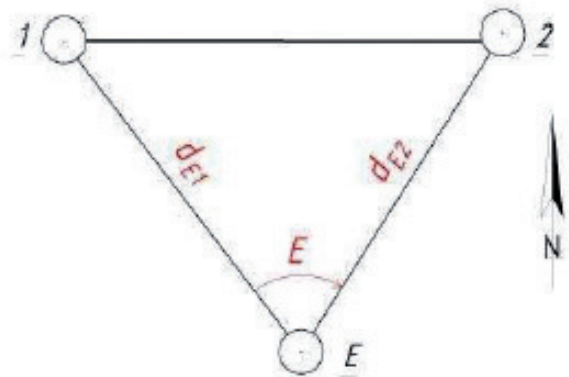


FIGURA 4: Dados de medição do método estação livre

Dados do Campo

a - Coordenadas dos pontos 1 e 2,  $(X_1; Y_1)$ ,  $(X_2; Y_2)$ ;

b - Ângulo entre os pontos 1 e 2 ( $E$ ).

c - Distâncias da Estação aos pontos 1 e 2 ( $d_{E1}$ ;  $d_{E2}$ );

Roteiro de cálculo:

1 - Cálculo da distância e do azimute entre os pontos coordenados ( $d_{12c}$ ;  $Az_{12c}$ );

Transformação retangular – polar:

$$POL ((Y_2 - Y_1), (X_2 - X_1)) = d_{12c}; Az_{12c}$$

2- Cálculo da distância entre os pontos coordenados, pela lei dos cossenos ( $d_{12m}$ );

$$d_{12m} = \sqrt{d_{E1}^2 + d_{E2}^2 - 2 * d_{E1} * d_{E2} * \cos E}$$

3- Cálculo do ângulo interno 1, pela leis dos senos, ( $1$ );

$$1 = \text{Arco seno} \left( \frac{d_{E2} * \text{Sen} E}{d_{12m}} \right)$$

4 – Cálculo do azimute entre um ponto coordenado e a estação, ( $Az_{1E}$ );

$$Az_{1E} = Az_{12c} + E$$

## 5 – Cálculo do fator de escala ( Fe );

$$Fe = \frac{d_{12c}}{d_{12m}} \quad \frac{\text{distância calcula por coordenada}}{\text{distância calcula por cos seno}}$$

6 – Cálculo da coordenada da estação (  $X_E$  ;  $Y_E$  );6.1 - Cálculo das projeções, (  $\Delta X_{1E}$  ;  $\Delta Y_{1E}$  );

Transformação polar - retangular:

Shift Pol ( Distância, Azimute ) = (  $\Delta X_{1E}$  ,  $\Delta Y_{1E}$  )6.2 - Cálculo da coordenada da estação (  $X_E$  ;  $Y_E$  );

$$X_E = X_1 + Fe * \Delta X_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + Fe * \Delta Y_{1E}$$

Ou diretamente:

$$X_E = X_1 + Fe * d_{E1} * \text{Sen } Az_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + Fe * d_{E1} * \text{Cos } Az_{1E}$$

7 - O procedimento poderá ser conferido calculando-se as coordenadas da estação a partir do ponto 2.

Exemplo 1:

Calcular as coordenadas da estação pelo método estação livre, sendo os dados de campo:

Coordenadas dos pontos: 1 ( 1000,0000 ; 500,0000 )

2 ( 1122,4570 ; 486,3700 ).

Estação	Ponto visado	Distância	Ângulo Lido	Ângulo Interno
E	1	82,066	167°30'40"	161°57'44"
	2	42,528	5°32'56"	

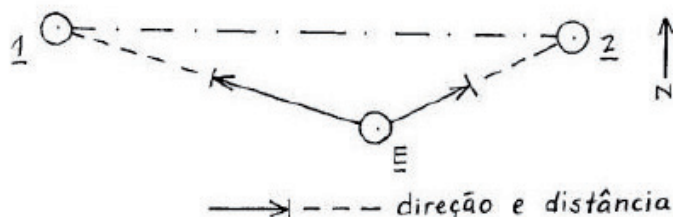


FIGURA 5: Croqui de medição do método estação livre  
Memória de cálculo:

1- Azimute e a distância entre os pontos coordenados (  $Az_{12}$  ), (  $d_{12}$  );

Transformação retangular – polar:

POL ( (  $Y_2 - Y_1$  ) , (  $X_2 - X_1$  ) )

$$d_{12} = 123,213 \text{ m}$$

$$Az_{12} = 96^\circ 21' 04''$$

2- Distância entre os pontos coordenados (  $d_{12}$  );

$$d_{12} = \sqrt{d_{E1}^2 + d_{E2}^2 - 2 * d_{E1} * d_{E2} * \cos E}$$

$$d_{12} = \sqrt{82,066^2 + 42,528^2 - 2 * 82,066 * 42,528 * \sin ( 167^\circ 30' 40'' - 5^\circ 32' 56'' )}$$

$$d_{12} = 123,210 \text{ m}$$

## 3- Cálculo do ângulo interno 1;

$$1 = \text{arc seno} \left( \frac{d_{E2} * \text{Sen } E}{d_{12m}} \right)$$

$$1 = \text{arc seno} \left( \frac{42,528 * \text{sen } 161^\circ 57' 44''}{123,210} \right)$$

$$1 = 6^\circ 08' 08''$$

4- Cálculo do azimute (  $Az_{1E}$  );

$$Az_{1E} = Az_{12} + 1$$

$$Az_{1E} = 96^\circ 21' 04'' + 6^\circ 08' 08''$$

$$Az_{1E} = 102^\circ 29' 12''$$

## 5- Cálculo do fator de escala ( Fe );

$$Fe = \frac{d_{12c}}{d_{12m}}$$

$$Fe = \frac{123,213}{123,210}$$

$$Fe = 1,0000243486$$

## 6- Cálculo da coordenada da estação;

$$X_E = X_1 + ( Fe * d_{E1} * \text{sen } Az_{1E} )$$

$$X_E = 1000,0000 + ( 1,0000243486 * 82,066 * \text{sen } 102^\circ 29' 12'' )$$

$$X_E = 1080,1268$$

$$Y_E = Y_1 + ( Fe * d_{E1} * \cos Az_{1E} )$$

$$Y_E = 500,0000 + ( 1,0000243486 * 82,066 * \cos 102^\circ 29' 12'' )$$

$$Y_E = 482,2559$$

7 - O procedimento poderá ser conferido calculando-se a coordenadas da estação a partir do ponto 2.

## B - Método por rotação de eixos:

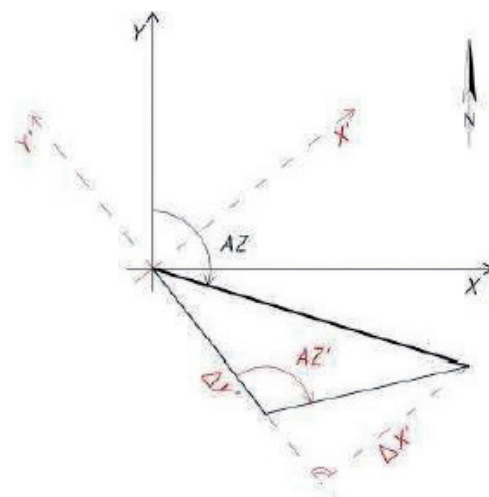


FIGURA 6: Esquema de rotação de eixos do método estação livre

Dados de campo:

a - Coordenadas dos pontos 1 e 2,  $(X_1; Y_1)$ ,  $(X_2; Y_2)$ ;

b - Ângulo entre os pontos 1 e 2 (  $E$  ).

c - Distâncias da Estação aos pontos 1 e 2 (  $d_{E1}$ ;  $d_{E2}$  );

Roteiro de cálculo:

1 - Cálculo da distância e do azimute entre os pontos coordenados (  $d_{12c}$ ;  $Az_{12c}$  );

Transformação retangular – polar:

$$POL ((Y_2 - Y_1), (X_2 - X_1)) = d_{12c}; Az_{12c}$$

2- Cálculo das coordenadas provisórias locais (  $\Delta X'$ ;  $\Delta Y'$  ), onde um dos pontos coordenados é a origem do sistema e o ponto de estação estabelece a direção  $Y$ .

$$\Delta X'_2 = d_{E2} * \sin ( Az'_{E2} \pm 180^\circ )$$

$$\Delta Y'_2 = d_{E2} * \cos ( Az'_{E2} \pm 180^\circ ) \pm d_{E1}$$

3- Cálculo da distância (  $d'_{12}$  ) e do azimute provisórios (  $Az'_{12}$  ), proveniente do novo sistema:

$$Fe = \frac{d_{12c}}{d'_{12m}} \frac{\text{distância calcula por coordenada}}{\text{distância provisória}}$$

5- Cálculo do azimute de rotação (  $Az_{1E}$  );

$$Az_{1E} = Az_{12} \pm Az'_{12}$$

Obs. A fórmula para cálculo do azimute poderá ser diferente da apresentada em função da escolha do referencial dos eixos X e Y.

6 – Cálculo da coordenada da estação (  $X_E$ ;  $Y_E$  );

6.1 - Cálculo das projeções, (  $\Delta X_{1E}$ ;  $\Delta Y_{1E}$  );

Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol ( Distância, Azimute )} = (\Delta X_{1E}, \Delta Y_{1E})$$

6.2 - Cálculo da coordenada da estação (  $\Delta X_E$ ;  $\Delta Y_E$  ):

$$X_E = X_1 + Fe * \Delta X_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + Fe * \Delta Y_{1E}$$

Ou diretamente:

$$X_E = X_1 + Fe * d_{E1} * \text{Sen } Az_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + Fe * d_{E1} * \text{Cos } Az_{1E}$$

7 – O procedimento poderá ser conferido calculando-se as coordenadas da estação a partir do ponto 2.

Exemplo 2:

Calcular as coordenadas da estação pelo método estação livre, sendo os dados de campo:

Coordenadas dos pontos: 1 ( 1000,0000 ; 500,0000 )

2 ( 1122,4570 ; 486,3700 ).

Estação	Ponto visado	Distância	Ângulo Lido	Ângulo Interno
E	1	82,066	167°30'40"	161°57'44"
	2	42,528	5°32'56"	

Memória de cálculo:

1- Azimute e a distância entre os pontos coordenados (  $Az_{12}$  ), (  $d_{12}$  );

Transformação retangular – polar:

$$d_{12} = 123,213 \text{ m}$$

$$Az_{12} = 96^\circ 21' 04''$$

2- Cálculo das coordenadas provisórias locais (  $\Delta X'$ ;  $\Delta Y'$  );

$$\Delta X'_2 = d_{E2} * \sin ( Az'_{E2} \pm 180^\circ )$$

$$\Delta X'_2 = 42,528 * \sin 18^\circ 02' 16''$$

$$\Delta X'_2 = 13,1685$$

$$\Delta Y'_2 = 42,528 * \cos ( Az'_{E2} \pm 180^\circ ) + 82,066$$

$$\Delta Y'_2 = 42,528 * \cos 18^\circ 02' 16'' + 82,066$$

$$\Delta Y'_2 = 122,5039$$

3- Cálculo da distância (  $d'_{12}$  ) e do azimute provisórios (  $Az'_{12}$  ), proveniente do novo sistema:

$$d'_{12} = 123,210$$

$$Az'_{12} = 6^\circ 08' 08''$$

4- Cálculo do fator de escala (  $Fe$  );

$$Fe = \frac{\text{distância calcula por coordenada}}{\text{distância provisória}}$$

$$Fe = \frac{123,213}{123,210}$$

$$Fe = 1,0000243486$$

5- Cálculo do azimute de rotação (  $Az_{1E}$  );

$$Az_{1E} = Az_{12} \pm Az'_{12}$$

$$Az_{1E} = 96^\circ 21' 04'' + 6^\circ 08' 08''$$

$$Az_{1E} = 102^\circ 29' 12''$$

6- Cálculo das coordenadas da estação;

$$X_E = X_1 + ( Fe * d_{E1} * \text{sen } Az_{1E} )$$

$$X_E = 1000,0000 + ( 1,0000243486 * 82,066 * \text{sen } 102^\circ 29' 12'' )$$

$$X_E = 1080,1268$$

$$Y_E = Y_1 + ( Fe * d_{E1} * \text{cos } Az_{1E} )$$

$$Y_E = 500,0000 + ( 1,0000243486 * 82,066 * \text{cos } 102^\circ 29' 12'' )$$

$$Y_E = 482,2559$$

## 10.2 MEDIÇÃO

### 10.2.1 MÉTODO INTERSEÇÃO À RÉ (POTHENOT)

#### 10.2.1.1 Conceito

O método de interseção à ré ou Problema de Pothenot, é um processo de determinação de coordenadas que consiste em medir, de uma estação desconhecida, os ângulos formados pelas visadas dirigidas a três outros pontos de posição conhecida. Assim, as coordenadas de uma estação podem ser calculadas quando, nesta estação, direções ou ângulos são medidos.

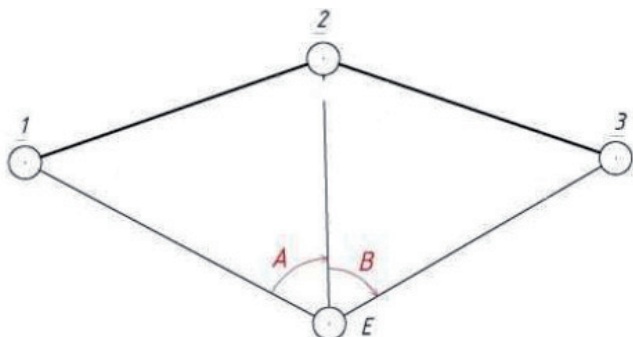


FIGURA 7: Problema de Pothenot.

#### 10.2.1.2 Procedimento

Com o instrumento instalado no ponto que se deseja conhecer as coordenadas, faz-se leituras angulares nos três pontos com coordenadas conhecidas.

As melhores posições da estação em relação aos três pontos, são os que tiverem mais próximas do ponto central.

#### 10.2.1.3 Cálculo

Dados de campo:

Coordenadas dos pontos 1, 2 e 3,  $(X_1; Y_1)$ ,  $(X_2; Y_2)$ ,  $(X_3; Y_3)$ ;

Ângulo medidos da Estação entre os pontos 1 e 2 e entre os pontos 2 e 3,  $(A)$ ,  $(B)$ :

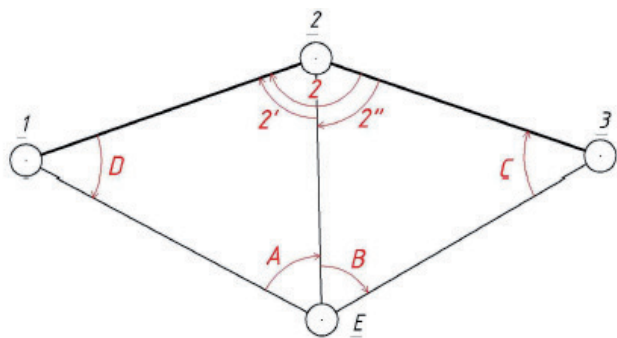


FIGURA 8: Elementos do Problema de Pothenot.

Roteiro de cálculo:

1 - Cálculo das distâncias e azimutes entre os pontos coordenados,  $(d_{12}, Az_{12})$ ,  $(d_{23}, Az_{23})$ :

Transformação de coordenadas retangulares em polares:

1.1 - POL  $((Y_2 - Y_1), (X_2 - X_1)) = (d_{12}, Az_{12})$

1.2 - POL  $((Y_3 - Y_2), (X_3 - X_2)) = (d_{23}, Az_{23})$

2 - Cálculo do ângulo entre os alinhamentos  $(2)$ :

$$2 = (Az_{12} \pm 180^\circ) - Az_{23}$$

3 - Determinação do ângulo auxiliar,  $U (U)$ :

$$U = 360^\circ - (2 + A + B)$$

$$U = C + D$$

4 - Cálculo do ângulo C:

$$\cotg C = \frac{d_{23} * \text{Sen } A}{d_{12} * \text{Sen } B * \text{Sen } U} + \text{Cotg } U$$

5 - Cálculo do ângulo D:

$$D = U + C$$

6 - Determinação das coordenadas a partir do ponto 1:

6.1 - Cálculo do ângulo  $2'$ :

$$2' = 180^\circ - (A + D)$$

6.2 - Cálculo da distância da estação ao ponto 1 ( $d_{1E}$ ):

$$d_{1E} = \frac{d_{12} * \text{Sen } 2'}{\text{Sen } A}$$

6.3 - Cálculo do azimute entre o ponto 1 e a estação ( $Az_{1E}$ ):

$$Az_{1E} = Az_{12} + D$$

6.4 - Cálculo das projeções,  $(\Delta X_{1E}; \Delta Y_{1E})$ :

Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol (Distância, Azimute)} = (\Delta X_{1E}, \Delta Y_{1E})$$

6.5 - Cálculo da coordenada da estação ( $X_E; Y_E$ ):

$$X_E = X_1 + \Delta X_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + \Delta Y_{1E}$$

Ou diretamente:

$$X_E = X_1 + d_{1E} * \text{Sen } Az_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + d_{1E} * \text{Cos } Az_{1E}$$

7 - O controle do cálculo poderá ser realizado utilizando-se os procedimentos a partir do item 6 em relação ao ponto 3.

Exemplo 3:

Calcular as coordenadas da estação pelo método Pothenot, sendo os dados de campo:

Coordenadas dos pontos: 1 ( 209,3081 ; 368,2009 )

2 ( 252,2431 ; 396,3831 ).

3 ( 290,3311 ; 371,7690 ).

Estação	Ponto visado	Ângulo lido	Ângulo interno
E	1	10° 00' 40"	
	2	103° 36' 07"	93° 36' 07"
	3	185° 28' 12"	81° 52' 05"

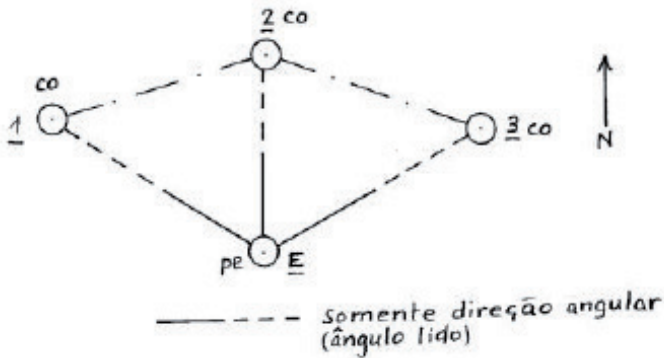


FIGURA 9: Croqui do Problema de Pothenot.

Memória de cálculo:

1 - Cálculo das distâncias e azimutes entre os pontos coordenados:

Transformação de coordenadas retangulares em polares:

1.1 - POL ((  $Y_2 - Y_1$  ), (  $X_2 - X_1$  ))

POL (( 396,3831 – 368,2009 ), ( 252,2431 – 209,3081 ))

 $d_{12} = 51,358$  m $Az_{12} = 56° 43' 10''$ 

1.2 - POL (( 371,7690 – 396,3831 ), ( 290,3311 – 252,2431 ))

 $d_{23} = 45,349$  m $Az_{23} = 122° 52' 20''$ 

2 - Cálculo do ângulo entre os alinhamentos ( 2 ):

 $2 = ( Az_{12} \pm 180° ) - Az_{23}$  $2 = ( 56° 43' 10'' + 180° ) - 122° 52' 20''$  $2 = 113° 50' 50''$ 

3 - Determinação do ângulo auxiliar U, ( U ):

 $U = 360° - ( 2 + A + B )$  $U = 360° - ( 113° 50' 50'' + 93° 36' 07'' + 81° 52' 05'' )$  $U = 70° 40' 58''$  $U = C + D$ 

4 - Cálculo do ângulo C:

$$\cotg C = \frac{d_{23} * \text{Sen } A}{d_{12} * \text{Sen } B * \text{Sen } U} + \cotg U$$

$$\cotg C = \frac{45,349 * \text{Sen } 93° 36' 07''}{51,358 * \text{Sen } 81° 52' 05'' * \text{Sen } 70° 40' 58''} + \cotg 70° 40' 58''$$

Cotg C = 0,943311524 + 0,350532502

 $C = 37° 42' 00''$ 

5 - Cálculo do ângulo D:

 $D = U + C$  $D = 70° 40' 58'' + 37° 42' 00''$  $D = 32° 58' 58''$ 

5 - Cálculo do ângulo D:

 $D = U + C$  $D = 70° 40' 58'' + 37° 42' 00''$  $D = 32° 58' 58''$ 

6 - Determinação das coordenadas a partir do ponto 1:

6.1 - Cálculo do ângulo 2':

 $2' = 180° - ( A + D )$  $2' = 180° - ( 93° 36' 07'' + 32° 58' 58'' )$  $2' = 53° 24' 55''$ 6.2 - Cálculo da distância da estação ao ponto 1 (  $d_{1E}$  ):

$$d_{1E} = \frac{d_{12} * \text{Sen } 2'}{\text{Sen } A}$$

$$d_{1E} = \frac{51,358 * \text{Sen } 53° 24' 55''}{\text{Sen } 93° 36' 07''}$$

 $d_{1E} = 41,321$  m6.3 - Cálculo do azimute entre o ponto 1 e a estação (  $Az_{1E}$  ): $Az_{1E} = Az_{12} + D$  $Az_{1E} = 56° 43' 10'' + 32° 58' 58''$  $Az_{1E} = 89° 42' 08''$ 6.4 - Cálculo das projeções, (  $\Delta X_{1E}$  ;  $\Delta Y_{1E}$  ):

Transformação polar - retangular:

Shift Pol ( Distância, Azimute ) = (  $\Delta X_{1E}$  ,  $\Delta Y_{1E}$  )

Shift Pol ( 41,321 , 89° 42' 08'' )

 $X_{1E} = 41,3204$  $Y_{1E} = 0,2148$

**6.5 - Cálculo da coordenada da estação ( $X_E : Y_E$ ):**

$$X_E = X_1 + X_{1E}$$

$$Y_E = Y_1 + Y_{1E}$$

$$X_E = 209,3081 + 41,3204$$

$$X_E = 250,6285$$

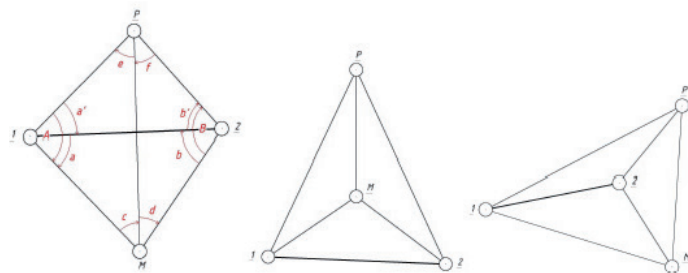
$$Y_E = 368,2009 + 0,2148$$

$$Y_E = 368,4157$$

7 - O controle do cálculo poderá ser realizado utilizando-se os procedimentos a partir do item 6 em relação ao ponto 3.

**10.3 MEDIÇÃO****10.3.1 HANSEN****10.3.1.1 Conceito**

O método de interseção à ré ou Método de Hansen, é um processo de determinação de coordenadas que consiste em medir, de duas estações desconhecidas, os ângulos formados pelas visadas dirigidas a dois outros pontos de posição conhecida. Assim, as coordenadas das estações podem ser calculadas quando, nestas estações, direções ou ângulos são medidos.



**FIGURA 10:** Configurações do Método de Hansen.

**10.3.1.2 Procedimento**

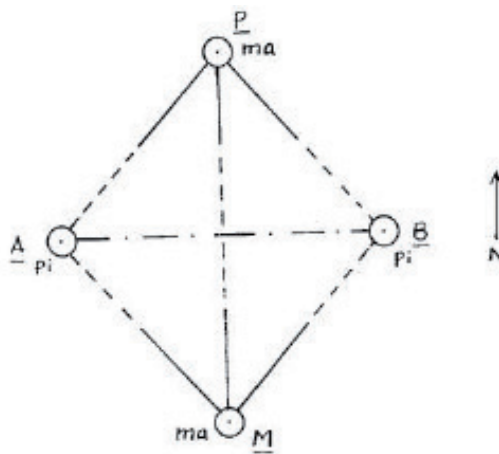
Primeiramente escolhe-se os pontos de estação em relação aos pontos de referência, é possível vários arranjos das estações em relação aos pontos de referência, com o instrumento instalado em uma das estações executa-se as medições dos ângulos entre o primeiro ponto coordenado e a segunda estação e entre a segunda estação e o segundo ponto coordenado e em seguida instala-se o instrumento na segunda estação e realiza-se as medições dos ângulos em relação a primeira estação. As coordenadas são obtidas de acordo com o roteiro a seguir descritos.

**10.3.1.3 Cálculo**

Dados de campo:

Coordenadas dos pontos 1 e 2, ( $X_1; Y_1$ ), ( $X_2; Y_2$ );

Ângulo medidos entre as Estações e os pontos 1 e 2, ( $c$ ), ( $d$ ), ( $e$ ) e ( $f$ ):



**FIGURA 11:** Elementos do Método Hansen

Roteiro de cálculo:

1 - Cálculo da distância e azimuth entre os pontos coordenados, ( $d_{12}, Az_{12}$ ):

Transformação de coordenadas retangulares em polares:

$$POL((Y_2 - Y_1), (X_2 - X_1)) = (d_{12}, Az_{12})$$

2 - Cálculo da Semi-Soma, ( $SS$ ):

$$a + b = 180^\circ - (c + d)$$

$$SS = \frac{a+b}{2} = \left(\frac{180-(c+d)}{2}\right)$$

3 - Determinação do ângulo auxiliar,  $\Theta$  ( $\Theta$ ):

$$\tan \Theta = \frac{\text{sen} * \text{sen}(d + f)}{\text{sen}f * \text{sen}(c + e)}$$

4 - Cálculo da Semi-Diferença ( $SD$ ):

$$SD = \frac{a-b}{2} = \arctan(\tan SS * \tan(45^\circ - \Theta))$$

5 - Cálculo dos ângulos  $a$  e  $b$ , ( $a$ ), ( $b$ ):

$$a = SS - SD$$

$$b = SS + SD$$

6 Cálculo dos ângulos B e  $b_1$ , ( B ), ( $b_1$ );

$$B = 180^\circ - (d + f)$$

$$b_1 = B - b$$

7 - Cálculo das distâncias entre um ponto coordenado e as estações, ( $d_{1M}$ ) e ( $d_{1P}$ );

$$d_{1M} = \frac{d_{12} * \text{Sen}b}{\text{sen}(c + d)}$$

$$d_{1P} = \frac{d_{12} * \text{Sen}b_1}{\text{sen}(e + f)}$$

8 - Cálculo dos azimutes entre um ponto coordenado e as estações, ( $Az_{1M}$ ) e ( $Az_{1P}$ );

$$Az_{1M} = Az_{12} + a$$

$$Az_{1P} = Az_{12} - a_1$$

$$a_1 = 180^\circ - (e + f + b_1)$$

9 - Determinação das coordenadas a partir do ponto 1:

9.1 - Cálculo das projeções, ( $\Delta X_{1M}$ ;  $\Delta Y_{1M}$ ) e ( $\Delta X_{1P}$ ;  $\Delta Y_{1P}$ ):

9.1.1 - Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol (Distância, Azimute)} = (\Delta X_{1M}, \Delta Y_{1M})$$

9.1.2 - Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol (Distância, Azimute)} = (\Delta X_{1P}, \Delta Y_{1P})$$

9.2 - Cálculo das coordenadas das estações, ( $X_M$ ;  $Y_M$ ) e ( $X_P$ ;  $Y_P$ ):

9.2.1 Estação M

$$X_M = X_1 + \Delta X_{1M}$$

$$Y_M = Y_1 + \Delta Y_{1M}$$

9.2.1 Estação P

$$X_P = X_1 + \Delta X_{1P}$$

$$Y_P = Y_1 + \Delta Y_{1P}$$

Ou diretamente:

$$X_M = X_1 + d_{1M} * \text{Sen} Az_{1M}$$

$$Y_M = Y_1 + d_{1M} * \text{Cos} Az_{1M}$$

$$X_P = X_1 + d_{1P} * \text{Sen} Az_{1P}$$

$$Y_P = Y_1 + d_{1P} * \text{Cos} Az_{1P}$$

10 - O controle do cálculo poderá ser realizado utilizando-se os procedimentos a partir do ponto 2.

Exemplo 3:

Calcular as coordenadas da estação pelo método de Hansen, sendo os dados de campo:

Coordenadas dos pontos: A ( 152,3637 ; 176,1008 )

B ( 255,2693 ; 161,4886 ).

Estação		Ângulo medido
M	c	38° 28' 12"
	d	40° 19' 59"
P	e	42° 42' 17"
	f	43° 47' 04"

Croqui

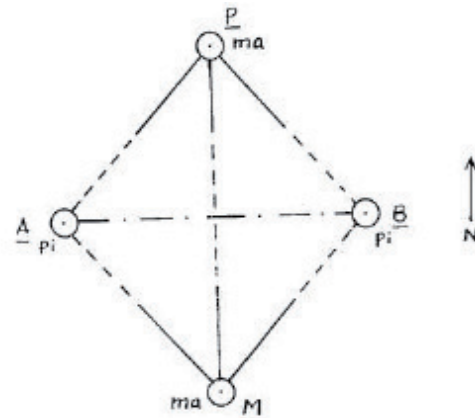


FIGURA 12: Croqui do Método Hansen

Memória de cálculo:

1 - Cálculo da distância e azimuth entre os pontos coordenados, ( $d_{12}$ ,  $Az_{12}$ ):

Transformação de coordenadas retangulares em polares:

$$\text{POL} ((Y_2 - Y_1), (X_2 - X_1)) = (d_{12}, Az_{12})$$

$$\text{POL} ((161,4886 - 176,1008), (255,2693 - 152,3637))$$

$$d_{12} = 103,938 \text{ m}$$

$$Az_{12} = 98^\circ 04' 54''$$

2 - Cálculo da Semi-Soma, ( SS ) :

$$a + b = 180^\circ - (c + d)$$

$$SS = \frac{a+b}{2} = \left( \frac{180 - (c+d)}{2} \right)$$

$$SS = \frac{a+b}{2} = \left( \frac{180 - (38^\circ 28' 12'' + 40^\circ 19' 59'')}{2} \right)$$

$$SS = 50^\circ 35' 54''$$

3 - Determinação do ângulo auxiliar,  $\Theta$  (  $\Theta$  ):

$$\tan \Theta = \frac{\text{sene} * \text{sen}(d + f)}{\text{sen}f * \text{sen}(c + e)}$$

$$\tan \Theta = \frac{\text{sen}42^\circ 42' 17'' * \text{sen}(40^\circ 19' 59'' + 43^\circ 47' 04'')}{\text{sen}43^\circ 47' 04'' * \text{sen}(38^\circ 28' 12'' + 42^\circ 42' 17'')}$$

$$\tan \Theta = \frac{0,674648843}{0,683755086}$$

$$\tan \Theta = 0,98668201$$

$$\Theta = 44^\circ 36' 57''$$

## 4 - Cálculo da Semi-Diferença (SD) :

$$SD = \frac{a - b}{2} = \arctan(\tan SS * \tan(45 - \Theta))$$

$$SD = \frac{a - b}{2} = \arctan(\tan 50^{\circ} 35' 54'' * \tan(45^{\circ} 44' 36'' 57''))$$

$$SD = 0^{\circ} 28' 04''$$

## 5 - Cálculo dos ângulos a e b, ( a ), ( b );

$$a = SS + SD$$

$$a = 50^{\circ} 35' 54'' + 0^{\circ} 28' 04''$$

$$a = 51^{\circ} 03' 58''$$

$$b = SS - SD$$

$$b = 50^{\circ} 35' 54'' - 0^{\circ} 28' 04''$$

$$b = 50^{\circ} 07' 50''$$

6 - Cálculo dos ângulos B e b<sub>1</sub>, ( B ), ( b<sub>1</sub> );

$$B = 180^{\circ} - ( d + f )$$

$$B = 180^{\circ} - ( 40^{\circ} 19' 59'' + 43^{\circ} 47' 04'' )$$

$$B = 95^{\circ} 52' 57''$$

$$b_1 = B - b$$

$$b_1 = 95^{\circ} 52' 57'' - 50^{\circ} 07' 50''$$

$$b_1 = 45^{\circ} 45' 07''$$

7 - Cálculo das distâncias entre um ponto coordenado e as estações, ( d<sub>1M</sub> ) e ( d<sub>1P</sub> );

$$SD = \frac{a - b}{2}$$

$$d_{1M} = \frac{d_{12} * \text{Sen}b}{\text{sen}(c + d)}$$

$$d_{1M} = \frac{103,938 * 50^{\circ} 07' 50''}{\text{sen}(38^{\circ} 28' 12'' 40^{\circ} 19' 59'')}$$

$$d_{1M} = 81,321m$$

$$d_{1P} = \frac{d_{12} * \text{Sen}b_1}{\text{sen}(e + f)}$$

$$d_{1P} = \frac{d_{12} * \text{Sen}b_1}{\text{sen}(e + f)}$$

$$d_{1P} = \frac{103,938 * \text{Sen}45^{\circ} 45' 07''}{\text{sen}(42^{\circ} 42' 17'' 43^{\circ} 47' 04'')}$$

8 - Cálculo dos azimutes entre um ponto coordenado e as estações, ( Az<sub>1M</sub> ) e ( Az<sub>1P</sub> );

$$Az_{1M} = Az_{12} + a$$

$$Az_{1M} = 98^{\circ} 04' 54'' + 51^{\circ} 03' 58''$$

$$Az_{1M} = 149^{\circ} 08' 52''$$

$$Az_{1P} = Az_{12} - a_1$$

$$a_1 = 180^{\circ} - ( e + f + b_1 )$$

$$a_1 = 180^{\circ} - ( 42^{\circ} 42' 17'' + 43^{\circ} 47' 04'' + 45^{\circ} 45' 07'' )$$

$$a_1 = 47^{\circ} 45' 32''$$

$$Az_{1P} = 98^{\circ} 04' 54'' - 47^{\circ} 45' 32''$$

$$Az_{1P} = 50^{\circ} 19' 22''$$

## 9 - Determinação das coordenadas a partir do ponto A:

9.1 - Cálculo das projeções, ( ΔX<sub>1M</sub> ; ΔY<sub>1M</sub> ) e ( ΔX<sub>1P</sub> ; ΔY<sub>1P</sub> );

## 9.1.1 - Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol ( Distância, Azimute )} = ( \Delta X_{1M}, \Delta Y_{1M} )$$

$$\text{Shift Pol ( 74,593 , 149^{\circ} 08' 52'' )}$$

$$\Delta X_{1M} = 41,7035$$

$$\Delta Y_{1M} = - 69,8135$$

## 9.1.2 - Transformação polar - retangular:

$$\text{Shift Pol ( Distância, Azimute )} = ( \Delta X_{1P}, \Delta Y_{1P} )$$

$$\text{Shift Pol ( 74,593 , 50^{\circ} 19' 22'' )}$$

$$X_{1P} = 57,4108$$

$$Y_{1P} = 47,6248$$

9.2 - Cálculo das coordenadas das estações, ( X<sub>M</sub> : Y<sub>M</sub> ) e ( X<sub>P</sub> : Y<sub>P</sub> );

## 9.2.1 Estação M

$$X_M = X_1 + \Delta X_{1M}$$

$$X_M = 152,3637 + 41,7035$$

$$X_M = 194,0672$$

$$Y_M = Y_1 + \Delta Y_{1M}$$

$$Y_M = 176,1008 + - 69,8135$$

$$Y_M = 106,2873$$

## 9.2.2 Estação P

$$X_P = X_1 + X_{1P}$$

$$X_P = 152,3637 + 57,4108$$

$$X_P = 209,7745$$

$$Y_P = Y_1 + Y_{1P}$$

$$Y_P = 176,1008 + 47,6248$$

$$Y_P = 223,7256$$

## 10 - O controle do cálculo poderá ser realizado utilizando-se os procedimentos a partir do ponto B.

## Bibliografia

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE SANTA CATARINA - UNIDADE DE FLORIANÓPOLIS - DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL - CURSO TÉCNICO DE GEOMENSURA

IFSC - CURSO TÉCNICO DE AGRIMENSURA – TOPOGRAFIA