

TÉCNICO EM TELECOMUNICAÇÕES



MÓDULO I MATEMÁTICA PARA TELECOMUNICAÇÕES



2025 - INEPROTEC

Diretor Pedagógico	EDILVO DE SOUSA SANTOS
Diagramação	MICHEL MARTINS NOGUEIRA
Capa	MICHEL MARTINS NOGUEIRA
Elaboração	INEPROTEC

Direitos Autorais: É proibida a reprodução parcial ou total desta publicação, por qualquer forma ou meio, sem a prévia autorização do INEPROTEC, com exceção do teor das questões de concursos públicos que, por serem atos oficiais, não são protegidas como Direitos Autorais, na forma do Artigo 8º, IV, da Lei 9.610/1998. Referida vedação se estende às características gráficas da obra e sua editoração. A punição para a violação dos Direitos Autorais é crime previsto no Artigo 184 do Código Penal e as sanções civis às violações dos Direitos Autorais estão previstas nos Artigos 101 a 110 da Lei 9.610/1998.

Atualizações: A presente obra pode apresentar atualizações futuras. Esforçamo-nos ao máximo para entregar ao leitor uma obra com a melhor qualidade possível e sem erros técnicos ou de conteúdo. No entanto, nem sempre isso ocorre, seja por motivo de alteração de software, interpretação ou falhas de diagramação e revisão. Sendo assim, disponibilizamos em nosso site a seção mencionada (Atualizações), na qual relataremos, com a devida correção, os erros encontrados na obra e sua versão disponível. Solicitamos, outros sim, que o leitor faça a gentileza de colaborar com a perfeição da obra, comunicando eventual erro encontrado por meio de mensagem para contato@ineprotec.com.br.

VERSÃO 2.0 (01.2025)

Todos os direitos reservados à
Ineprotec - Instituto de Ensino Profissionalizante e Técnico Eireli
Quadra 101, Conjunto: 02, Lote: 01 - Sobreloja
Recanto das Emas - CEP: 72.600-102 - Brasília/DF
E-mail: contato@ineprotec.com.br
www.ineprotec.com.br

Sumário

ABERTURA	07
SOBRE A INSTITUIÇÃO	07
• Educação Tecnológica, Inteligente e Eficiente	07
• Missão	07
• Visão	07
• Valores	07
SOBRE O CURSO	07
• Perfil profissional de conclusão e suas habilidades	08
• Quesitos fundamentais para atuação	08
• Campo de atuação	08
• Sugestões para Especialização Técnica	08
• Sugestões para Cursos de Graduação	08
SOBRE O MATERIAL	09
• Divisão do Conteúdo	09
• Boxes	10
BASE TEÓRICA	11
INTRODUÇÃO	11
ARITMÉTICA BÁSICA	12
• As quatro operações	12
✓ Soma	12
✓ Subtração	13
✓ Multiplicação	14
✓ Divisão	15
• Números primos	17
✓ Critérios de divisibilidade	17
• MMC e MDC	19
✓ Mínimo Múltiplo Comum (MMC)	19
✓ Máximo Divisor Comum (MDC)	20
• Frações	21

✓ Representação de uma fração	21
✓ Operações com frações	23
• Números decimais	25
✓ Operações com números decimais	25
• Potenciação	30
• Radiciação	31
✓ Termos da radiciação e cálculo de uma raiz	31
GRANDEZAS E MEDIDAS	33
• Sistema Internacional de Unidades (SI)	33
✓ Medidas de comprimento	33
✓ Medidas de área	34
✓ Medidas de volume	35
✓ Medidas de massa	36
✓ Medidas de capacidade	37
✓ Medidas de tempo	38
✓ Medidas agrárias	40
RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS	41
• Razão	41
• Proporção	42
✓ Propriedade fundamental da proporção	43
• Grandezas	44
✓ Grandezas diretamente proporcionais	44
✓ Grandezas inversamente proporcionais	45
• Regra de três	45
✓ Regra de três simples	45
✓ Regra de três composta	47
PORCENTAGEM	49
✓ Representação de porcentagem	49
✓ Cálculo de porcentagem	50
TABELAS E GRÁFICOS	51
• Tabelas	51

✓ Tabelas Simples	51
✓ Tabelas de dupla entrada	52
• Gráficos	52
✓ Tipos de gráficos	53
✓ Elementos dos Gráficos	53
✓ Classificação dos Gráficos	54
• Histograma	55
• Infográficos	56
• Diagramas	56
PLANO CARTESIANO	57
• Retas numéricas: abscissa e ordenada	57
• Pares ordenados e localizações no plano	58
✓ Quadrantes	59
• Localização de um ponto	60
GEOMETRIA GERAL	61
• Conceitos sobre ponto, reta e plano	61
✓ Conceito de ponto	61
✓ Conceito de reta	62
✓ Conceito de plano	62
• Retas, semirretas e segmentos de reta	62
✓ Retas	62
✓ Semirretas	63
✓ Segmento de reta	63
✓ Classificação de retas	63
• Ângulos	66
✓ Classificação dos ângulos	66
• Polígonos	67
✓ Polígonos regulares	67
✓ Polígonos não-regulares	68
• Principais figuras planas	69
✓ Triângulos	69

✓ Circunferência e círculo	71
• Perímetro e área de figuras planas	72
• Principais teoremas	76
✓ Teorema de Pitágoras	76
✓ Teorema de Tales	77
• Figuras espaciais	83
✓ Principais figuras espaciais	84
• Área e volume de figuras espaciais	85
✓ Volume de um cubo	85
✓ Volume de um paralelepípedo	86
✓ Volume de uma pirâmide	87
✓ Volume de uma esfera	89
✓ Volume de um cilindro	90
✓ Volume de um cone	91
• Distância entre dois pontos	93
✓ Distância entre dois pontos no plano	95
• Ponto Médio	96
SESSÕES ESPECIAIS	98
MAPA DE ESTUDO	98
SÍNTESE DIRETA	100
MOMENTO QUIZ	103
GABARITO DO QUIZ	104
REFERÊNCIAS	104

MÓDULO I

MATEMÁTICA PARA TELECOMUNICAÇÕES

Abertura

SOBRE A INSTITUIÇÃO

Educação Tecnológica, Inteligente e Eficiente

O Instituto de Ensino Profissionalizante e Técnico (INEPROTEC) é uma instituição de ensino que valoriza o poder da educação e seu potencial de transformação.

Nascemos da missão de levar educação de qualidade para realmente impactar a vida dos nossos alunos. Acreditamos muito que a educação é a chave para a mudança.

Nosso propósito parte do princípio de que a educação transforma vidas. Por isso, nossa base é a inovação que, aliada à educação, resulta na formação de alunos de grande expressividade e impacto para a sociedade. Aqui no INEPROTEC, o casamento entre tecnologia, didática e interatividade é realmente levado a sério e todos os dias otimizado para constante e contínua evolução.

Missão

A nossa missão é ser símbolo de qualidade, ser referência na área educacional presencial e a distância, oferecendo e proporcionando o acesso e permanência a cursos técnicos, desenvolvendo e potencializando o talento dos estudantes, tornando-os, assim, profissionais de sucesso e cidadãos responsáveis e capazes de atuar como agentes de mudança na sociedade.

Visão

O INEPROTEC visa ser um instituto de ensino profissionalizante e técnico com reconhecimento nacional, comprometido com a qualidade e excelência de seus cursos, traçando pontes para oportunidades de sucesso, tornando-se, assim, objeto de desejo para os estudantes.

Valores

Ciente das qualificações exigidas pelo mercado de trabalho, o INEPROTEC tem uma visão que prioriza a valorização de cursos essenciais e pouco ofertados para profissionais que buscam sempre a atualização e especialização em sua área de atuação.

SOBRE O CURSO

O curso TÉCNICO EM TELECOMUNICAÇÕES pertence ao Eixo Tecnológico de INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO. Vejamos algumas informações importantes sobre o curso TÉCNICO EM TELECOMUNICAÇÕES relacionadas ao **perfil profissional de conclusão e**

suas habilidades, quesitos fundamentais para atuação, campo de atuação e, também, algumas sugestões interessantes para continuação dos estudos optando por Especializações Técnicas e/ou Cursos de Graduação.

Perfil profissional de conclusão e suas habilidades

- Participar na elaboração de projetos de telecomunicações.
- Instalar, testar e realizar manutenções preventivas e corretivas em sistemas de telecomunicações.
- Configurar equipamentos nas áreas de telefonia, transmissão e redes de comunicação.
- Supervisionar tecnicamente processos e serviços de telecomunicações.
- Elaborar documentação técnica.
- Prestar assistência técnica aos clientes.
- Realizar programação de softwares específicos para equipamentos de telecomunicações.
- Participar na elaboração da documentação técnica.

Quesitos fundamentais para atuação

- Conhecimentos e saberes relacionados aos processos técnicos de telecomunicação cabeada ou de transmissão/tráfego de dados móveis, bem como às boas práticas de comunicação e de liderança de equipes.

Campo de atuação

- Empresas de telefonia fixa e móvel.
- Empresas de radiodifusão.
- Indústrias de telecomunicação.
- Agências reguladoras.
- Provedores de acesso a redes.
- Empresas de prestação de serviços.

Sugestões para Especialização Técnica

- Especialização Técnica em TV Digital.
- Especialização Técnica em Sistemas de Comunicação Móvel.
- Especialização Técnica em Convergência Digital.

Sugestões para Cursos de Graduação

- Curso Superior de Tecnologia em Gestão de Telecomunicações.
- Curso Superior de Tecnologia em Redes de Telecomunicações.
- Curso Superior de Tecnologia em Sistemas de Telecomunicações.
- Curso Superior de Tecnologia em Telemática.
- Bacharelado em Engenharia de Telecomunicações.
- Bacharelado em Engenharia Elétrica.

SOBRE O MATERIAL

Os nossos materiais de estudos são elaborados pensando no perfil de nossos cursistas, contendo uma estruturação simples e clara, possibilitando uma leitura dinâmica e com volume de informações e conteúdos considerados básicos, mas fundamentais e essenciais para o desenvolvimento de cada disciplina. Lembrando que nossas apostilas não são os únicos meios de estudo.

Elas, juntamente com as videoaulas e outras mídias complementares, compõem os vários recursos midiáticos que são disponibilizados por nossa Instituição, a fim de proporcionar subsídios suficientes a todos no processo de ensino-aprendizagem durante o curso.

Divisão do Conteúdo

Este material está estruturado em três partes:

- 1) ABERTURA.
- 2) BASE TEÓRICA.
- 3) SESSÕES ESPECIAIS.

Parte 1 - ABERTURA

- Sobre a Instituição.
- Sobre o Curso.
- Sobre o Material.

Parte 2 – BASE TEÓRICA

- Conceitos.
- Observações.
- Exemplos.

Parte 3 – SESSÕES ESPECIAIS

- Mapa de Estudo.
- Síntese Direta.

- Momento Quiz.

Boxes

Além dessas três partes, no desenvolvimento da BASE TEÓRICA, temos alguns BOXES interessantes, com intuito de tornar a leitura mais agradável, mesclando um estudo mais profundo e teórico com pausas pontuais atrativas, deixando a leitura do todo “mais leve” e interativa.

Os BOXES são:

- VOCÊ SABIA



São informações complementares contextualizadas com a base teórica, contendo curiosidades que despertam a imaginação e incentivam a pesquisa.

- PAUSA PARA REFLETIR...



Um momento especial para descansar a mente do estudo teórico, conduzindo o cursista a levar seus pensamentos para uma frase, mensagem ou indagação subjetiva que leve a uma reflexão pessoal e motivacional para o seu cotidiano.

- SE LIGA NA CHARADA!



Se trata de um momento descontraído da leitura, com a apresentação de enigmas e indagações divertidas que favorecem não só a interação, mas também o pensamento e raciocínio lógico, podendo ser visto como um desafio para o leitor.

Base Teórica

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que busca estabelecer, de maneira clara e estruturada, conceitos e técnicas para a compreensão de fenômenos. Entre os tópicos de estudo da Matemática, estão os números e suas operações, as estruturas algébricas, as formas geométricas, a probabilidade, a análise de dados, entre muitos outros. Apesar de presentes em todo o estudo matemático, esses conteúdos estão concentrados em áreas específicas, como a aritmética, álgebra, geometria e estatística.

Com a realidade da educação que se vivencia hoje, pode-se notar uma “bola de neve” de alunos que foram empurrados de ano a ano, com déficits de aprendizagem em matemática. O agravante disso são alunos desmotivados em sala de aula, pois aquilo que está sendo ensinado não faz nenhum sentido para eles; por mais que tentem, existe algo faltando, algo ficou para trás no decorrer dos seus anos escolares. Por essa razão, é preciso resgatar esses alunos, proporcionando momentos para que eles recuperem aquilo que não foi aprendido em anos anteriores, além de proporcionar situações para que esses alunos se reencontrem no processo da construção do saber, do conhecimento.

Na matemática, nota-se que os alunos possuem dificuldades nos processos aritméticos (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação), assim como em procedimentos algébricos, os quais necessitam dos conceitos aritméticos para sua construção e desenvolvimento. Se for feita uma análise dos currículos de cada ano escolar, será notado o quanto o conteúdo sofre pequenos acréscimos, criando-se, assim, um grande abismo quando o professor introduz os conceitos algébricos de maneira brusca, causando uma ruptura da álgebra em relação à aritmética. É comum notar alunos no final do Ensino Fundamental II ou até mesmo no Ensino Médio com dificuldades em processos aritméticos de multiplicação, divisão ou até mesmo adição, assim como alunos sem nenhuma noção de como solucionar uma equação do 1º grau.

Diante desses fatos, surge a necessidade de se trilhar um caminho paralelo ao ensino da matemática curricular (dos conteúdos programáticos de cada ano escolar). Este caminho é denominado “Ensino da Matemática Básica”. A importância da matemática básica provém justamente de todos esses fatores citados e suas consequências para a vida escolar e social do aluno. Sendo assim, torna-se essencial o acompanhamento de perto dos alunos, trabalhando essa dificuldade que possuem quanto aos conceitos matemáticos e com isso

proporcionando motivação para o estudo da matemática, dando sentido àquilo que se aprende durante os anos escolares.

ARITMÉTICA BÁSICA

A aritmética é parte básica da Matemática que lida com números. Foca em operações simples e resolução de problemas cotidianos envolvendo os números. Inclui tópicos como adição, subtração, multiplicação e divisão. É a base para o aprendizado de áreas matemáticas mais avançadas, como a teoria dos números.

O estudo da aritmética é importante porque, para que seja possível resolver problemas mais complexos, é necessário compreender bem essas quatro operações matemáticas citadas. Além de serem úteis em cálculos mais complexos, essas quatro operações (soma, subtração, divisão e multiplicação) são muito utilizadas em situações do cotidiano, tais como a soma dos valores dos produtos em uma compra no supermercado, ou a multiplicação do valor do litro da gasolina para saber quanto deverá ser pago para encher o tanque do carro.

OBSERVAÇÕES:

Vale ressaltar que em muitos cálculos há a necessidade de saber manipular não somente números positivos e inteiros, mas também números negativos e com vírgula, visto que tais números também são frequentes no cotidiano.

As quatro operações

Soma

A soma (ou adição) é uma das operações matemáticas mais frequentes no cotidiano, podendo envolver tantos números positivos quanto negativos. O sinal indicativo é o sinal mais (+). A soma consiste em adicionar dois ou mais números, conhecido como parcelas, que produz em todos os casos um único resultado que chamamos de soma ou total.

EXEMPLOS:

- a) João foi ao supermercado e comprou R\$ 115,15 em mercadorias. Quando retornou a casa, ele viu que seu filho também havia ido ao mercado e comprado os mesmos produtos. Quanto os dois gastaram juntos?

Resolução:

Como eles gastaram a mesma quantia, basta realizar a soma de 115,15 e 115,15:

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 115,15 \\
 + 115,15 \\
 \hline
 230,30
 \end{array}$$

Juntos, os dois gastaram R\$ 230,30.

b) Ana foi no supermercado e comprou:

- ❖ 1 pacote de feijão por R\$ 5,20.
- ❖ 1 pacote de arroz por R\$ 10,50.
- ❖ 1 pacote de bolacha por R\$ 1,30.
- ❖ 1 bandeja de iogurte por R\$ 4,80.
- ❖ 2 litros de óleo por R\$ 3,20 cada.

Calcule quanto Ana gastou.

Resolução:

Para resolver essa questão, devemos montar uma expressão numérica:

1 pacote de feijão + 1 pacote de arroz + 1 pacote bolacha + 1 bandeja de iogurte + 2 litros de óleo

Substitua os itens da lista pelos seus respectivos valores:

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 5,20 \\
 10,50 \\
 + 1,30 \\
 4,80 \\
 3,20 \\
 3,20 \\
 \hline
 28,20
 \end{array}$$

Logo, Ana gastou R\$ 28,20.

Subtração

Subtração é uma das quatro operações matemáticas básicas na qual, para cada dois valores, um é subtraído do outro, ou seja, uma quantidade é retirada de outra, e o valor restante é o resultado dessa operação.

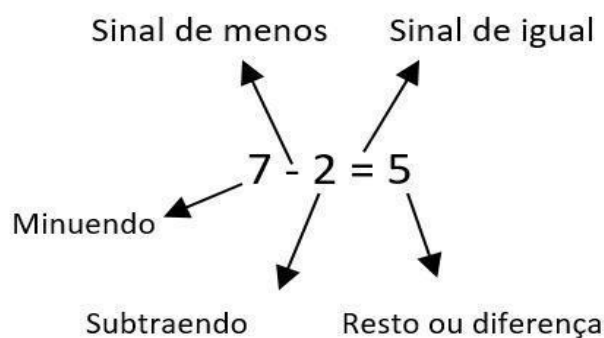


Figura 1: Representação da operação de subtração.

EXEMPLO:

Uma fábrica de sapatos possui 5 235 pares de calçados em estoque e recebe um pedido, de um único cliente, de 4989 pares de calçados. Quantas unidades de calçados sobraram em estoque após a entrega desse pedido?

Resolução:

Primeiro precisamos entender que um par de sapatos possui duas unidades de calçados, ou seja, 1 par é igual a 2 sapatos. Subtraindo do número de pares em estoque o número de pares que foi pedido, temos:

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 11 \quad 12 \quad 15 \\
 5 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \\
 - 4 \quad 9 \quad 8 \quad 9 \\
 \hline
 2 \quad 4 \quad 6
 \end{array}$$

Repare que o exercício pergunta quantas unidades de calçados sobraram em estoque. O número 246 é relativo ao número de pares de calçados, logo:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2 \quad 4 \quad 6 \\
 + 2 \quad 4 \quad 6 \\
 \hline
 4 \quad 9 \quad 2
 \end{array}$$

Portanto, são 492 unidades de calçados em estoque.

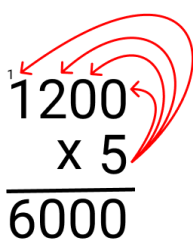
Multiplicação

A multiplicação é uma das operações matemáticas básicas. Ela é uma evolução natural da adição, pois é definida de modo que represente a soma de determinado número

de conjuntos que possuem a mesma quantidade de elementos. Essa soma pode ser representada pelo símbolo “x” ou “·”.

Trazendo para o cotidiano, sabemos que é usual comprar muitos exemplares de um mesmo produto em supermercados. Caso compre oito produtos que custem R\$ 2,00, o total a ser pago será de R\$ 16,00, pois somamos o valor R\$ 2,00 oito vezes.

$$2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \cdot 2 = 16$$



$$\begin{array}{r} 1200 \\ \times 5 \\ \hline 6000 \end{array}$$

Figura 2: Representação de multiplicação.

EXEMPLO:

Flávia foi a uma loja de doces e comprou:

- ❖ 3 chocolates (cada um custou R\$0,50);
- ❖ 4 chicletes (cada um custou R\$ 0,30);
- ❖ 5 pirulitos (cada um custou R\$1,00);
- ❖ 2 balinhas (cada um custou R\$0,30).

Calcule o valor total que Flávia gastou em dinheiro.

Resolução:

Para resolver essa questão, devemos montar uma expressão numérica que apresente a quantidade de cada doce e seus respectivos valores:

$$\begin{aligned} & (3 \cdot 0,50) + (4 \cdot 0,30) + (5 \cdot 1,00) + (2 \cdot 0,30) \\ & 1,50 + 1,20 + 5,00 + 0,60 \\ & 8,30 \end{aligned}$$

Flávia gastou, no total, R\$ 8,30.

Divisão

A divisão é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. Consiste em dividir dois números, o dividendo e o divisor, que produz dois resultados chamados

de quociente e resto. Seu símbolo é o “ $\div$ ”. No entanto, pode variar, por exemplo, no teclado do computador o símbolo adotado é a barra “/”, em outros casos, “:”.



Figura 3: Representação da divisão sem resto.

DIVIDENDO	5'5		DIVISOR
–	4	2	
		27	QUOCIENTE
	15		
–	14		
	1		RESTO

Figura 4: Representação de divisão com resto.

EXEMPLO:

Para realizar um campeonato de vôlei em uma escola, o professor de educação física decidiu dividir os 96 alunos em grupos. Sabendo que cada equipe para esse esporte deve ser composta por 6 pessoas, quantas equipes o professor conseguiu formar?

Resolução:

Para encontrar o número de equipes, basta dividir o número total de alunos pelo número de pessoas que deve conter em cada equipe.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{dividendo} \rightarrow & 9'6 \overline{) 6} & \leftarrow \text{divisor} \\
 & \underline{- 6} & 16 \leftarrow \text{quociente} \\
 & 36 & \\
 & \underline{- 36} & \\
 \text{resto} \rightarrow & 0 &
 \end{array}$$

Portanto, não há resto na divisão e todos os alunos serão inseridos nas 16 equipes formadas.

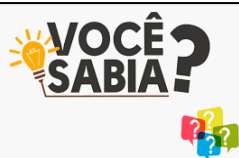
Números primos

Um número é classificado como primo se ele é maior do que um e é divisível apenas por um e por ele mesmo. Apenas números naturais são classificados como primos. Antes de saber mais sobre o **número primo**, é importante relembrar algumas regras de divisibilidade, que ajudam na identificação de quais números não são primos.

Crítérios de divisibilidade

Vejamos as principais regras de divisibilidade:

- ✓ **Divisibilidade por 2:** todo número par é divisível por 2. Os números pares são aqueles terminados em 0, 2, 4, 6 e 8.
- ✓ **Divisibilidade por 3:** um número é divisível por 3 se a soma dos seus algarismos der um número divisível por 3.
- ✓ **Divisibilidade por 4:** um número é divisível por 4 se ele for divisível duas vezes por 2 ou, então, se seus dois últimos algarismos forem divisíveis por 4.
- ✓ **Divisibilidade por 5:** todo número terminado em 0 ou 5 é divisível por cinco.
- ✓ **Divisibilidade por 6:** se um número for divisível por 2 e também divisível por 3, será divisível por 6.
- ✓ **Divisibilidade por 7:** um número é divisível por 7 se a diferença entre o dobro do último algarismo e o restante do número resultar em um número múltiplo de 7.
- ✓ **Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando termina em zero, ou seja, seu último algarismo for 0.



VOCÊ SABIA?

Para encontrar cada número primo menor do que 100, utilizamos o “**Crivo de Eratóstenes**”.

Na tabela a seguir (figura 5), cancelaremos os números que não são primos seguindo esta ordem:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Figura 5: Tabela para encontrar os números primos de 1 à 100 (“Crivo de Eratóstenes”).

- ✓ O número 1 estará fora, pois, pela condição inicial, os números primos são maiores que um (será destacado de **preto**);
- ✓ Os números terminados em 0, 2, 4, 6 e 8 estarão fora porque são divisíveis por dois (serão destacados **vermelho**);
- ✓ Os números terminados em 5 estarão fora porque são divisíveis por 5 (serão destacados de **azul**). Os números terminados em zero já foram cortados;
- ✓ Os números cuja soma dos algarismos for 3 estarão fora por serem divisíveis por três (serão destacados de **laranja**);
- ✓ Os números que são divisíveis por 7 serão retirados também (serão destacados de **verde**).

Os números destacados em amarelo são aqueles que só são divisíveis por 1 e por eles mesmos, isto é, não obedecem a nenhum dos critérios de divisibilidade que comentamos acima. Portanto, pelo “Crivo de

Eratóstenes”, os números **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97** são os únicos números primos menores que 100.

Na imagem inicial do texto, há vários números primos entre 100 e 1000. Hoje já se conhece uma grande quantidade de números primos, mas não se sabe qual é o maior número primo existente. Esse é um dos grandes enigmas matemáticos que farão rico o seu desvendador.

“Há um prêmio milionário para aquele que descobrir o maior dos números primos”

MMC e MDC

Os cálculos de MMC e MDC estão ligados aos múltiplos e aos divisores de um número. Esse tipo de cálculo, aprendido no ensino fundamental, é essencial para resolver muitas questões e problemas no Enem.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O mínimo múltiplo comum, ou MMC, de dois ou mais números inteiros é o menor múltiplo inteiro positivo comum a todos eles.

- ✓ MMC entre 6 e 8 é 24 (denotado por $\text{MMC } 6, 8 = 24$), pois o menor múltiplo inteiro positivo comum deles é 24.
- ✓ MMC entre 5, 6 e 8 é 120 (denotado por $\text{MMC } 5, 6, 8 = 120$), pois o menor múltiplo inteiro positivo comum deles é 120.

O MMC é muito útil quando se adicionam ou subtraem frações, pois é necessário um mesmo denominador comum durante esses processos. Não é necessário que esse denominador comum seja o MMC, mas a sua escolha minimiza os cálculos.

EXEMPLO:

Calcule o MMC entre 8, 12 e 28:

Resolução:

- Primeiro...

Alinhamos os três números, 8, 12 e 28, e dividimos todos os números que podem ser divididos pelo primeiro primo 2.

Na linha de baixo anotamos cada quociente obtido:

$$\begin{array}{ccc|c} 8 & 12 & 28 & 2 \\ 4 & 6 & 14 & \end{array}$$

- Depois...

Repetimos esse procedimento sucessivamente com o 2, depois com o 3 e, depois com o 7, até que a última linha só contenha algarismos 1:

8	12	28	2
4	6	14	2
2	3	7	2
1	3	7	3
1	1	7	7
1	1	1	

- Por último...

Agora, multiplicamos todos os fatores primos na coluna da direita, obtendo o MMC procurado:

$$\text{MMC } 8, 12, 28 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

Portanto, o MMC entre 8, 12 e 28 é 168.

$$\text{MMC } 8, 12, 28 = 168$$

Máximo Divisor Comum (MDC)

O máximo divisor comum, ou MDC, de dois ou mais números inteiros é o maior divisor inteiro comum a todos eles.

- ✓ MDC entre 16 e 36 é o 4 (denotado por $\text{MDC } 16, 36 = 4$), pois o maior divisor inteiro comum a todos eles é 4.
- ✓ MDC entre 30, 54 e 72 é 6 (denotado por $\text{MDC } 30, 54, 72 = 6$) pois o maior divisor inteiro comum a todos eles é 6.

EXEMPLO:

Calcule o MMC entre 30, 36 e 72:

Resolução:

- Primeiro...

Alinhamos os três números, 30, 36 e 72, e dividimos todos os números que podem ser divididos pelo primeiro primo 2. Na linha de baixo anotamos cada quociente obtido:

30	36	72	2
15	18	36	

- Depois...

Repetimos esse procedimento com o próximo primo que divida os três quocientes e, assim, sucessivamente, até que não haja mais primos comuns:

30	36	72	2
15	18	36	3
5	9	12	

- Por último...

Agora, multiplicamos todos os fatores primos na coluna da direita, obtendo o MDC procurado:

$$\text{MDC } 30, 36, 72 = 2 \cdot 3 = 6$$

Portanto, o MDC entre 30, 36 e 72 é 6.

$$\text{MMC } 30, 36, 72 = 6$$

Frações

Representação de uma fração

Fração é a representação matemática das partes de determinada quantidade que foi dividida em pedaços ou fragmentos iguais. As frações são úteis em várias situações, principalmente para representar algo que não conseguimos apresentar através de números naturais.

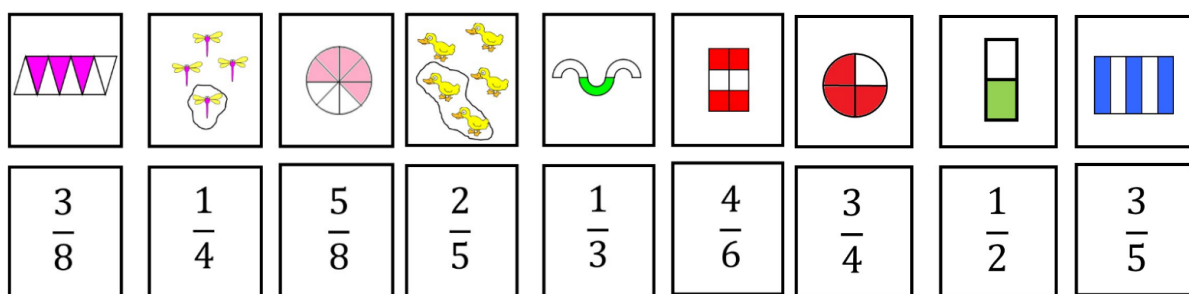


Figura 6: Representação de fração.

EXEMPLO:

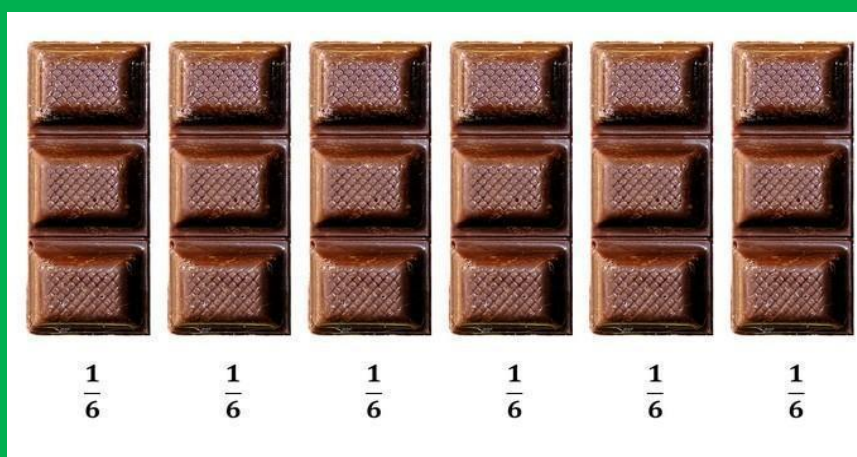
Observe a barra de chocolate a seguir e responda: quantos quadradinhos deve-se comer para consumir $\frac{5}{6}$ da barra?



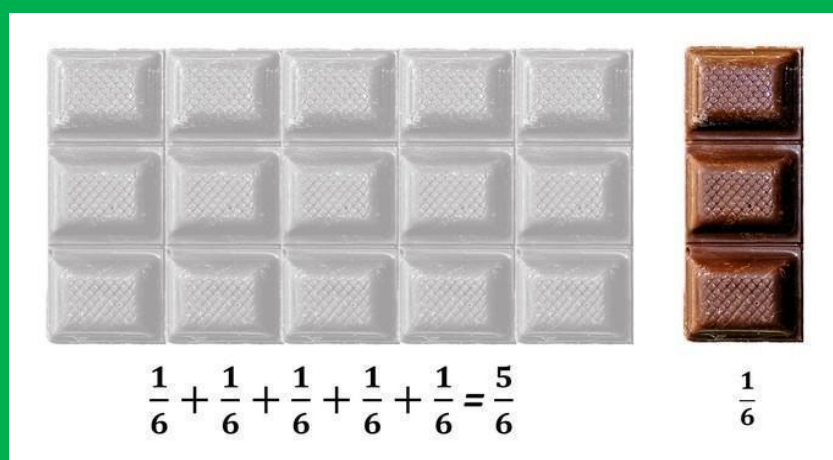
Figura 7: Barra de chocolate.

Resolução:

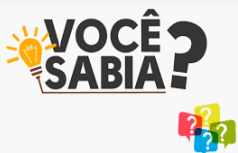
Se contarmos quantos quadradinhos de chocolate temos na barra apresentada na imagem encontraremos o número de 18. O denominador da fração consumida ($\frac{5}{6}$) é 6, ou seja, a barra foi dividida em 6 partes iguais, cada uma com 3 quadradinhos.



Para consumir a fração de $\frac{5}{6}$ então devemos pegar 5 pedaços de 3 quadradinhos cada e, assim, consumir 15 quadradinhos de chocolate.



RESPOSTA: 15 quadrinhos.

**VOCÊ SABIA?***A história das frações*

A história das frações remonta o Antigo Egito (3.000 a.C.) e traduz a necessidade e a importância para o ser humano acerca dos números fracionários. Naquele tempo, os matemáticos marcavam suas terras para delimitá-las. Com isso, nas épocas chuvosas o rio passava do limite e inundava muitas terras e, conseqüentemente, as marcações. Diante disso, os matemáticos resolveram demarcá-las com cordas a fim de resolver o problema inicial das enchentes. Contudo, notaram que muitos terrenos não eram compostos somente por números inteiros, havia os terrenos que mediam partes daquele total. Foi a partir disso, que os geômetras dos faraós, começaram a utilizar os números fracionários. Note que a palavra Fração é proveniente do latim *fractus* e significa “partido”.

Operações com frações*Adição de frações*

Para somar frações é necessário identificar se os denominadores são iguais ou diferentes. Se forem iguais, basta repetir o denominador e somar os numeradores. Contudo, se os denominadores são diferentes, antes de somar devemos transformar as frações em frações equivalentes de mesmo denominador. Neste caso, calculamos o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os denominadores das frações que queremos somar, esse valor passa a ser o novo denominador das frações.

Além disso, devemos dividir o MMC encontrado pelo denominador e o resultado multiplicamos pelo numerador de cada fração. Esse valor passa a ser o novo numerador.

EXEMPLOS:

$$a) \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{15} = \frac{3 + 10}{15} = \frac{13}{15}$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{10 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 6 \cdot 2}{30} = \frac{10 + 15 + 12}{30} = \frac{37}{30}$$

Subtração de frações

Para subtrair frações temos que ter o mesmo cuidado que temos na soma, ou seja, verificar se os denominadores são iguais. Se forem, repetimos o denominador e subtraímos os numeradores. Se forem diferentes, fazemos os mesmos procedimentos da soma, para obter frações equivalentes de mesmo denominador, aí sim podemos efetuar a subtração.

EXEMPLOS:

$$a) \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$$

$$b) \frac{6}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 6 - 7 \cdot 1}{21} = \frac{18 - 7}{21} = \frac{11}{21}$$

Multiplicação de frações

A multiplicação de frações é feita multiplicando os numeradores entre si, bem como seus denominadores.

EXEMPLOS:

$$a) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

$$b) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$$

$$c) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{5}{42}$$

Divisão de frações

Na divisão entre duas frações, multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja, inverte-se o numerador e o denominador da segunda fração.

EXEMPLOS:

$$a) \frac{3}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$c) \frac{3}{8} : \frac{15}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

Números decimais

Os números decimais são números racionais ($\mathbb{Q}$) não inteiros expressos por vírgulas e que possuem casas decimais, por exemplo: 1,54; 4,6; 8,9, etc. Eles podem ser positivos ou negativos.

As casas decimais são contadas a partir da vírgula, por exemplo: o número 12,451 possui três casas decimais, ou seja, três algarismos após a vírgula (algarismos 4, 5 e 1).

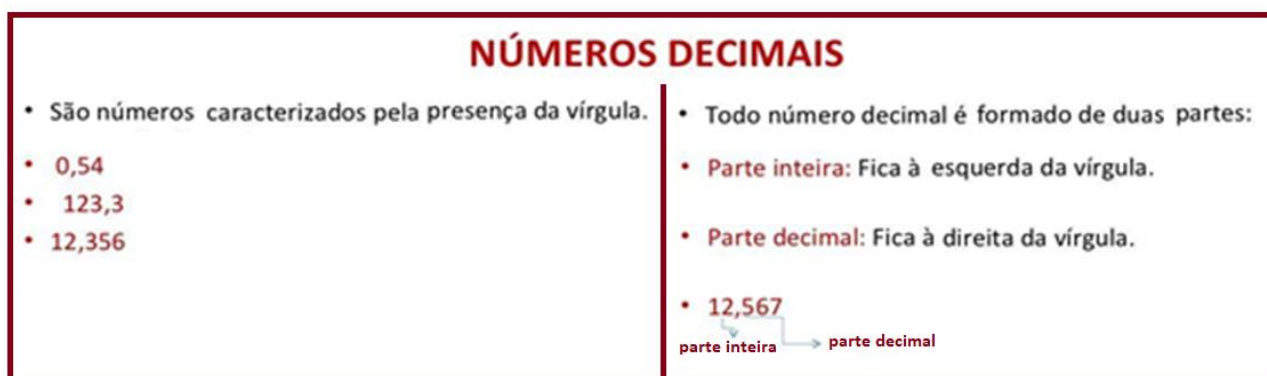


Figura 8: Conceitos sobre os números decimais.

OBSERVAÇÕES:

Os números decimais são aqueles que pertencem ao conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$) e são escritos com a utilização de uma vírgula. Esses números são formados por uma parte inteira e uma parte decimal, que se apresenta à direita da vírgula.

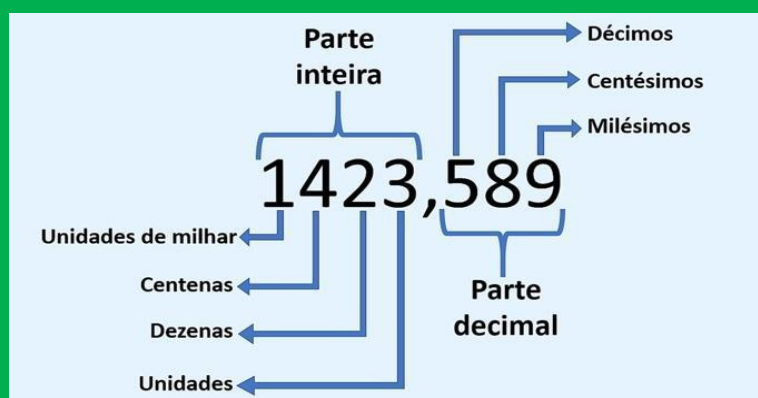


Figura 9: Estrutura de um número decimal (ordens e partes).

Operações com números decimais

As operações matemáticas básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão – são realizadas com os números decimais mediante a aplicação de algumas regras que veremos a seguir.

Adição de números decimais

Na soma de números decimais, devemos somar os respectivos números de cada casa decimal, ou seja, décimos são somados com décimos, centésimos com centésimos e milésimos com milésimos. Para facilitar os cálculos, escreva os números de forma que as vírgulas fiquem uma abaixo da outra e no resultado a vírgula também deve estar alinhada.

EXEMPLOS:

a) $0,6 + 1,2$

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ + 1,2 \\ \hline 1,8 \end{array}$$

Portanto, $0,6 + 1,2 = 1,8$.

Se um número apresentar mais casas decimais que o outro, você pode adicionar zeros ao número com menos casas após a vírgula para igualar a quantidade de termos.

b) $2,582 + 5,6 + 7,31$

	U	d	c	m
	2	,	5	8 2
	5	,	6	0 0
+	7	,	3	1 0
	15	,	4	9 2

Portanto, $2,582 + 5,6 + 7,31 = 15,492$.

Subtração de números decimais

Assim como na adição, a subtração de números decimais deve ser feita alinhando-se às vírgulas.

EXEMPLOS:

a) $3,57 - 1,45$

$$\begin{array}{r} \text{U} \quad \text{d} \quad \text{c} \\ 3,57 \\ - 1,45 \\ \hline 2,12 \end{array}$$

Portanto, $3,57 - 1,45 = 2,12$.

b) $15,879 - 12,564$

$$\begin{array}{r}
 \text{D U} \quad \text{d c m} \\
 15,879 \\
 - 12,564 \\
 \hline
 03,315
 \end{array}$$

Portanto, $15,879 - 12,564 = 3,315$.

Multiplicação de números decimais

A operação de multiplicação com números decimais pode ser feita efetuando uma multiplicação normalmente e ao resultado adiciona-se uma vírgula para que o número de casas decimais seja igual à soma das casas decimais dos números multiplicados. Outra maneira é escrever os números decimais na forma de fração e multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

EXEMPLOS:

Multiplicação de um número decimal por um número natural

Ao multiplicar um número decimal por um número natural devemos repetir no resultado o número de casas decimais.

a) $3,25 \times 4$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{3}, \overset{2}{2}5 \\
 \times \quad 4 \\
 \hline
 13,00
 \end{array}$$

Isso seria o mesmo que:

$$\text{I. } 4 \times 3,25 = 3,25 + 3,25 + 3,25 + 3,25 = 13$$

$$\text{II. } 4 \times 3,\underline{25} = 4 \times \frac{325}{100} = \frac{1300}{100} = 13$$

Multiplicação entre números decimais

Para multiplicar números decimais realizamos, primeiramente, a multiplicação normalmente, sem levar em consideração a vírgula. Após isso, no resultado deve ser acrescentado a vírgula com o número de casas decimais após ela que corresponde à soma das casas decimais dos números multiplicados.

b) $3,5 \times 2,5$

Método 1:

$$\begin{array}{r}
 3,5 \leftarrow \text{um algarismo após a vírgula} \\
 \times 2,5 \leftarrow \text{um algarismo após a vírgula} \\
 \hline
 175 \\
 70+ \\
 \hline
 8,75 \leftarrow \text{dois algarismos após a vírgula}
 \end{array}$$

Método 2:

$$3,5 \times 2,5 = \frac{35}{10} \times \frac{25}{10} = \frac{35 \times 25}{10 \times 10} = \frac{875}{100} = 8,75$$

Multiplicação de um número decimal por 10, 100, 1000, ...

Quando multiplicamos um número decimal por 10, 100, 1000, ... devemos “andar” com a vírgula para direita de acordo com o número de zeros.

c)

$$\begin{aligned}
 5,4321 \times 10 &= 54,321 \\
 5,4321 \times 100 &= 543,21 \\
 5,4321 \times 1000 &= 5432,1
 \end{aligned}$$

Portanto, ao multiplicar por:

- 10, “andamos” com a vírgula uma casa para direita;
- 100, “andamos” com a vírgula duas casas para direita;
- 1000, “andamos” com a vírgula três casas para direita e assim sucessivamente.

Divisão de números decimais

Para efetuar a divisão, tanto o dividendo quanto o divisor devem ter o mesmo número de casas decimais.

EXEMPLOS:Divisão de um número decimal por outro número decimal

Se, por exemplo, os dois termos da divisão possuem um algarismo à direita da vírgula, então podemos multiplicar por 10 e eliminá-la.

a) $3,5 : 0,5$ **1º passo:**

$$3,5 \div 0,5 \xrightarrow{\times 10} 35 \div 5$$

2º passo:

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 5} \\ - 35 \quad 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

Portanto, $3,5 \div 0,5 = 7$.

Divisão de um número decimal por um número natural

Para efetuar esse tipo de divisão, devemos reescrever o divisor para que apresente o mesmo número de casas decimais que o dividendo. Após isso, eliminamos a vírgula, multiplicando os dois termos por 10, 100, 1000... de acordo com o número de casas decimais, e realizamos a divisão.

b) $20,5 : 5$

1º passo:

$$20,5 \div 5 \rightarrow 20,5 \div 5,0$$

2º passo:

$$20,5 \div 5,0 \xrightarrow{\times 10} 205 \div 50$$

3º passo:

$$\begin{array}{r} 205 \overline{) 50} \\ - 200 \quad 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

Observe que ocorreu uma divisão não exata, ou seja, a operação apresenta resto. Para continuar, devemos adicionar uma vírgula ao divisor e um zero ao resto.

4º passo:

$$\begin{array}{r} 205 \overline{) 50} \\ - 200 \quad 4,1 \\ \hline 50 \\ - 50 \\ \hline 0 \end{array}$$

Portanto, $20,5 \div 5 = 4,1$.

Divisão de um número natural por um número decimal

Para efetuar a divisão, devemos adicionar uma vírgula ao dividendo e, em seguida, colocamos algarismos zeros à direita da vírgula igual ao número de casas decimais do divisor.

Se, por exemplo, o divisor apresenta uma casa decimal, então adicionamos uma vírgula seguida de um algarismo 0 ao dividendo. Multiplicando os dois termos por 10, eliminamos a vírgula e realizamos a operação normalmente.

c) $14 : 0,7$

1º passo:

$$14 \div 0,7 \rightarrow 14,0 \div 0,7$$

2º passo:

$$14,0 \div 0,7 \xrightarrow{\times 10} 140 \div 7$$

3º passo:

$$\begin{array}{r} 14'0 \mid 7 \\ - 14 \quad 20 \\ \hline 00 \\ - 00 \\ \hline 0 \end{array}$$

Portanto, $14 \div 0,7 = 20$.

Potenciação

Potenciação ou exponenciação é a forma de abreviar a multiplicação de uma sequência de fatores iguais. Dessa forma, quando multiplicamos um número sucessivas vezes, podemos abreviar elevando-o a quantidade de vezes que o número é multiplicado.

$$3^2 = 9$$

base, expoente, potência

Figura 10: Representação de potenciação.

EXEMPLO:

Sabendo que o valor de 5^7 é 78 125, qual o resultado de 5^8 ?

Resolução:

Como sabemos o valor de 5^7 , transformamos o número 5^8 da seguinte forma:

$$5^8 = 5^7 \cdot 5, \text{ pois } 5^7 \cdot 5 = 5^{7+1} = 5^8$$

Sendo assim, para encontrar o resultado, precisamos apenas substituir o valor de 5^7 e multiplicar por 5.

$$5^7 \cdot 5 = 78\,125 \cdot 5 = 390\,625$$

RESPOSTA: 390 625.

Radiciação

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo uma determinada quantidade de vezes dá um valor que conhecemos.

Termos da radiciação e cálculo de uma raiz

Os termos de uma radiciação e sua representação é dada na figura a seguir (figura 11):

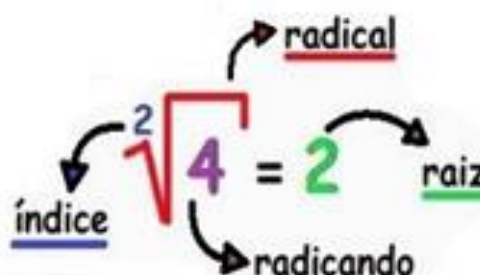


Figura 11: Representação e termos da radiciação.

Já o cálculo de uma raiz é simples, basta encontrar o número que multiplicado por ele mesmo a quantidade de vezes indicada no índice resulta no valor do radicando.

Ou seja, a raiz quadrada de 4 é 2, pois o índice sendo 2 e o radicando 4, temos que o número 2 é o número que multiplicado por ele mesmo duas vezes dá 4.

Se o índice fosse 3 e o radicando fosse 64, a raiz cúbica dessa radiciação seria 4, pois multiplicando o 4 por si mesmo 3 vezes, teríamos 4 vezes 4 vezes 4 que é igual a 64.

EXEMPLO:

a) Qual é a raiz de $\sqrt{36}$?

No exemplo temos o índice igual a 2 e o radicando igual a 36, assim temos um radical com nome raiz quadrada de trinta e seis, cuja raiz será o número que multiplicado por si mesmo 2 vezes dará 36.

RESPOSTA: 6

(Pois, 6 vezes 6 é igual a 36)

$$\sqrt{36} = 6, \text{ pois } 6 \cdot 6 = 36$$

b) Qual é a raiz de $\sqrt[3]{125}$?

No exemplo temos o índice igual a 3 e o radicando igual a 125, assim temos um radical com nome raiz cúbica de cento e vinte e cinco, cuja raiz será o número que multiplicado por si mesmo 3 vezes dará 125.

RESPOSTA: 5

(Pois, 5 vezes 5 vezes 5 é igual a 125)

$$\sqrt[3]{125} = 5, \text{ pois } 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

OBSERVAÇÕES:

- ✓ Quando não aparecer o valor do índice em um radical, significa que ele vale 2.
- ✓ Quando o valor do índice é 2 e do radicando é 9, o nome do radical será raiz quadrada de nove.
- ✓ Quando o valor do índice é 3 e do radicando é 8, o nome do radical será raiz cúbica de oito.
- ✓ Quando o valor do índice é 4 e do radicando é 16, o nome do radical será raiz quarta de dezesseis.
- ✓ Quando o valor do índice é 5 e do radicando é 32, o nome do radical será raiz quinta de trinta e dois.

Portanto, temos que o nome de um radical depende do valor de seu índice e de seu radicando, cuja nomenclatura seguirá a lógica dos exemplos citados acima.



SE LIGA NA CHARADA!

PERGUNTA:

O que o zero (0) disse para o oito (8)?

RESPOSTA:

Que cinto maneiro.

GRANDEZAS E MEDIDAS

Sistema Internacional de Unidades (SI)

Vejamos uma tabela que mostra a relação entre Grandeza, Nome da Unidade e Símbolo, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI):

Nome	Símbolo	Grandeza
Metro	m	Comprimento
Metro cúbico	m ³	Volume
Metro quadrado	m ²	Área
Segundo	s	Tempo
Quilograma	kg	Massa
Hertz	hz	Frequência
Watt	w	Fluxo de energia, potência
Ampére	a	Medir corrente elétrica
Volts	v	Medir tensão elétrica
Litro	l	Volume
Tonelada	t	Massa
Minuto	min	Tempo = 60 s
Horas	h	Tempo = 3600 s
Newton	n	Medir força

Figura 12: Tabela indicando a relação entre Grandeza, Unidade e Símbolo de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI).

Medidas de comprimento

As medidas de comprimento são os mecanismos de medição mais utilizados no dia a dia. O **metro** é a unidade de medida principal para medir comprimento. A partir do metro são obtidas outras medidas de comprimentos que são múltiplos e submúltiplos do metro. Os múltiplos do metro são: decâmetro (dam), hectômetro (hm) e quilômetro (km); os submúltiplos são: milímetro (mm), centímetro (cm) e decímetro (dm).

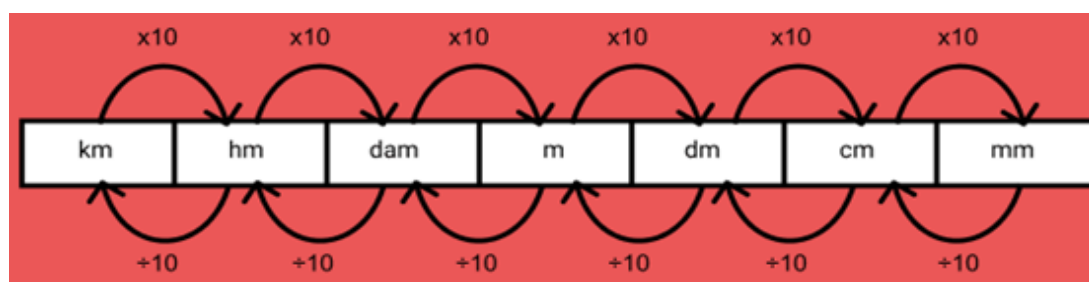


Figura 13: Representação de conversão de unidade de medidas de comprimento.

As principais relações nas medidas de comprimento são:

- ✓ Quilômetros → 1 km = 1.000 m.
- ✓ Hectômetro → 1 hm = 100 m.
- ✓ Decâmetro → 1 dam = 10 m.

- ✓ Metro $\rightarrow 1 \text{ m}$.
- ✓ Decímetro $\rightarrow 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$.
- ✓ Centímetro $\rightarrow 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$.
- ✓ Milímetro $\rightarrow 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$.

EXEMPLO:

Fazendo a conversão de 12 km para metro, quanto obtemos?

Resolução:

Para converter 12 km em metros devemos multiplicar o 12 por 10^3 , ou seja, por:

$$10 \times 10 \times 10 \text{ ou direto por } 1\,000$$

Fazendo os cálculos temos:

$$12 \times 10 \times 10 \times 10 = 12\,000 \text{ m}$$

RESPOSTA: 12 000 m.

*“Note que **multiplicar por 1 000** é o mesmo que **“andar” com a vírgula três casas para direita**.”*

Medidas de área

Área é um conceito matemático que pode ser definida como quantidade de espaço bidimensional, ou seja, de superfície. Existem várias unidades de medida de área, sendo a mais utilizada o metro quadrado (m^2) e os seus múltiplos: decâmetros ao quadrado (dam^2), hectômetro ao quadrado (hm^2) e quilômetro ao quadrado (km^2) e os submúltiplos: decímetro ao quadrado (dm^2), centímetro ao quadrado (cm^2) e milímetro ao quadrado (mm^2).

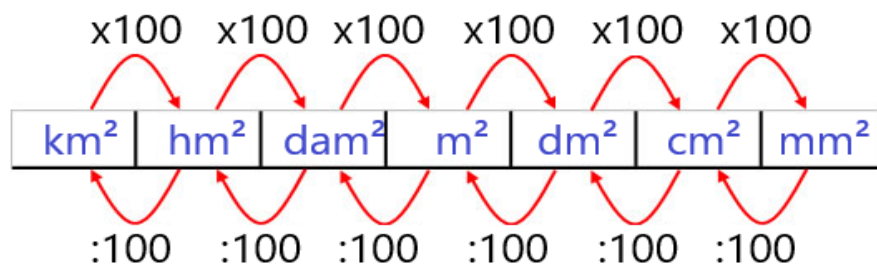


Figura 14: Representação de conversão de unidade de medidas de área.

As principais relações nas medidas de superfície ou área são:

- ✓ Quilômetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ km}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2$.
- ✓ Hectômetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ hm}^2 = 10.000 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ m}^2$.

- ✓ Decâmetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 = 10^2 \text{ m}^2$.
- ✓ Metro quadrado $\rightarrow 1 \text{ m}^2$.
- ✓ Decímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$.
- ✓ Centímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$.
- ✓ Milímetro quadrado $\rightarrow 1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$.

EXEMPLO:

2 km² equivale a quantos metros quadrados?

Resolução:

Para converter 2 km² para m², basta multiplicar o 2 por 100³, ou seja, por:

$$100 \times 100 \times 100 \text{ ou direto por } 1\,000\,000$$

Fazendo os cálculos temos:

$$2 \times 100 \times 100 \times 100 = 2\,000\,000 \text{ m}^2$$

RESPOSTA: 2 000 000 m².

*“Note que **multiplicar por 1 000 000** é o mesmo que **"andar"** com a vírgula **seis casas para direita**.”*

Medidas de volume

A medida de volume no sistema internacional de unidades (SI) é o metro cúbico (m³). As unidades do sistema métrico decimal de volume são: quilômetro cúbico (km³), hectômetro cúbico (hm³), decâmetro cúbico (dam³), metro cúbico (m³), decímetro cúbico (dm³), centímetro cúbico (cm³) e milímetro cúbico (mm³). As transformações entre os múltiplos e submúltiplos do m³ são feitas multiplicando ou dividindo por 1000.

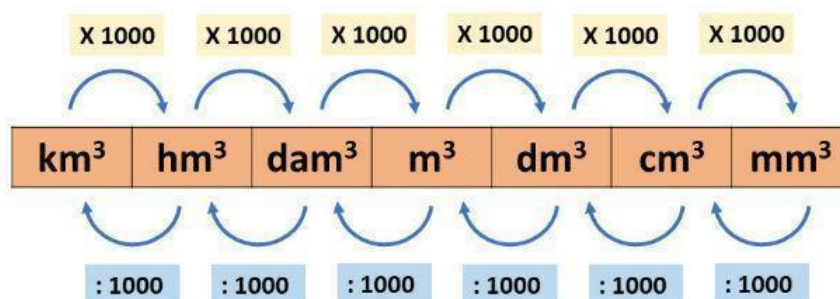


Figura 15: Representação de conversão de unidade de medidas de volume.

As principais relações nas medidas de volume são:

- ✓ Quilômetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3 = 1.000.000.000 \text{ m}^3$.
- ✓ Hectômetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ hm}^3 = 10^6 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ m}^3$.
- ✓ Decâmetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ dam}^3 = 10^3 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ m}^3$.
- ✓ Metro cúbico $\rightarrow 1 \text{ m}^3$.
- ✓ Decímetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,001 \text{ m}^3$.
- ✓ Centímetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$.
- ✓ Milímetro cúbico $\rightarrow 1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3 = 0,000000001 \text{ m}^3$.

EXEMPLO:

Efetue a seguinte transformação: 6 m^3 em dm^3 .

Resolução:

Basta multiplicar o 6 por 1 000. Assim temos:

$$6 \times 1\,000 = 6\,000 \text{ dm}^3$$

RESPOSTA: $6\,000 \text{ dm}^3$.

*“Note que **multiplicar por 1 000** é o mesmo que **“andar”** com a vírgula **três casas para direita**.”*

Medidas de massa

As medidas de massa são usadas quando queremos definir a quantidade exata de massa de um corpo. No nosso cotidiano, usamos o quilograma e o grama para medir essa quantidade em determinados objetos. A unidade de medida padrão para a massa no sistema internacional de medidas é o quilograma (kg), que pode ser dividido em 7 múltiplos e submúltiplos do grama: quilograma (kg), hectograma (hg), decagrama (dag), grama (g), decigrama (dg), centigrama (cg) e miligrama (mg).

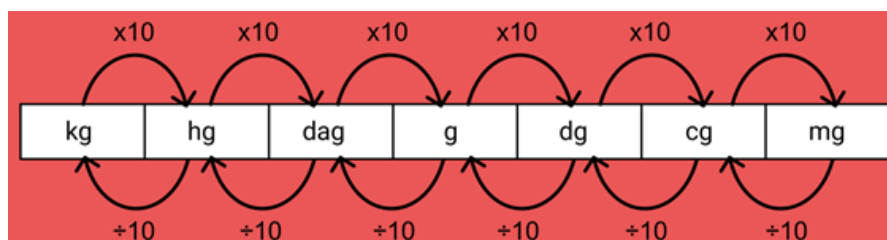


Figura 16: Representação de conversão de unidade de medidas de massa.

As principais relações nas medidas de massa são:

- ✓ Quilograma → 1 kg = 1.000 g.
- ✓ Hectograma → 1 hg = 100 g.
- ✓ Decagrama → 1 dag = 10 g.
- ✓ Grama → 1 g.
- ✓ Decigrama → 1 dg = 0,1 g.
- ✓ Centigrama → 1 cg = 0,01 g.
- ✓ Miligrama → 1 mg = 0,001 g.

EXEMPLO:

Converta 4 kg em mg.

Resolução:

Converter 4 kg para mg é o mesmo que multiplicar o 4 por 10^6 , ou seja, por:

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \text{ ou direto por } 1\,000\,000$$

Fazendo os cálculos temos:

$$4 \times 1\,000\,000 = 4\,000\,000 \text{ mg}$$

RESPOSTA: 4 000 000 mg.

*“Note que **multiplicar por 1 000 000** é o mesmo que **“andar”** com a vírgula **seis casas para direita**.”*

Medidas de capacidade

As medidas de capacidade são grandezas utilizadas para estimar uma quantidade que está inserida em um reservatório/recipiente, ou seja, são empregadas na medição de líquidos. Ainda pode-se dizer que tais medidas são usadas para definir o volume no interior de um recipiente. Mas, antes de conhecer as unidades de medidas de capacidade é importante fazer a distinção entre alguns termos. Quando falarmos em volume, estamos nos referindo ao espaço que um corpo é capaz de ocupar. Mas ao falar de capacidade, estamos nos referindo ao volume de líquido que pode ser acomodado dentro do recipiente.

O litro foi definido pelo Sistema Internacional de Unidades (SI) como a unidade padrão de medidas de capacidade podendo ser utilizados também os seus múltiplos que são o quilolitro (kl), hectolitro (hl) e decalitro (dal), todos maiores que o litro e os submúltiplos que são menores que o litro e denominados por decilitro (dl), centilitro (cl) e mililitro (ml).

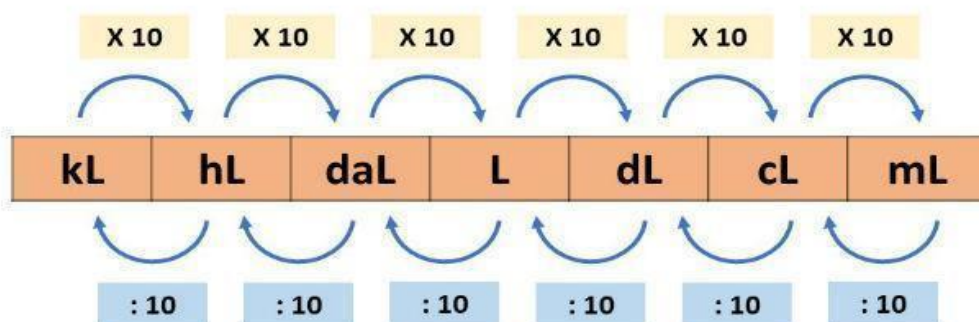


Figura 17: Representação de conversão da unidade de medida de capacidade.

As principais relações nas medidas de capacidade são:

- ✓ Quilolitro $\rightarrow 1 \text{ kL} = 1.000 \text{ L}$.
- ✓ Hectolitro $\rightarrow 1 \text{ hL} = 100 \text{ L}$.
- ✓ Decalitro $\rightarrow 1 \text{ daL} = 10 \text{ L}$.
- ✓ Litro $\rightarrow 1 \text{ L}$.
- ✓ Decilitro $\rightarrow 1 \text{ dL} = 0,1 \text{ L}$.
- ✓ Centilitro $\rightarrow 1 \text{ cL} = 0,01 \text{ L}$.
- ✓ Mililitro $\rightarrow 1 \text{ mL} = 0,001 \text{ L}$.

EXEMPLO:

Transforme 30 mL para em L.

Resolução:

Para transformar de 30 mL para L devemos dividir o número 30 por 10^3 , ou seja, dividir por:
 $10 \times 10 \times 10$ ou direto por 1 000

Calculando temos:

$$30 : 1\,000 = 0,03 \text{ L}$$

RESPOSTA: 0,03 L.

*"Note que **dividir por 1000** é o mesmo que **"andar"** com a vírgula **três casas para esquerda**."*

Medidas de tempo

Existem diversas unidades de medida de tempo, por exemplo: a hora, o dia, o mês, o ano, o século. No sistema internacional de medidas a unidades de tempo é o segundo (s). Para medir o tempo utilizamos relógios que são dispositivos que medem eventos que acontecem em intervalos regulares.

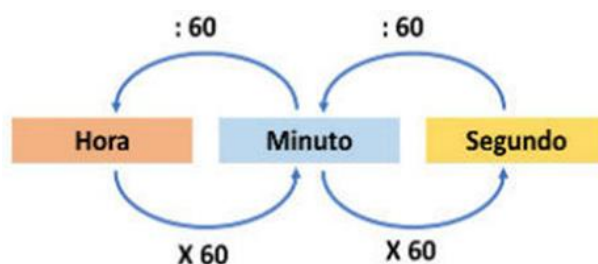


Figura 18: Representação de conversão das medidas de tempo.

Unidade	Corresponde a
1 dia	24 horas
1 semana	7 dias
1 quinzena	15 dias
1 bimestre	2 meses
1 trimestre	3 meses
1 quadrimestre	4 meses
1 semestre	6 meses
1 ano	365 dias ou 12 meses
1 década	10 anos
1 século	100 anos
1 milênio	1 000 anos

Figura 25: Representação de unidades de medidas de tempo.

Relações entre dias, horas, minutos e segundos:

- ✓ 1 minuto (min) = 60 segundos (s).
- ✓ 1 hora (h) = 60 minutos (min) = 3.600 segundos (s).
- ✓ 1 dia = 24 horas (h) = 1.440 minutos (min) = 86.400 segundos (s).

EXEMPLO:

a) Uma hora tem quantos segundos?

Resolução:

Como uma hora tem 60 minutos, e um minuto tem 60 segundos, então basta multiplicar os 60 minutos por 60 segundos.

$$60 \times 60 = 3\,600 \text{ s}$$

RESPOSTA: 3 600 s.

b) Converter 3 horas para segundos:

$$3 \text{ h} \times 60 \times 60 = 10.800 \text{ s}$$

c) Converter 3 horas para minutos:

$$3 \text{ h} \times 60 = 180 \text{ min}$$

d) Converter 3.600 segundos para horas:

$$3\,600 \text{ s} \div 60 \div 60 = 1 \text{ h}$$

e) Converter 180 minutos para horas:

$$180 \text{ min} \div 60 = 3 \text{ h}$$

f) Converter 10.800 segundos para minutos:

$$10\,800 \text{ s} \div 60 = 180 \text{ min}$$

Medidas agrárias

As medidas agrárias são muito utilizadas para medir áreas rurais, comuns na vida de fazendeiros, produtores e cidadãos que possuem chácara ou fazenda.

São elas:

- ✓ Are (a).
- ✓ Hectare (ha).
- ✓ Alqueire.

EXEMPLO:

Difícilmente se ouve falar:

*“Seu João comprou uma fazenda de **100 000 m²**.”*

O mais comum é dizer:

*“Seu João comprou uma fazenda com **10 hectares**.”*

As medidas de áreas rurais são diferentes das medidas urbanas (metro, centímetro, milímetro, etc.). Mas, elas se relacionam entre si.

Vejamos as referências:

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

(um are corresponde a cem metros quadrados)

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10.000 \text{ m}^2$$

(um hectare corresponde a cem ares ou a dez mil metros quadrados)

Além do Are (a) e do Hectare (ha) citados no exemplo anterior, outra medida agrária bastante utilizada é o alqueire. No Brasil ela varia de acordo com a região. Por isso, ao trabalhar cálculos envolvendo alqueires, será necessário saber em relação a qual região se está trabalhando.

Os alqueires mais usados e suas respectivas regiões são:

- ✓ 1 alqueire nortista $\rightarrow 27.225 \text{ m}^2 = 2,72 \text{ ha}$.
- ✓ 1 alqueire mineiro $\rightarrow 48.400 \text{ m}^2 = 4,84 \text{ ha}$.
- ✓ 1 alqueire paulista $\rightarrow 24.200 \text{ m}^2 = 2,42 \text{ ha}$.
- ✓ 1 alqueire baiano $\rightarrow 96.800 \text{ m}^2 = 9,68 \text{ ha}$.



PAUSA PARA REFLETIR...

As leis da natureza são apenas os pensamentos matemáticos de Deus.

Euclides de Alexandria.

RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS

Razão

A razão entre dois números é dada pela sua divisão obedecendo a ordem na qual eles foram dados. Tal razão pode ser representada na forma fracionária, decimal e percentual.

Considere dois números racionais x e y , com y diferente de zero. A razão de x por y , nessa ordem, é dada pelo quociente:

$$\frac{x}{y}$$

(razão de x por y)

Note que x faz papel de numerador (ficando em cima) também chamado de antecedente, já o y faz o papel de denominador (ficando em baixo) também chamado de consequente.

EXEMPLOS:

- a) Qual a razão entre os números 3 e 4?

Resolução:

O número 3 vem primeiro e o 4 vem depois, então o 3 é o antecedente (numerador) e o 4 é o consequente (denominador).

Assim temos a seguinte relação chamada razão:

$$\frac{3}{4}$$

(lê-se: três está para quatro)

- b) Se em uma sala de aula há 40 alunos, sendo 25 meninas e 15 meninos, qual a razão entre o número de meninas e o total de alunos na sala?

Resolução:

Se o número de meninas foi citado antes do número total de alunos, significa que o 25 é o antecedente (ficará no numerador) e o 40 é o consequente (ficará no denominador). Desse modo temos a seguinte razão:

$$\frac{25}{40}$$

(lê-se: vinte e cinco está para quarenta)

Nesse caso, concluímos que a cada 40 alunos da turma, 25 são meninas.

Podemos também simplificar esta fração dividindo o numerador e o denominador por 5, gerando a seguinte relação:

$$\frac{25 : 5}{40 : 5} = \frac{5}{8}$$

(lê-se: cinco está para oito)

Simplificando, concluímos que a cada 8 alunos da turma, 5 são meninas.

Proporção

A proporção é determinada pela igualdade entre duas razões, ou ainda, quando duas razões possuem o mesmo resultado. A relação entre duas ou mais razões é uma importante ferramenta para solucionar problemas práticos, essa igualdade é chamada de proporção."

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

(lê-se: a está para b, assim como c está para d)

"a primeira razão é igual a segunda"

Existem propriedades importantes para as proporções. É importante ressaltar que, ao representar números como fração, as propriedades de frações também são válidas e, muitas vezes, são apresentadas como propriedades da proporção.

Propriedade fundamental da proporção

A partir dessa propriedade, é possível verificar se as razões são proporcionais ou não. Essa propriedade é enunciada também como **o produto dos meios é igual ao produto dos extremos**.

Essa propriedade é representada da seguinte forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

(“a” e “d” são chamados de extremos e “b” e “c” são chamados de meios)

$$a \cdot d = b \cdot c$$

“o produto dos extremos (a vezes d) é igual ao produto dos meios (b vezes c)”

Dizer que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos é o mesmo que realizar a **multiplicação cruzada** dos termos. Se a igualdade for verdadeira, as razões serão proporcionais, caso contrário, não serão proporcionais.

EXEMPLOS:

Resolva a seguinte proporção:

$$\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$$

Resolução:

Sabendo que se trata de uma proporção, logo sua solução será encontrar o valor de x, de modo que a primeira razão seja igual a segunda.

Assim, basta aplicar a propriedade fundamental da proporção, desenvolver a equação e encontraremos o valor de x.

Aplicando a propriedade fundamental temos:

$$\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$$

(multiplicando cruzado)

$$x \cdot 35 = 21 \cdot 5$$

$$35x = 105$$

$$x = \frac{105}{35}$$

$$x = 3$$

RESPOSTA: 3.

Sendo $x = 3$, substituindo na proporção inicial, veremos que as duas razões são iguais, ou seja, para que seja uma proporção, x deve ser 3.

$$\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$$

$$3 \cdot 35 = 21 \cdot 5$$

$$105 = 105$$

(primeira razão é igual a segunda, desde que x seja 3)

Grandezas

Uma grandeza é definida como algo que pode ser medido ou calculado, seja velocidade, área ou volume de um material, e é útil para comparar com outras medidas, muitas vezes de mesma unidade, representando uma razão.

As grandezas proporcionais têm seus valores aumentados ou diminuídos em uma relação que pode ser classificada como proporcionalidade direta ou inversa.

Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando a variação de uma implica na variação da outra na mesma proporção, ou seja, duplicando uma delas, a outra também duplica; reduzindo pela metade, a outra também reduz na mesma quantidade... e assim por diante.

EXEMPLOS:

Proporcionalidade direta:

Uma impressora, por exemplo, tem a capacidade de imprimir 10 páginas por minuto. Se dobrarmos o tempo, dobramos a quantidade de páginas impressas. Da mesma forma, se

pararmos a impressora na metade de um minuto, teremos a metade do número de impressões esperadas.

Agora, veremos com números a relação entre as duas grandezas.

Em uma gráfica são feitas impressões de livros escolares. Em 2 horas, são realizadas 40 impressões. Em 3 horas, a mesma máquina produz mais 60 impressões, em 4 horas, 80 impressões, e, em 5 horas, 100 impressões.

Tempo (horas)	2	3	4	5
Impressões (número)	40	60	80	100

Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando o aumento de uma implica na redução da outra, ou seja, dobrando uma grandeza, a correspondente reduz pela metade; triplicando uma grandeza, a outra reduz para terça parte... e assim por diante.

EXEMPLOS:

Proporcionalidade indireta:

Quando se aumenta a velocidade, o tempo para concluir um percurso é menor. Da mesma forma, ao diminuir a velocidade mais tempo será necessário para fazer o mesmo trajeto.

Confira a seguir uma aplicação de relação entre essas grandezas.

João decidiu contar o tempo que levava indo de casa à escola de bicicleta com diferentes velocidades. Observe a sequência registrada.

Tempo (min)	2	4	5	1
Velocidade (m/s)	30	15	12	60

Regra de três

Regra de três simples

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles.

Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

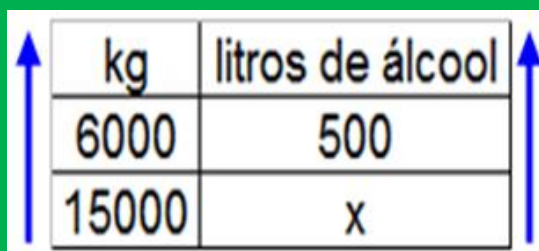
EXEMPLOS:

- a) Uma usina produz 500 litros de álcool com 6 000 kg de cana-de-açúcar. Determine quantos litros de álcool são produzidos com 15 000 kg de cana.

Resolução:

As grandezas de litros de álcool e Kg de cana-de-açúcar são diretamente proporcionais, ou seja, quanto mais cana-de-açúcar mais litros de álcool produzido.

Montando o esquema com as grandezas e seus valores temos:



kg	litros de álcool
6000	500
15000	x

Montando a proporção na mesma ordem das informações dadas e aplicando a propriedade fundamental temos:

$$\frac{6\ 000}{15\ 000} = \frac{500}{x}$$

$$6\ 000 \cdot x = 500 \cdot 15\ 000$$

$$6\ 000x = 7\ 500\ 000$$

$$x = \frac{7\ 500\ 000}{6\ 000}$$

$$x = 1\ 250$$

Serão produzidos 1 250 litros de álcool com 15 000 kg de cana-de-açúcar.

- b) Uma equipe de 5 professores gastaram 12 dias para corrigir as provas de um vestibular. Considerando a mesma proporção, quantos dias levarão 30 professores para corrigir as provas?

Resolução:

As grandezas número de professores e quantidade de dias são inversamente proporcionais, ou seja, quanto mais professores, menor será a quantidade de dias gastos na correção das provas.

	professores	dias	
↑	5	12	↓
	30	x	

Montando a proporção na ordem das informações dadas temos:

$$\frac{5}{30} = \frac{12}{x}$$

Como são grandezas inversamente proporcionais, vamos inverter a ordem da segunda razão, trocando o numerador e o denominador de lugar.

$$\frac{5}{30} = \frac{12}{x} \text{ ao inverter a ordem na segunda razão fica } \frac{5}{30} = \frac{x}{12}$$

Agora basta aplicar a propriedade fundamental da proporção:

$$30 \cdot x = 12 \cdot 5$$

$$30x = 60$$

$$x = \frac{60}{30}$$

$$x = 2$$

Portanto, a equipe de 30 professores levará apenas 2 dias para corrigir as provas.

Regra de três composta

Regra de três composta é um processo matemático utilizado na resolução de questões que envolvem a proporcionalidade direta ou inversa com mais de duas grandezas.

EXEMPLOS:

- a) Se 6 impressoras iguais produzem 1 000 panfletos em 40 minutos, em quanto tempo 3 dessas impressoras produziram 2 000 desses panfletos?

Resolução:

Montando o esquema contendo as três grandezas e seus respectivos valores na ordem dos fatos temos:

Impressoras	Nº de panfletos	Tempo / minutos
6 ↓	1000 ↑	40 ↑
3 ↓	2000 ↑	x ↑

Montando a proporção de acordo com o esquema considerando se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais:

$$\frac{40}{X} = \frac{1000}{2000} \cdot \frac{3}{6}$$

$$\frac{40}{x} = \frac{3000}{12000}$$

Aplicando a propriedade fundamental da proporção:

$$\frac{40}{x} = \frac{3}{12}$$

$$3 \cdot x = 12 \cdot 40$$

$$3x = 480$$

$$x = \frac{480}{3}$$

$$x = 160$$

Em 160 minutos, que equivalem a 2 horas e 40 minutos.

- b) Em uma oficina de artesanato, 4 artesãs produzem 20 bonecas de pano em 4 dias.
Se 8 artesãs trabalharem por 6 dias, quantas bonecas serão produzidas?

1º passo: Criar uma tabela com as grandezas e analisar os dados.

Número de artesãs	Dias trabalhados	Bonecas produzidas
A	B	C
4	4	20
8	6	x

Através da tabela, podemos notar que:

- ✓ A e C são diretamente proporcionais: quanto maior o número de artesãs, mais bonecas serão produzidas.
- ✓ B e C são diretamente proporcionais: quanto mais dias trabalhados, um maior número de bonecas serão produzidas.

2º passo: Encontrar o valor de x.

Observe que as grandezas A e B são diretamente proporcionais à grandeza C. Logo, o produto dos valores de A e B é proporcional aos valores de C.

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{x}$$

$$\frac{16}{48} = \frac{20}{x}$$

$$16 \cdot x = 48 \cdot 20$$

$$16x = 960$$

$$x = \frac{960}{16}$$

$$x = 60$$

Assim, serão produzidas 60 bonecas.

PORCENTAGEM

A **porcentagem** é uma das áreas da matemática mais conhecidas, praticamente utilizada em todas as outras. Em exemplo, podemos citar algumas situações como: quando queremos comparar grandezas, estimar o crescimento de algo e expressar uma quantidade de aumento ou desconto do preço de alguma mercadoria.

Vemos porcentagem a todo momento, e mesmo quando não percebemos, estamos fazendo uso dela. A porcentagem é uma razão, cujo denominador é igual a 100. Ela costuma ser indicada pelo símbolo:

%

(símbolo de porcentagem)

Representação de porcentagem

Existem três formas de representarmos uma porcentagem:

- ✓ Na forma percentual;
- ✓ Na forma fracionária;
- ✓ Na forma decimal.

Veja as três formas citadas na tabela a seguir:

Forma percentual	Forma fracionário	Forma decimal
10%	$\frac{10}{100}$	0,1
30%	$\frac{30}{100}$	0,3
5,3%	$\frac{5,3}{100}$	0,053

Figura 19: Tabela com as formas de se representar a porcentagem.

Cálculo de porcentagem

Existem várias formas de se calcular porcentagem. Além de poder utilizar a porcentagem em forma fracionária ou decimal para o cálculo, também é possível usar o processo da regra de três simples, isso fica a escolha do cursista.

EXEMPLOS:

- a) Imagine um produto que custa R\$ 80,00 sendo vendido à vista, com desconto de 5%. Qual será o valor do desconto?

Vamos desenvolver o cálculo dessa porcentagem utilizando três formas diferentes, as quais chegarão no mesmo resultado como solução.

Solução utilizando a forma fracionária:

5% de 80

$$\frac{5}{100} \cdot 80$$

$$\frac{5}{100} \cdot \frac{80}{1}$$

$$\frac{400}{100} = 4$$

RESPOSTA: R\$ 4,00.

Solução utilizando a forma decimal:

5% de 80

$$0,05 \cdot 80 = 4$$

(5% equivale a 0,05 que é o mesmo que 5 dividido por 100 que é igual a R\$ 4,00)

RESPOSTA: R\$ 4,00.

Solução utilizando a regra de três:

R\$	%
80	100
x	5

$$\frac{80}{x} = \frac{100}{5}$$

$$100 \cdot x = 5 \cdot 80$$

$$100x = 400$$

$$x = \frac{400}{100}$$

$$x = 4$$

RESPOSTA: R\$ 4,00.

Portanto, independente da forma utilizada, o desconto será de R\$ 4,00.

- b) Se um corretor de imóveis vender um imóvel no valor de R\$ 500.000,00 e sua comissão for de 2% do valor de venda do imóvel, qual será sua comissão?

Resolução:

$$2\% \text{ de } 500\,000$$

$$\frac{2}{100} \cdot 500\,000$$

$$\frac{2}{100} \cdot \frac{500\,000}{1}$$

$$\frac{1\,000\,000}{100} = 10\,000$$

RESPOSTA: R\$ 10 000,00.

Portanto, a comissão desse corretor de imóveis será de R\$ 10 000,00.

TABELAS E GRÁFICOS

Tabelas

Tanto as tabelas quanto os gráficos são muito utilizados para organização de dados e representação de resultados em pesquisas estatísticas.

Tabelas Simples

Usada para apresentar a relação entre uma informação e outra, como produto e preço ilustrado (*figura 20*). É formada por duas colunas e deve ser lida horizontalmente.

PRODUTO	PREÇO
Chocolate em barra	R\$ 0,50
Maçã	R\$ 1,00
Banana	R\$ 0,70
Biscoito	R\$ 3,00
Pão com queijo	R\$ 1,50
Pão com geleia	R\$ 1,20
Granola	R\$ 2,50
Suco de laranja	R\$ 1,75

Figura 20: Representação de tabela simples.

Tabelas de dupla entrada

Útil para mostrar dois ou mais tipos de dados (como altura e peso, por exemplo) sobre um item/nome. Deve ser lida na **vertical** e na **horizontal** simultaneamente para que as linhas e as colunas sejam relacionadas, como ilustrado (figura 21).

NOME	ALTURA*	PESO**
André	1,10	35
João	1,05	28,5
Marcos	1,10	33,5
Paula	1,12	34,5
Raquel	1,20	40
Renan	1,30	31
Sandro	1,10	32

* Em metros ** Em quilos

Figura 21: Representação de tabela de dupla entrada.

Gráficos

Gráficos são representações visuais utilizadas para exibir dados, sejam eles, sobre determinada informação, ou valores numéricos. Geralmente, são utilizados para demonstrar padrões, tendências e ainda, comparar informações qualitativas e quantitativas num determinado espaço de tempo.

São ferramentas utilizadas em diversas áreas de estudo (matemática, estatística, geografia, economia, história, etc.) para facilitar a visualização de alguns dados, bem como para tornar os dados mais claros e informativos. Dessa forma, o uso de gráficos torna a interpretação e/ou análise mais rápida e objetiva.

Tipos de gráficos

Os tipos de gráficos incluem as diversas formas de representar algumas informações e dados, sendo que os mais importantes são: coluna, linha, pizza e área. Compreender os gráficos hoje em dia é uma tarefa essencial, pois eles estão muito presentes em nosso cotidiano, seja nos jornais, revistas, internet, etc. Além disso, os concursos, vestibulares e o Enem, contêm diversas questões em que os gráficos estão presentes. Assim, nada mais importante do que conhecer seus tipos e saber interpretá-los.

Elementos dos Gráficos

Alguns elementos importantes que estão incluídos nos gráficos são:

- ✓ **Título:** geralmente possuem um título a respeito da informação que será apresentada.
- ✓ **Fonte:** muitos gráficos, sobretudo os da área de estatística, apresentam a fonte, ou seja, de onde as informações foram retiradas. Também podem apresentar o ano de publicação da fonte referida.
- ✓ **Números:** estes são essenciais para comparar as informações dadas pelos gráficos. A maior parte deles utilizam números, seja para indicar quantidade ou tempo (mês, ano, trimestre).
- ✓ **Legendas:** grande parte dos gráficos apresentam legendas que auxiliam na leitura das informações apresentadas. Junto a ela, cores que destacam diferentes informações, dados ou períodos, são utilizadas.

Temos um exemplo na imagem a seguir (*figura 22*) de um gráfico com seus elementos.



Figura 22: Exemplo de um gráfico com seus elementos.

Classificação dos Gráficos

Vejamos agora as diversas maneiras de exibir os dados num gráfico, de acordo com o objetivo pretendido.

Gráficos de Linha

Também chamado de “Gráfico de Segmento”, ele é usado para apresentar valores (sequência numérica) em determinado espaço de tempo. Ou seja, mostra as evoluções ou diminuições de algum fenômeno, como ilustrado (figura 23).



Figura 23: Gráfico de linha.

Gráfico de Barras ou Colunas

Eles são usados para comparar quantidades ou mesmo demonstrar valores pontuais de determinado período. Esses gráficos podem surgir de duas maneiras:

- ✓ Na horizontal (geralmente chamado de gráfico de barras), como ilustrado na imagem (figura 24).
- ✓ Na vertical (geralmente chamado de gráfico de colunas) como ilustrado na imagem (figura 25).



Figura 24: Gráfico de barras.



Figura 25: Gráfico de colunas.

Gráfico de Setores

Também chamado de “Gráfico de Pizza”, esse modelo recebe esse nome pois tem a forma de uma pizza, ou seja, é circular. Eles são utilizados para reunir valores a partir de um todo, segundo o conceito de proporcionalidade.

- ✓ Eleições para prefeito (simulação dos votos em porcentagem), ilustrado na imagem (figura 26):



Figura 26: Representação de gráfico de setores ou gráfico de pizza (cada parte do círculo indica uma porcentagem de votos identificada na legenda ao lado).

Histograma

O Histograma é uma ferramenta de análise de dados que apresenta diversos retângulos justapostos (barras verticais). Por esse motivo, ele se assemelha ao gráfico de colunas, entretanto, o histograma não apresenta espaço entre as barras, como ilustrado (imagem 27).

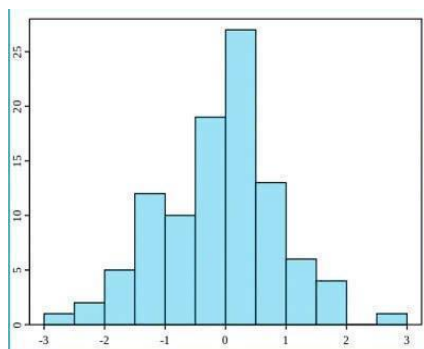


Figura 27: Exemplo de Histograma.

Ele é muito utilizado na área da estatística, sendo um importante indicador para a distribuição de dados.

Infográficos

Os infográficos representam a união de uma imagem com um texto informativo. As imagens podem conter alguns tipos de gráficos, como ilustrado (figura 28).

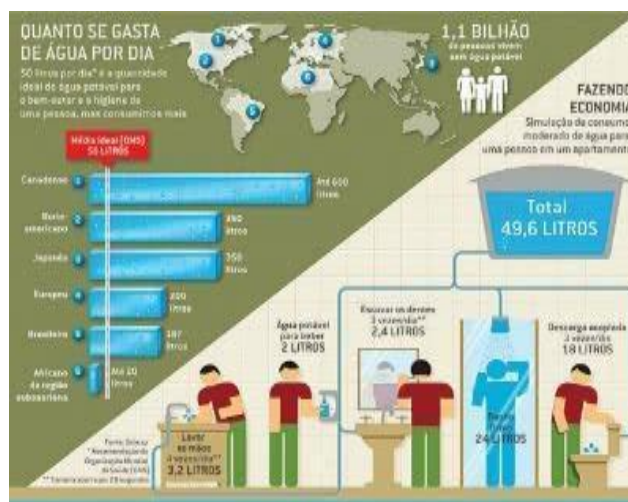


Figura 28: Infográfico sobre o Consumo de Água.

Da mesma maneira que os gráficos, eles facilitam a compreensão sobre um tema. Esse tipo de ferramenta é muito utilizado no meio jornalístico e nos livros didáticos.

Diagramas

Os diagramas são tipos de representações gráficas, que demonstram, por exemplo, um esquema ou uma maquete. Também são usados para simplificar uma ideia ou conceito, e, portanto, facilitam na interpretação do tema, como ilustrado na imagem (figura 29). Geralmente incluem linhas, setas, desenhos, etc. São muito utilizados na área das estatísticas e administração.



Figura 29: Exemplo de Diagrama.



PAUSA PARA REFLETIR...

Educar a mente sem educar o coração não é educação.

Aristóteles

PLANO CARTESIANO

O **plano cartesiano** é um objeto matemático plano composto por duas retas numéricas perpendiculares. Ou seja, retas que possuem apenas um ponto em comum, formando um ângulo de 90° . Esse ponto comum é conhecido como origem e é nele que é marcado o número zero de ambas as retas. O plano cartesiano recebeu esse nome por ter sido idealizado por René Descartes e é usado fundamentalmente para sistematizar técnicas de localização no plano.

Retas numéricas: abscissa e ordenada

As duas retas que dão origem ao plano cartesiano precisam ser retas numéricas, pois essa é a condição que tornará possível encontrarmos localizações de quaisquer pontos no plano. Essa localização é a base fundamental de muitos conhecimentos comuns do cotidiano, como distância entre pontos.

Uma numérica, como a ilustrada na imagem (*figura 30*), é uma reta comum na qual e foi estabelecida uma correspondência com os números reais. Desse modo, cada ponto da

reta está ligado a um único número real e é esse fato que permite qualquer localização. Um número real qualquer terá apenas uma localização em toda a extensão infinita da reta.



Figura 30: Representação de uma reta numérica.

O plano cartesiano é formado por duas dessas retas: Uma responsável pela coordenada horizontal e outra responsável pela coordenada vertical. É comum usarmos as letras **x** para a primeira e **y** para a segunda, além dos termos **coordenada x** e **coordenada y**. No plano cartesiano, a reta vertical responsável pelas coordenadas **y** é chamada de **ordenada**, e a reta horizontal, responsável pelas coordenadas **x**, é chamada de **abscissa**, como ilustrado na imagem (figura 31).

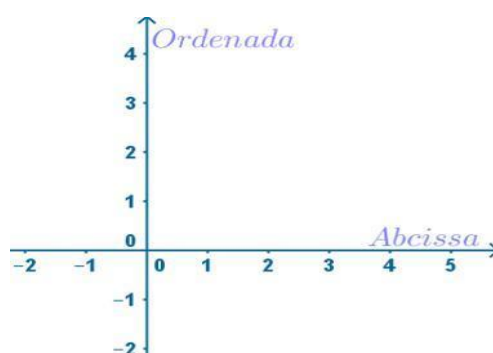


Figura 31: Representação do plano cartesiano com destaque para a abscissa e a ordenada.

Pares ordenados e localizações no plano

Um par ordenado é formado por dois números reais que representam uma coordenada. A ordem escolhida é a seguinte: Primeiro vêm as coordenadas **x** e, depois, as coordenadas **y**, que são colocadas entre parênteses para representar uma localização qualquer. Observe a imagem a seguir (figura 32):

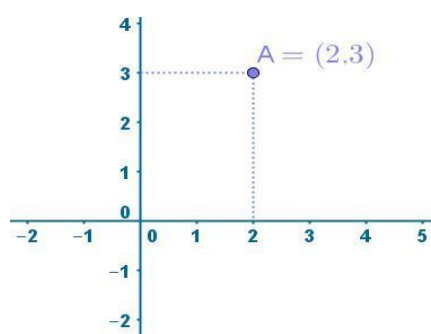


Figura 32: Representação do plano cartesiano com um ponto com o par ordenado (2, 3).

Perceba que o ponto *A* possui coordenadas $x = 2$ e $y = 3$. Caso seja dado um ponto para que sua localização seja marcada no plano, como o ponto $B = (3, -3)$, devemos primeiro traçar uma linha vertical sobre o número 3 no eixo das abscissas (coordenadas x). Isso acontece porque a primeira coordenada sempre é a coordenada x . Posteriormente, desenhemos uma linha horizontal sobre o número -3 no eixo das ordenadas (coordenadas y):

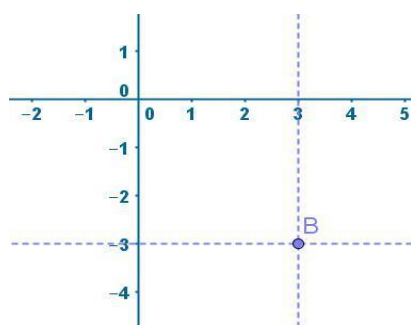


Figura 33: Plano cartesiano com um ponto com as coordenadas $(3, -3)$.

O ponto **B** é o encontro entre as linhas horizontais desenhadas, como ilustra a imagem acima (figura 33).

Quadrantes

Por ser formado por duas retas numéricas, existem algumas particularidades do plano cartesiano. Pontos mais à direita possuem coordenada x maior que pontos mais à esquerda. Pontos mais para cima possuem coordenada y maior que números mais para baixo.

Além disso, a região onde x e y são positivos simultaneamente é chamada de **primeiro quadrante**. A região onde y é positivo e x é negativo é conhecida como **segundo quadrante**. Já a região onde x e y são negativos simultaneamente é chamada de terceiro quadrante. Por fim, quando x é positivo e y é negativo, os pontos estão localizados no **quarto quadrante**.

Esses quadrantes são numerados em sentido anti-horário, partindo do primeiro quadrante, que fica à direita do eixo y e acima do eixo x , como mostra a figura a seguir (figura 34):

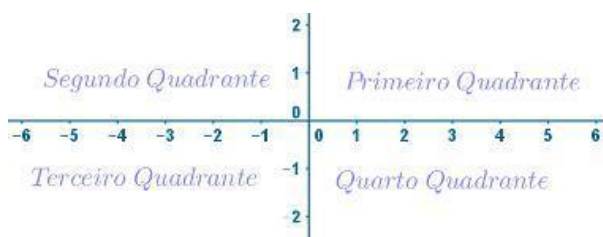


Figura 34: Representação dos quadrantes no plano cartesiano.

Representamos um par ordenado em um plano cartesiano. Esse plano é formado por duas retas, x e y , perpendiculares entre si.

“A reta horizontal é o eixo das abscissas (eixo x)”

“A reta vertical é o eixo das ordenadas (eixo y)”

O ponto comum dessas duas retas é denominado **origem**, que corresponde ao par ordenado $(0, 0)$, como ilustrado (figura 35).

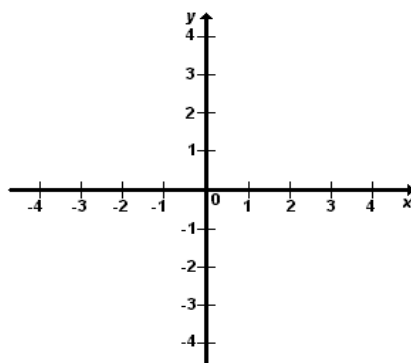


Figura 35: Representação do plano cartesiano com o ponto comum ou origem $(0,0)$.

Localização de um ponto

Para localizar um ponto em um plano cartesiano, utilizamos a sequência prática:

- ✓ O 1º número do par ordenado deve ser localizado no eixo das abscissas.
- ✓ O 2º número do par ordenado deve ser localizado no eixo das ordenadas.
- ✓ No encontro das perpendiculares aos eixos x e y , por esses pontos, determinamos o ponto procurado.

EXEMPLO:

Localize o ponto $(4, 3)$:

Solução:

Indicado na imagem a localização do ponto (figura 36).

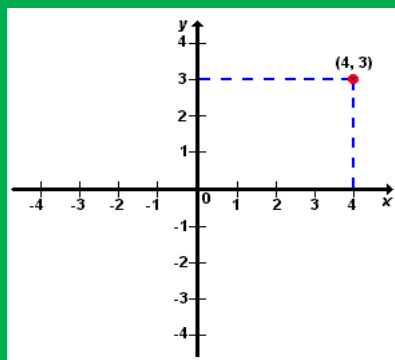


Figura 36: Representação de um ponto $(4, 3)$ no plano cartesiano.

**SE LIGA NA CHARADA!**PERGUNTA:

O que o tomate foi fazer no banco?

RESPOSTA:

Tirar o extrato.

GEOMETRIA GERAL**Conceitos sobre ponto, reta e plano**

O primeiro passo para estudar esse tema é aprender o conceito de **ponto, reta e plano**.

- ✓ Um **ponto** determina uma posição no espaço.
- ✓ Uma **reta** é um conjunto de pontos.
- ✓ Um **plano** é um conjunto infinito com duas dimensões.

A geometria plana ou euclidiana estuda o comportamento de estruturas no plano, a partir de conceitos básicos primitivos como ponto, reta e plano. Estuda o conceito e a construção de figuras planas como quadriláteros, triângulos, círculos, com suas propriedades, formas, tamanhos e o estudo de suas áreas e perímetro.

Os conceitos básicos, ou primitivos, da geometria plana, são chamados de axiomas, ou seja, são aceitos sem demonstrações. São apenas noções que auxiliam no entendimento de conceitos mais completos.

Conceito de ponto

Segundo “Os Elementos”, de Euclides, um ponto é definido como “o que não tem partes”. É apenas uma posição no espaço. É representado por letras maiúsculas, como ilustrado (figura 37).

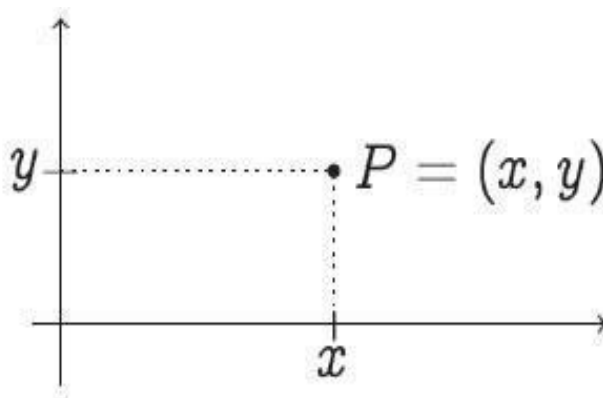


Figura 37: Representação de um ponto.

Conceito de reta

Uma reta é a reunião de infinitos pontos. É uma “linha” com comprimento, mas sem largura, como mostra a imagem (*figura 38*). É sempre representada por uma letra minúscula.

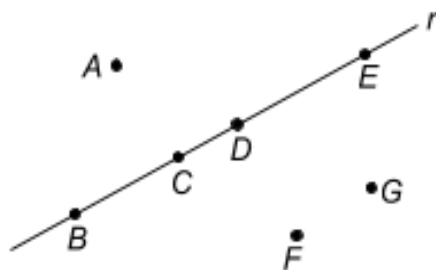


Figura 38: Representação da reta r , contendo os pontos B , C , D e E nela.

Conceito de plano

Um plano é uma região onde há infinitos pontos e infinitas retas, como mostra a imagem (*figura 39*). É um elemento com comprimento e largura. Geralmente é representado por letras gregas.

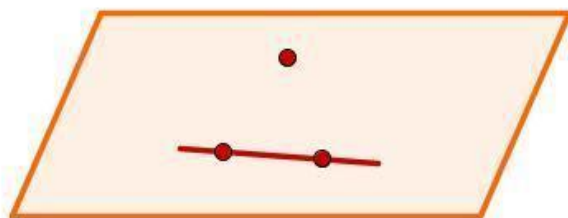


Figura 39: Representação de um plano, demonstrando que é formado por pontos e retas.

Retas, semirretas e segmentos de reta

Retas

Na Geometria, as retas são definidas apenas como conjuntos de pontos. Sabemos, além disso, que as retas são linhas que não fazem curvas e que são ilimitadas e infinitas. Desse modo, as retas possuem infinitos pontos e nenhum espaço entre eles.

As retas são objetos que possuem uma dimensão apenas, assim, só é possível tomar uma medida em qualquer objeto que esteja definido dentro de uma reta: o comprimento.

As retas normalmente são representadas por uma linha finita que, às vezes, possui setas em suas pontas para indicar a sua direção.

As retas podem estar na horizontal, vertical ou inclinada, como ilustrado (*figura 40*).

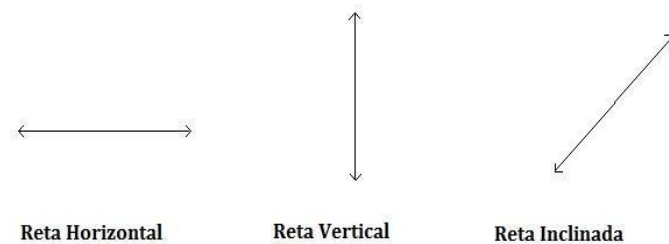


Figura 40: Representação das posições das retas.

Semirretas

As semirretas podem ser encontradas “dentro” de uma reta. Elas possuem um ponto inicial, mas não possuem ponto final. É como se, em algum ponto de sua extensão, a reta sofresse um corte. A notação usada para as semirretas é a S_{AB} , em que A é o ponto inicial e B é a direção para onde a semirreta segue, como ilustrado (figura 41).

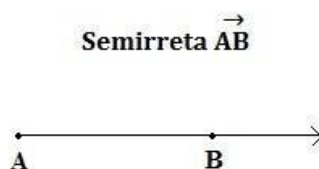


Figura 41: Representação de uma semirreta.

Segmento de reta

Um segmento de reta é a parte de uma reta que pode ser medida. Isso significa que, embora possua infinitos pontos, não é ilimitado. Assim, um segmento de reta é uma parte da reta que possui ponto inicial e ponto final, como ilustrado (figura 42).

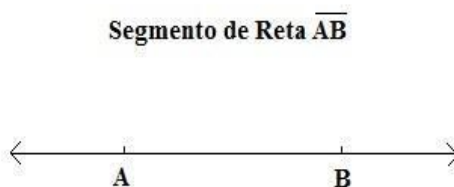


Figura 42: Representação de um segmento de reta.

Classificação de retas

- ✓ **Retas paralelas:** duas ou mais retas são ditas paralelas quando não existe ponto de encontro entre elas. Assim, elas não formam ângulo nem se encontram em qualquer parte de sua extensão infinita, como ilustrado (figura 43).

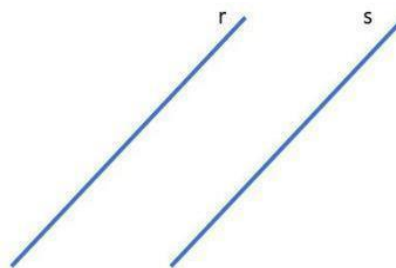


Figura 43: Representação de retas paralelas.

- ✓ **Retas Concorrentes Perpendiculares:** possuem um ponto em comum, o qual forma um ângulo reto (90°), como ilustrado (figura 44).

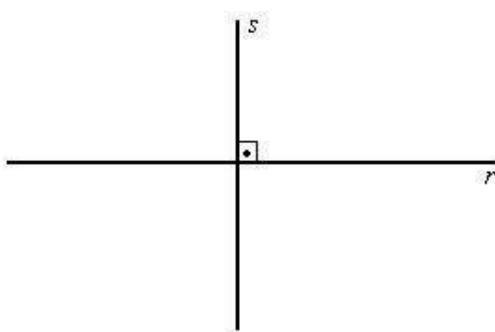


Figura 44: Representação de retas concorrentes perpendiculares.

- ✓ **Retas concorrentes:** dizemos que duas **retas** são concorrentes quando elas possuem apenas um ponto em comum. Isso significa que existe um ângulo entre essas duas retas justamente no ponto de encontro entre elas. Quando esse ângulo é de 90° , essas retas também são chamadas de *perpendiculares*, como ilustrado (figura 45).

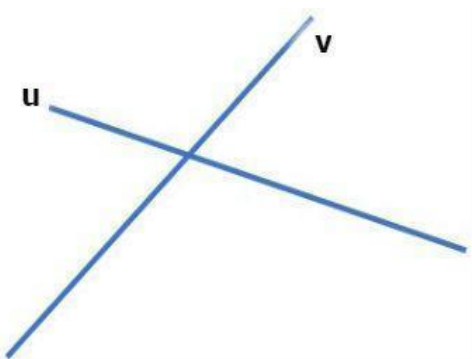


Figura 45: Representação de retas concorrentes.

- ✓ **Retas transversais:** retas que são transversais às outras retas. É definida como uma reta que possui interseção com as outras retas em pontos diferentes como ilustrado (figura 46).

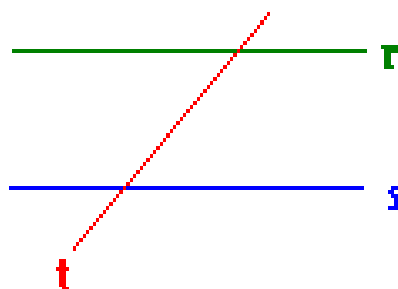


Figura 46: Representação de retas transversais.

- ✓ **Retas coincidentes:** são retas que possuem pelo menos dois pontos em comum. Como reta alguma faz curva, se duas retas possuem dois pontos em comum, elas possuem todos os pontos em comum. O resultado disso é visto geometricamente como uma reta só, como ilustrado (figura 47).

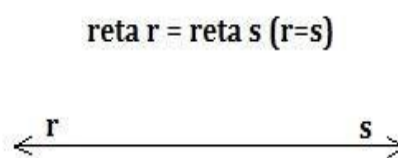


Figura 47: Representação de retas coincidentes.

EXEMPLO:

Dada a figura a seguir (figura 48), assinale a alternativa correta:

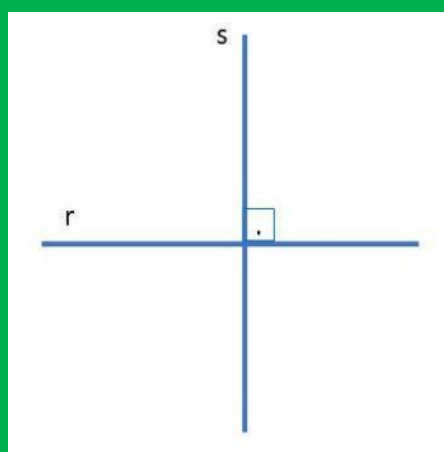


Figura 48: retas r e s .

- a) Retas paralelas.
- b) Retas transversais.

- c) Retas concorrentes perpendiculares.
- d) Retas coincidentes.

RESPOSTA: letra c

Pois elas possuem um ponto em comum e forma um ângulo de 90° .

Ângulos

O ângulo é a medida da abertura entre dois segmentos de reta. Desse modo, existe um número que está relacionado com cada abertura entre duas semirretas e, quanto maior a abertura, maior esse número, em outras palavras o ângulo é uma medida expressa em graus que é atribuível à região ou conjunto de pontos situados entre duas semirretas de mesma origem. Geralmente os ângulos são representados por letras maiúsculas com acento circunflexo. O instrumento utilizado para medir um ângulo é o transferidor.

Classificação dos ângulos:

- ✓ **Ângulo agudo:** chamamos de ângulo agudo quando a sua abertura em grau é maior do que 0° e menor que 90° .
- ✓ **Ângulo reto:** o ângulo reto é a medida exata em abertura de 90° .
- ✓ **Ângulo obtuso:** o ângulo obtuso é a abertura maior que 90° e menor que 180° .
- ✓ **Ângulo raso:** o ângulo raso é a quando a medida tem exatamente 180° .

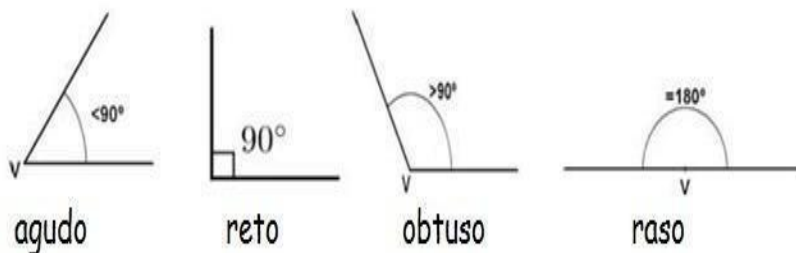


Figura 49: Representação das classificações dos ângulos.

Indicado na imagem a classificação de ângulos (figura 49).

EXEMPLO:

Dada a figura a seguir (figura 50), assinale a alternativa que corresponde ao ângulo.



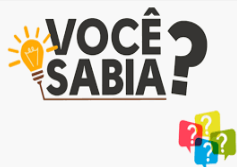
Figura 50: Melancia partida ao meio.

- a) Ângulo reto.
- b) Ângulo obtuso.
- c) Ângulo agudo.
- d) Ângulo raso.

Solução:

Possui a medida exatamente a 180°

RESPOSTA: letra d



VOCÊ SABIA?

A geometria, como ciência, teve origem em problemas práticos do mundo antigo, como a medição de terrenos e a construção de edifícios. Por isso, seu nome deriva do grego: "geo" significa terra e "metria" significa medida, ou seja, "medida da terra".

Embora a geometria plana seja amplamente conhecida como euclidiana, graças aos estudos de Euclides, os babilônios e egípcios já utilizavam conceitos geométricos há mais de 4.000 anos, principalmente para resolver questões de agricultura e arquitetura. Foi Euclides, no entanto, quem organizou esses conhecimentos de forma sistemática em sua obra "**Os Elementos**", que influenciou a matemática por séculos.

Polígonos

Polígonos regulares

Trata-se de polígonos cujos lados são todos iguais, ou seja, são do mesmo tamanho, como ilustrado (figura 51).

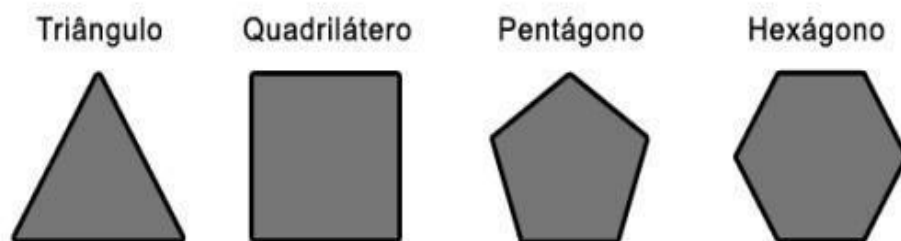


Figura 51: Exemplos de polígonos regulares.

Repare que todas as figuras são formadas por três ou mais segmentos que são os lados de cada figura, e que cada lado intersecta ou liga somente com outros dois lados. O encontro dessa ligação chamamos **vértice** e, além disso, esses dois lados que se encontram nunca são paralelos.

Polígonos não-regulares

Vimos alguns exemplos de polígonos regulares, ou seja, polígonos cujos lados são todos iguais de mesmo tamanho. Mas, existem também polígonos cujos lados podem ser de tamanhos diferentes os quais chamamos de **polígonos não-regulares**.

EXEMPLOS:

- ✓ Pentágono regular e não-regular (figura 60)

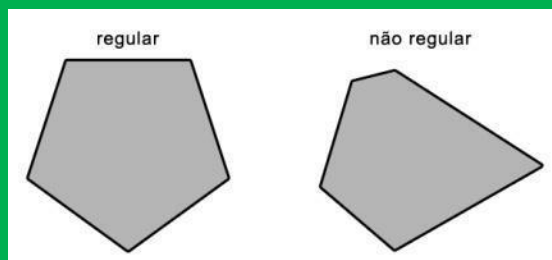


Figura 52: Ilustração de pentágono regular e não-regular.

- ✓ Hexágono regular e não-regular (figura 61).

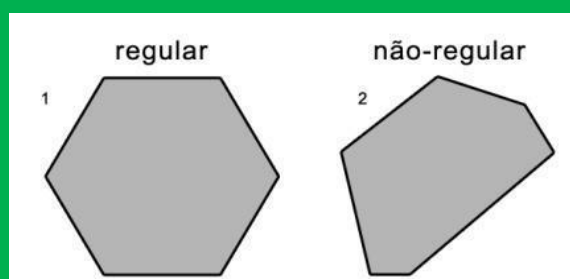


Figura 53: Ilustração de hexágono regular e não-regular.

Principais figuras planas

Dentre as principais figuras planas podemos destacar:

- ✓ Triângulo;
- ✓ Quadrado;
- ✓ Retângulo;
- ✓ Trapézio;
- ✓ Losango;
- ✓ Círculo.

A imagem a seguir ilustra algumas dessas figuras planas (*figura 54*).

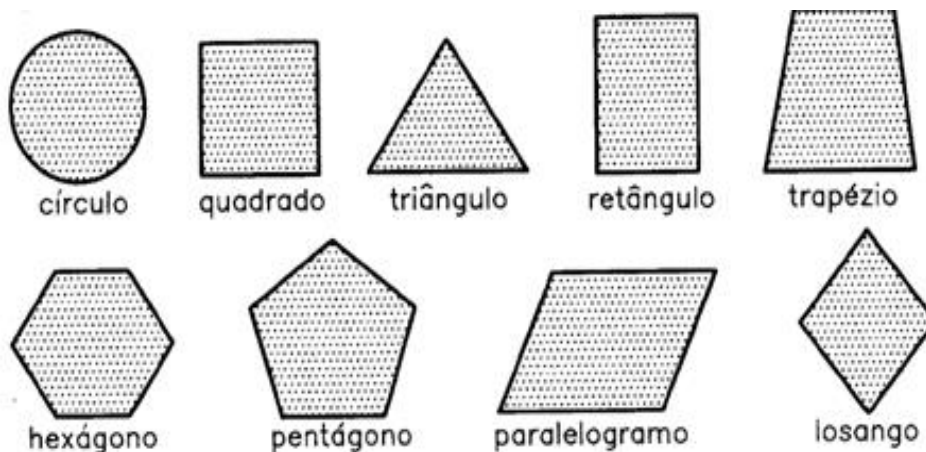


Figura 54: Exemplos de figuras planas.

“As figuras planas com três ou mais lados são chamadas de polígonos”

Triângulos

Triângulo é um polígono formado por três lados e três ângulos internos. Os vértices de um triângulo são representados por letras maiúsculas e os lados são representados por letras minúsculas.

Os triângulos podem ser classificados de acordo com seus lados e seus ângulos internos. Além disso, um triângulo pode ser mais de um tipo ao mesmo tempo.

Os triângulos são polígonos de três lados que podem ser classificados de duas maneiras:

- ✓ Quanto à medida dos lados;
- ✓ Quanto à medida dos ângulos.

Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados

Em relação aos lados, podem ser classificados como:

- ✓ **Equilátero:** são os triângulos que possuem os três lados e ângulos iguais, sendo que os ângulos medem 60° .
- ✓ **Isósceles:** são triângulos em que pelo menos dois de seus lados tenham medidas iguais. O ângulo formado pelos lados que têm medidas iguais é chamado de ângulo do vértice.
- ✓ **Escaleno:** são os triângulos em que todos os lados possuem medidas diferentes.

A imagem a seguir (figura 55) ilustra a classificação dos triângulos quanto à medida dos lados.

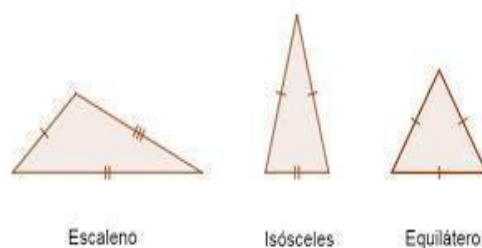


Figura 55: Representação da classificação de triângulo quanto ao lado.

Classificação dos triângulos quanto à medida dos ângulos

Em relação aos ângulos internos, podem ser classificados como:

- ✓ **Retângulo:** são triângulos onde um de seus ângulos mede 90° , conhecido como ângulo reto. Os demais ângulos são chamados de complementares, cuja soma é igual a 90° . No triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa e os lados adjacente e oposto ao ângulo são chamados de catetos.
- ✓ **Obtusângulo:** são triângulos onde um de seus ângulos mede mais que 90° .
- ✓ **Acutângulo:** são triângulos onde todos os seus ângulos medem menos que 90° .

A imagem a seguir (figura 56) ilustra a classificação dos triângulos quanto à medida dos ângulos.



Figura 56: Representação da classificação de triângulo quanto ao ângulo.

Circunferência e círculo

Uma circunferência é uma região do plano formada por pontos que são equidistantes de um ponto fixo chamado de centro da circunferência, ou seja, é formada por pontos que possuem a mesma distância do centro.

Em toda circunferência, tem raio, diâmetro e corda. Vejamos o que significa cada um:

- ✓ **Raio:** o raio (r) da circunferência é o segmento de reta que une o centro (C) da circunferência à sua extremidade.
- ✓ **Diâmetro:** o segmento de reta que une as duas extremidades da circunferência e passa pelo centro C é chamado de diâmetro da circunferência e é denotado pela letra d . O diâmetro é o dobro do raio, ou seja, $d = 2r$.
- ✓ **Corda:** qualquer segmento de reta que una dois extremos da circunferência e que não passe pelo centro é chamado de corda.

A imagem a seguir (figura 57) ilustra uma circunferência.

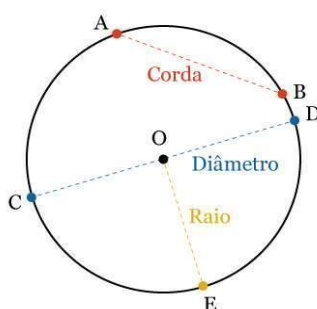


Figura 57: Representação de uma circunferência.

A definição de círculo é decorrente da definição de circunferência, pois um círculo é a região interna da circunferência. Como o círculo é uma região do plano determinada por uma circunferência, os elementos do círculo coincidem com os elementos da circunferência, isto é, ele também apresenta raio, diâmetro e corda, como ilustrado (figura 58).

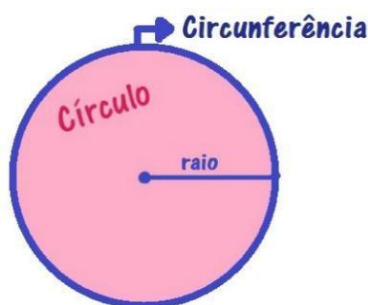


Figura 58: Representação de um círculo e circunferência.

Perímetro e área de figuras planas

O perímetro de qualquer figura plana se dá pela soma de seus lados, ou seja, no triângulo é a soma de seus 3 lados; no quadrilátero é soma de seus 4 lados; e assim por diante.

O perímetro também é indicado pelo comprimento do contorno de uma figura plana. No caso do círculo, o perímetro é igual ao comprimento da circunferência que forma o círculo dado por:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

(comprimento é igual a duas vezes Pi vezes o raio sendo $\pi = 3,14$)

Vejamos (figura 59) as fórmulas usadas para calcular a área das principais figuras planas:

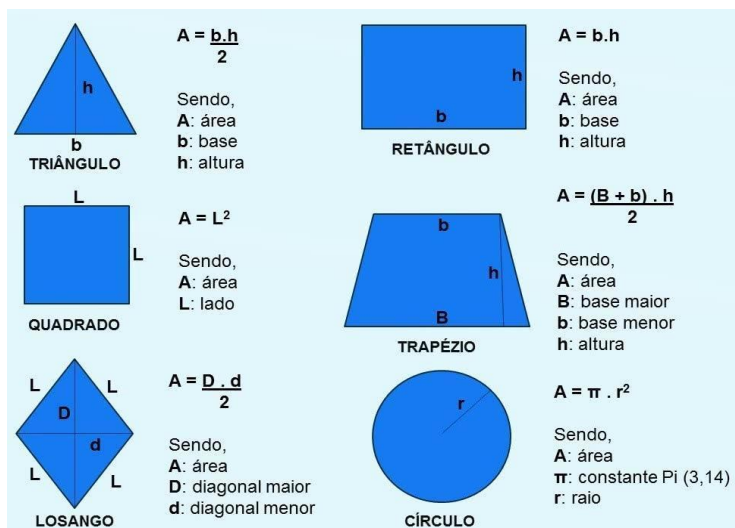


Figura 59: Fórmulas da área das principais figuras planas.

EXEMPLOS:

- a) O triângulo a seguir (figura 60) representa um terreno que será impermeabilizado para receber futuras obras. O metro quadrado do material impermeabilizante custa R\$ 5,00. Calcule o valor que será gasto nesse procedimento.

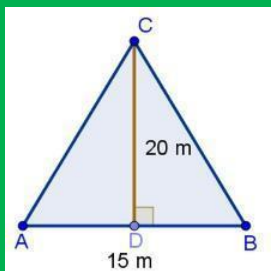


Figura 60: Triângulo ABC.

- a) R\$ 1200,00
- b) R\$ 1384,50
- c) R\$ 750,00
- d) R\$ 1400,00
- e) R\$ 1421,50

Resolução:

Primeiramente, calcule a área do triângulo.

$$A = \frac{15 \cdot 20}{2}$$

$$A = \frac{300}{2}$$

$$A = 150 \text{ m}^2$$

Agora multiplique a área pelo valor do produto impermeabilizante.

$$150 \cdot 5 = 750,00$$

RESPOSTA:

O gasto será de R\$ 750,00. Sendo assim, a **letra “c”** está correta.

- b) Qual a área de um losango que possui diagonal maior medindo 10 cm e diagonal menor medindo 7 cm?

Resolução:

Substituindo os valores informados temos:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{10 \cdot 7}{2}$$

$$A = \frac{70}{2}$$

$$A = 35 \text{ m}^2$$

RESPOSTA:

Portanto, a área do losango é 35 cm².

- c) Calcule a área de um paralelogramo que possui base igual a 15 centímetros e altura igual a 25 centímetros.

Resolução:

Para calcular a área do paralelogramo, ignora-se o valor de seu lado e considera-se apenas o valor de sua base e altura.

Substituindo os valores da base e da altura na fórmula $A = b \cdot h$ temos:

$$A = b \cdot h$$

$$A = 15 \cdot 25$$

$$A = 375 \text{ cm}^2$$

RESPOSTA:

A área do paralelogramo então é 375 cm^2 .

- d) Calcule a área de um trapézio que possui 20 centímetros de altura e bases de 40 e 30 centímetros, respectivamente.

Resolução:

O trapézio em questão é ilustrado na figura a seguir (*figura 61*):

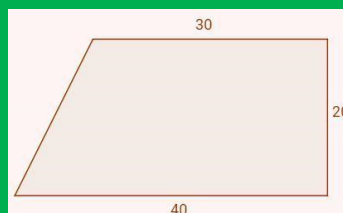


Figura 61: Trapézio.

Sabendo que a área do trapézio é dada pela fórmula:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Dadas às informações, basta substituir os valores e realizar os cálculos, lembrando que as operações no interior dos parênteses devem ser realizadas primeiro.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(40 + 30) \cdot 20}{2}$$

$$A = \frac{(70) \cdot 20}{2}$$

$$A = \frac{1400}{2}$$

$$A = 700 \text{ cm}^2$$

RESPOSTA:

Sendo assim, a área do trapézio é 700 cm².

- e) Um dos sistemas de irrigação utilizados na Agronomia é o de pivô central. Um braço de metal é preso por uma de suas extremidades ao centro de um círculo e percorre um campo circular durante o dia irrigando os locais por onde passa, de modo que a outra extremidade passa pela borda desse mesmo círculo. O resultado obtido por esse sistema são plantações perfeitamente circulares.

Supondo que o braço utilizado para irrigação de um campo circular tenha o comprimento de 30 metros, qual será a área irrigada por ele em uma volta? ($\pi = 3,14$)

Resolução:

Como o braço está preso à extremidade e ao centro do círculo, então, ele representa seu raio. Desse modo, o raio desse círculo tem 30 metros.

Para calcular a área, basta substituir essas informações na fórmula do cálculo de área de um círculo.

Vejamos:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 30^2$$

$$A = 3,14 \cdot 900$$

$$A = 2826 \text{ m}^2$$

RESPOSTA:

Sendo assim, a área do braço é de 2826 m².

- f) Uma praça tem formato circular e deseja-se cercá-la para a realização de um evento durante um final de semana. Para tanto, serão gastos R\$ 8,50 por metro de material. Sabendo que o diâmetro dessa praça é de 30 metros, qual será o valor gasto com a cerca nesse evento?

- a) R\$ 1601,40.
- b) R\$ 800,70.
- c) R\$ 900,00.
- d) R\$ 1600,00.
- e) R\$ 94,20.

Resolução:

Sabendo que a fórmula usada para determinar o comprimento da circunferência é:

$$C = 2\pi r$$

E que o diâmetro é o dobro do raio, podemos fazer:

$$d = 2r$$

$$30 = 2r$$

$$r = \frac{30}{2}$$

$$r = 15 \text{ cm}$$

(raio é a metade do diâmetro)

Calculado o raio, basta substituir seu valor na fórmula do Comprimento da circunferência ou círculo.

Vejamos:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 15$$

$$C = 6,28 \cdot 15$$

$$C = 94,2 \text{ metros}$$

Sabendo que serão 94,2 metros de cerca, para encontrar o custo, basta multiplicar esse comprimento pelo valor da cerca por metro:

$$94,2 \cdot 8,50 = 800,70$$

Assim, serão gastos **R\$ 800,70**.

RESPOSTA:

Portanto, a alternativa correta é a **letra “b”**.

Principais teoremas

Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras está relacionado com o comprimento dos lados do triângulo retângulo. Essa figura geométrica é formada por um ângulo interno de 90°, chamado de **ângulo reto**.

O enunciado desse teorema é: *a soma dos quadrados de seus catetos corresponde ao quadrado de sua hipotenusa.*

Fórmula

Segundo o enunciado do Teorema de Pitágoras, a fórmula é representada da seguinte maneira: $a^2 = b^2 + c^2$ (**quadrado da hipotenusa = ao quadrado de um cateto + o quadrado do outro cateto**).

Sendo:

- ❖ **a**: hipotenusa.
- ❖ **b**: cateto.
- ❖ **c**: cateto.

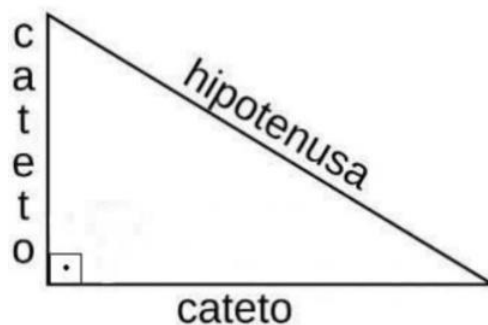


Figura 62: Representação de um triângulo retângulo.

A **hipotenusa** é o **maior** lado de um **triângulo retângulo** e o lado oposto ao ângulo reto. Os outros dois lados são os **catetos**. O ângulo formado por esses lados possui medida igual a 90° (ângulo reto), como ilustrado (figura 62).

Identificamos ainda os catetos, de acordo com um ângulo de referência. Ou seja, o cateto poderá ser chamado de cateto adjacente ou cateto oposto.

Quando o cateto está junto ao ângulo de referência, é chamado de **adjacente**, por outro lado, se está contrário a este ângulo, é chamado de **oposto**, como ilustrado (figura 63).

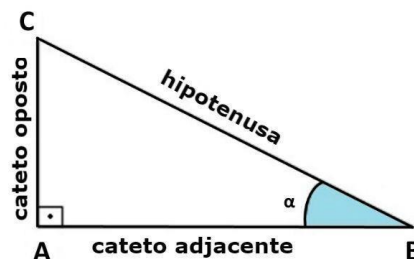
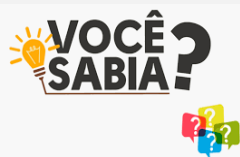


Figura 63: Representação de um triângulo retângulo com um ângulo de referência para determinar os catetos oposto e adjacente.

Teorema de Tales

O **Teorema de Tales** é uma teoria aplicada na geometria acerca do conceito relacionado entre retas paralelas e transversais.



VOCÊ SABIA?

Tales de Mileto, além de ser conhecido como o “Pai da Geometria Descritiva”, é também considerado um dos primeiros matemáticos a introduzir conceitos de lógica nos cálculos. Ele foi o responsável por criar o famoso **Teorema de Tales**, que descreve a relação entre segmentos proporcionais formados por retas paralelas cortadas por duas transversais.

Um fato curioso é que Tales utilizou seus conhecimentos de geometria para prever fenômenos astronômicos e medir distâncias inacessíveis, como a largura de um rio, sem precisar atravessá-lo. Ele fez isso utilizando estacas e ângulos de visão, mostrando como a matemática pode ser aplicada de forma prática para resolver problemas do cotidiano.

Conceito

O conceito do Teorema de Tales é expresso pela sentença: “A interseção entre duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais”.

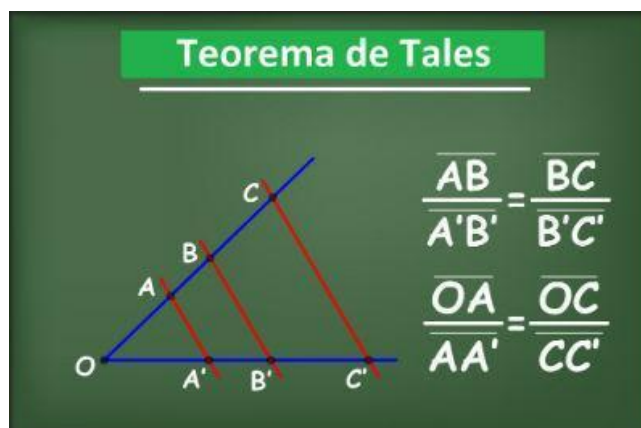


Figura 64: Ilustração da relação do Teorema de Tales.

O teorema de Tales é ilustrado na imagem (figura 64):

EXEMPLO:

Para compreender melhor o Teorema de Tales, observe a figura abaixo (figura 65):

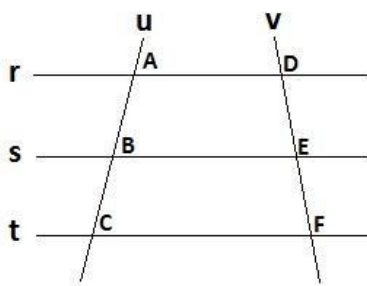


Figura 65: Retas paralelas cortadas por retas transversais.

Na figura acima as retas transversais u e v interceptam as retas paralelas r, s e t. Os pontos pertencentes na reta u são: A, B e C; e na reta v, os pontos: D, E e F. Logo, de acordo com o Teorema de Tales:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

(segmentos proporcionais)

Lê-se: AB está para BC, assim como DE está para EF.

Teorema de Tales nos triângulos

O teorema de Tales também é aplicado em situações que envolvem triângulos. Veja abaixo um exemplo em que se aplica o teorema (figura 66):

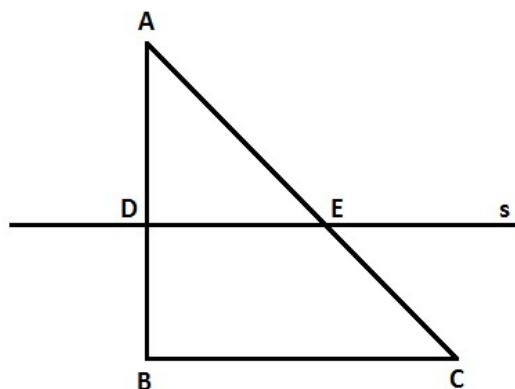


Figura 66: Aplicação do teorema de Tales no triângulo.

De acordo com a semelhança entre triângulos podemos afirmar que: o triângulo ABC é semelhante ao triângulo ADE.

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE$$

(triângulo ABC é semelhante ao triângulo AED)

EXEMPLOS:

- 1) Sejam as retas r, s e t tais que $r \parallel s \parallel t$. Vamos determinar a medida dos segmentos AB e BC da figura abaixo (figura 75):

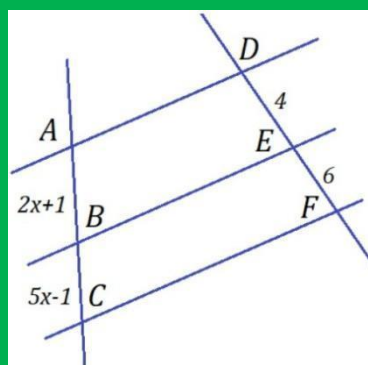


Figura 67: Representação de retas paralelas cortadas por retas transversais.

Resolução:

As medidas de cada segmento são:

- ✓ $AB = 2x + 1$
- ✓ $BC = 5x - 1$
- ✓ $DE = 4$
- ✓ $EF = 6$
- ✓ $AC = 2x + 1 + 5x - 1 = 7x$
- ✓ $DF = 4 + 6 = 10$

Pelo teorema de Tales, podemos então afirmar:

$$\frac{2x + 1}{4} = \frac{5x - 1}{6} = \frac{7x}{10}$$

Para resolver esta equação podemos escolher **dois** entre os três termos acima na igualdade.

- ✓ Escolhendo os termos AB , DE , BC e EF :

$$\frac{2x + 1}{4} = \frac{5x - 1}{6}$$

$$6 \cdot (2x + 1) = 4 \cdot (5x - 1)$$

$$12x + 6 = 20x - 4$$

$$6 + 4 = 20x - 12x$$

$$10 = 8x$$

$$x = \frac{10}{8}$$

$$x = 1,25$$

$$AB = 2x + 1 = 2 \cdot 1,25 + 1 = 3,5$$

$$BC = 5x - 1 = 5 \cdot 1,25 - 1 = 5,25$$

REPOSTA:

Então, as medidas valem **AB = 3,5** e **BC = 5,25**.

- 2) Agora, considere três terrenos que estão entre duas ruas, A e B. Sabendo que as medidas de cada terreno de frente a rua A são 40 m, 30 m e 20 m, vamos determinar a medida de cada terreno para a rua B sabendo que a frente para essa rua tem 180 m. Vamos ilustrar (figura 68) segundo o nosso problema um esboço dos terrenos:

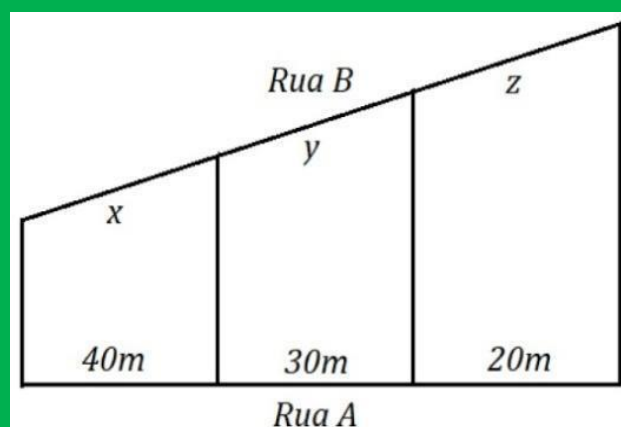


Figura 68: Representação de três terrenos (Exemplo 2 do Teorema de Tales).

Resolução:

Pelo enunciado podemos dizer que $x + y + z = 180$, então pelo teorema de Tales, a relação dos seus lados será dada por:

$$\frac{x + y + z}{x} = \frac{40 + 30 + 20}{40}$$

$$\frac{180}{x} = \frac{90}{40}$$

$$90x = 7200$$

$$x = 80$$

$$\frac{x + y + z}{y} = \frac{40 + 30 + 20}{30}$$

$$\frac{180}{y} = \frac{90}{30}$$

$$90y = 180.30$$

$$90y = 5400$$

$$y = 60$$

$$\frac{x + y + z}{z} = \frac{40 + 30 + 20}{20}$$

$$\frac{180}{z} = \frac{90}{20}$$

$$90z = 180.20$$

$$90z = 3600$$

$$z = 40$$

REPOSTA:

Então, as medidas valem:

$$x = 80$$

$$y = 60$$

$$z = 40$$

- 3) Agora, um exemplo com um triângulo onde os segmentos DE e BC são paralelos (*figura 69*). Vamos determinar o valor da medida AE.

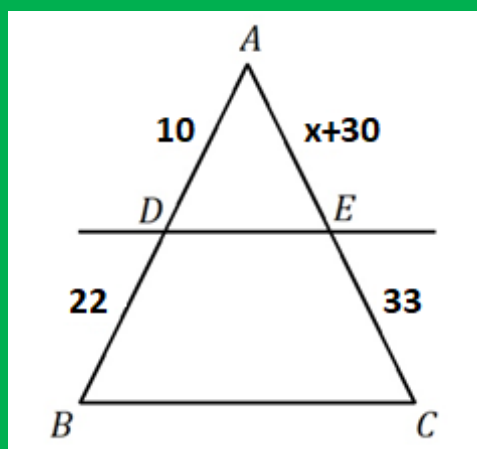


Figura 69: Representação de aplicação de Teorema de Tales em um triângulo.

Resolução:

Pela definição do teorema podemos:

$$\frac{10 + 22}{10} = \frac{x + 30 + 33}{x + 30}$$

$$\frac{32}{10} = \frac{x + 63}{x + 30}$$

$$32 \cdot (x + 30) = 10 \cdot (x + 63)$$

$$32x + 960 = 10x + 630$$

$$32x - 10x = 630 - 960$$

$$22x = -330$$

$$x = \frac{-330}{22}$$

$$x = -15$$

RESPOSTA:

Logo, AE que vale $x+30$ será $-15+30$ que dá 15.

AE = 15

Figuras espaciais

A **geometria espacial** é a área da matemática que estuda figuras no espaço, ou seja, que possuem **mais de duas dimensões**.

Assim como a geometria plana, o estudo da geometria espacial está baseado em axiomas fundamentais. Além dos axiomas já utilizados em geometria plana (ponto, reta e plano), outros quatro são importantes para entender a geometria espacial:

- ✓ Por três pontos não colineares passa um único plano.
- ✓ Qualquer que seja o plano, existem infinitos pontos nesse plano e infinitos pontos fora dele.
- ✓ Se dois planos distintos têm um ponto em comum, então a intersecção entre eles é uma reta.
- ✓ Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida nesse plano.

As figuras espaciais, objetos de estudo desse campo da geometria, são conhecidas como **sólidos geométricos**, ou ainda, **figuras geométricas espaciais**. Assim, é possível determinar o volume destes mesmos objetos, ou seja, o espaço que estes ocupam.

Principais figuras espaciais

Dentre as principais figuras espaciais podemos destacar:

- ✓ Cubo;
- ✓ Paralelepípedo;
- ✓ Pirâmide;
- ✓ Cone;
- ✓ Cilindro e Esfera.

A imagem ilustra (*figura 70*) as principais figuras espaciais:

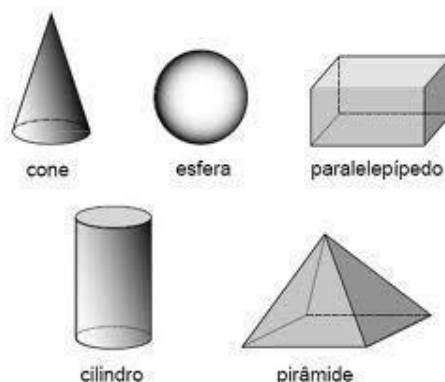


Figura 70: Exemplos de sólidos geométricos também conhecidos como figuras espaciais.

Essas figuras espaciais estão inseridas em dois grandes grupos, um relacionado aos corpos redondos (Exemplos: cone, cilindro e esfera) e o outro aos poliedros (Exemplos: cubo, prisma e pirâmide), como ilustrado (*figura 71*).

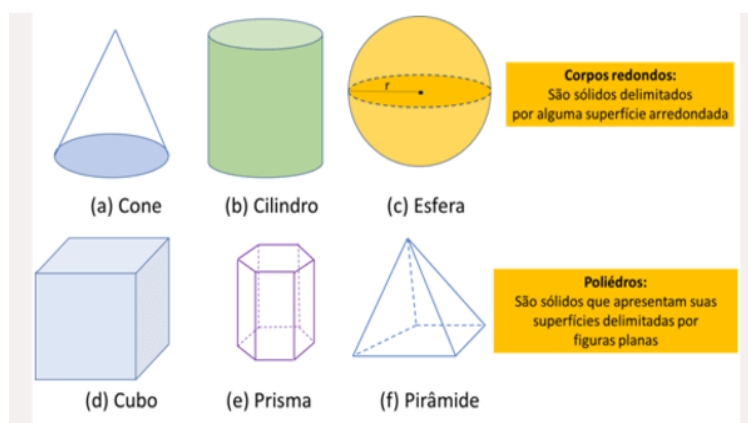


Figura 71: Exemplos de figuras que pertencem ao grupo de sólidos de corpos redondos e ao grupo de sólidos chamados de poliedros (copos não-redondos).

Área e volume de figuras espaciais

Confira abaixo (figura 72) as fórmulas para os cálculos de área e volume das principais figuras espaciais:

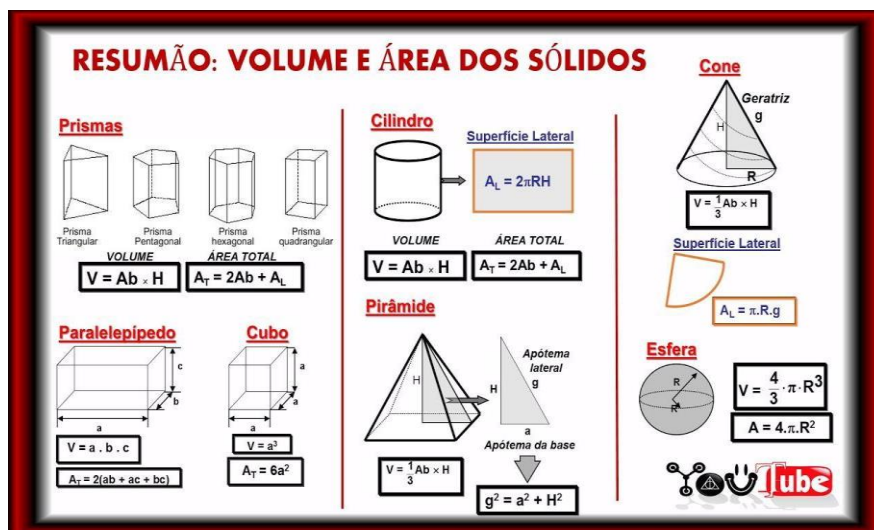


Figura 72: Fórmulas de área e volume das principais figuras espaciais.

Volume de um cubo

O cubo é uma figura geométrica espacial formada por 12 arestas congruentes – com a mesma medida, 6 faces quadrangulares e 8 vértices. Lembrando que arestas são segmentos de retas, enquanto os vértices estão relacionados aos pontos.

O volume de uma figura geométrica corresponde ao espaço ocupado por determinado objeto. Assim, para calcular o volume do cubo utiliza-se a fórmula:

$$V = a^3$$

Sendo “a” o valor da aresta do cubo.



Figura 73: Representação de um cubo.

A imagem (figura 73) representa os elementos de um cubo.

EXEMPLO:

Calcule o volume do cubo da imagem a seguir (figura 74) :

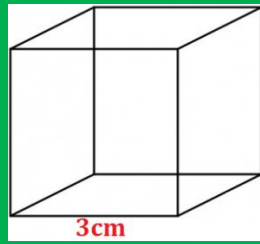


Figura 74: Representação de um cubo.

Resolução:

Sabendo que a aresta desse cubo é 3 cm e a fórmula utilizada para o cálculo de seu volume é:

$$V = a^3$$

Então:

$$V = 3^3$$

$$V = 27 \text{ cm}^3$$

RESPOSTA:

Volume do cubo é igual a 27 cm³.

Volume de um paralelepípedo

O paralelepípedo é uma figura geométrica espacial que faz parte dos sólidos geométricos. Trata-se de um prisma que possui base e faces em formato de paralelogramos (polígono de quatro lados). Em outras palavras, o paralelepípedo é um prisma quadrangular com base de paralelogramos.

Para calcular o volume do paralelepípedo como o representado pela imagem (figura 75) é dado através da fórmula:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

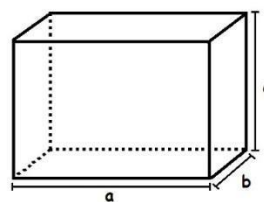


Figura 75: Representação de um paralelepípedo.

EXEMPLO:

Um bloco retangular possui 5cm de comprimento, 10 cm de altura e 2 cm de largura. Sabendo disso, calcule o volume desse bloco.

Resolução:

Sabemos que o cálculo do volume do retângulo é $V = a \cdot b \cdot c$, sendo a = comprimento, b = largura e c = altura, então basta substituir os valores 5 cm, 10 cm e 2 cm na fórmula para descobrir o volume desse paralelepípedo.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 5 \cdot 2 \cdot 10$$

$$V = 10 \cdot 10$$

$$V = 100 \text{ cm}^3$$

(volume do paralelepípedo é igual a 100 cm^3)

Volume de uma pirâmide

A pirâmide é uma figura geométrica espacial, mais precisamente um poliedro. Ela é composta por uma base e um vértice. Sua base pode ser triangular, pentagonal, quadrada, retangular, paralelogramo. Já o vértice, corresponde ao ponto mais distante da base da pirâmide e que une todas as faces laterais triangulares. Em outros termos, a pirâmide é um sólido geométrico de base poligonal que possui todos os vértices num plano (plano da base). Sua altura corresponde a distância entre o vértice e sua base.

Para calcular o volume da pirâmide, tem-se a expressão:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

Onde, " A_b " indica à área da base da pirâmide e " h " a altura da pirâmide.

A imagem ilustra elementos de uma pirâmide de base quadrada (*figura 76*).

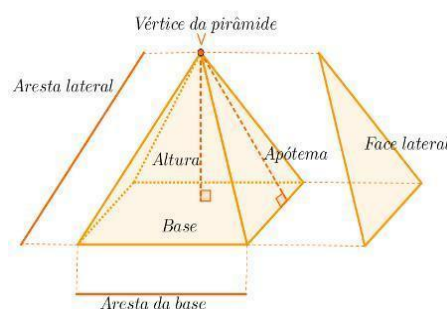


Figura 76: Representação da pirâmide com base quadrada.

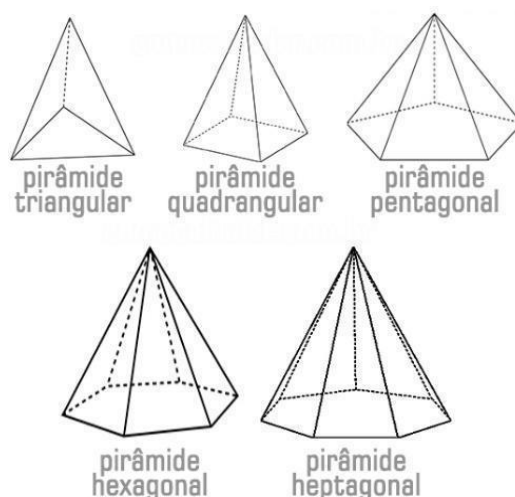


Figura 77: Representação dos tipos de pirâmides.

A imagem ilustra tipos de pirâmides (figura 77).

EXEMPLO:

Qual o volume de uma pirâmide regular com 9 m de altura e base quadrada com perímetro de 8 m?

Resolução:

Para resolver esse problema, temos que estar atentos ao conceito de perímetro.

O perímetro é a soma de todos os lados de uma figura. Já que se trata de um quadrado, podemos afirmar que cada lado desse quadrado mede 2 m, pois, somando os quatro lados de 2 m teremos os 8 m de perímetro.

Ou, se preferir, podemos dividir o valor do perímetro por 4, já que todos os quatro lados do quadrado são iguais.

$$\text{lado do quadrado} = \frac{\text{Perímetro do quadrado}}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Assim, podemos encontrar a área da base da pirâmide calculando a área do quadrado de lado 2 m:

$$Ab = l^2 = 2^2 = 4 \text{ m}^2$$

Feito isso, vamos substituir o valor da área da base e da altura na fórmula do volume da pirâmide:

$$V = \frac{1}{3} \cdot Ab \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 9$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36$$

$$V = \frac{36}{3}$$

$$V = 12 \text{ m}^3$$

RESPOSTA:

Volume da pirâmide é igual a 12 m³.

Volume de uma esfera

A esfera é um sólido geométrico estudado na geometria espacial, sendo classificada como um corpo redondo. A esfera é um sólido geométrico obtido através da rotação do semicírculo em torno de um eixo. É composto por uma superfície fechada na medida em que todos os pontos estão equidistantes do centro (O).

Para calcular o volume da esfera, como a ilustrada (*figura 78*), utiliza-se a fórmula:

$$V = \frac{4 \pi r^3}{3}$$

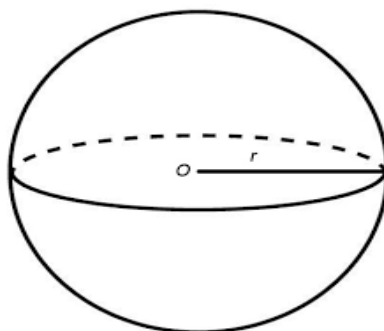


Figura 78: Representação de uma esfera.

EXEMPLO:

Um reservatório esférico possui um raio interno de 2m. Quantos metros cúbicos de gás cabe nesse reservatório? Utilize o valor de $\pi = 3,14$.

Resolução:

Para calcular basta aplicar os valores na fórmula.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 2^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8}{3}$$

$$V = \frac{32 \cdot \pi}{3}$$

$$V = \frac{32 \cdot 3,14}{3}$$

$$V = \frac{100,48}{3}$$

$$V = 33,49 \text{ m}^3$$

REPOSTA:

Volume da esfera é igual a 33,49 m³.

Logo, esse reservatório pode conter **33,49m³**.

Volume de um cilindro

O cilindro ou cilindro circular é um sólido geométrico alongado e arredondado que possui o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento. Essa figura geométrica, que faz parte dos estudos de geometria espacial, apresenta dois círculos com raios de medidas equivalentes os quais estão situados em planos paralelos.

O volume do cilindro, como o ilustrado (*figura 79*), é calculado a partir do produto da área da base pela altura, como mostra a fórmula a seguir:

$$V = A_b \cdot h$$

ou

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

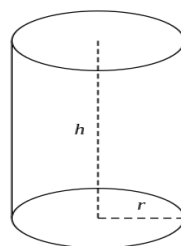


Figura 79: Representação de um cilindro.

Onde, “ A_b ” indica à área da base do cilindro (área do círculo) e “ h ” a altura do cilindro.

EXEMPLO:

Calcule o volume de um cilindro cuja altura mede 10 cm e o diâmetro da base mede 6 cm (utilize o valor de 3,14 para π).

Resolução:

Primeiramente, vamos encontrar o valor do raio dessa figura. Lembre-se que o raio é duas vezes o diâmetro. Para tanto, dividimos o valor do diâmetro por 2:

$$6 : 2 = 3$$

(raio é a metade do diâmetro, ou seja, o valor do diâmetro dividido por 2)

Logo,

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

Substituindo na fórmula:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad V = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 10 \quad V = 3,14 \cdot 9 \cdot 10 \quad V = 3,14 \cdot 90 \quad V = 282,6 \text{ cm}^3$$

RESPOSTA:

Volume do cilindro é igual a 282,6 cm³.

Portanto, o volume do cilindro é 282,6 cm³.

Volume de um cone

O cone é um sólido geométrico tridimensional - com largura, altura e comprimento - que pertence à geometria espacial. Cone é o conjunto de todos os segmentos que ligam os pontos de um círculo (base) a um ponto fora do plano em que ele está contido.

O volume do cone, como o ilustrado na imagem (*figura 80*) é dado pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$$

ou

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

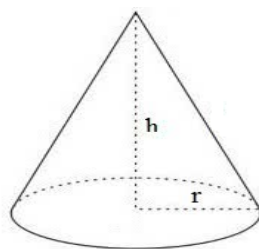


Figura 80: Representação de um cone.

EXEMPLO:

Um cone possui 21 cm de altura, e seu raio mede 10 cm. Qual é o **volume** desse **cone**? (Considere $\pi = 3$).

Resolução:

Para resolver esse problema, basta substituir os valores dados na fórmula do volume do cone:

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 21}{3}$$

$$V = \frac{3 \cdot 100 \cdot 21}{3}$$

$$V = \frac{300 \cdot 21}{3}$$

$$V = \frac{6300}{3}$$

$$V = 2100 \text{ cm}^3$$

REPOSTA:

O volume do cone é igual a 2100 cm³.

OBSERVAÇÕES:

A geometria plana é a área da matemática que estuda as figuras planas, iniciando-se nos conceitos primitivos de ponto, reta e plano, e, com base neles, desenvolvendo-se até a construção das figuras planas, com o cálculo de suas respectivas áreas e perímetros.

Além disso, ela é base para a geometria espacial, porém, a diferença entre ambas é que a primeira é bidimensional, e a segunda, tridimensional.

Nunca se esqueça de colocar a unidade de medida em tudo que for calcular, como perímetro, área e volume.



VOCÊ SABIA?

As pirâmides egípcias não foram projetadas apenas por razões estéticas ou religiosas, mas também devido à estabilidade geométrica dessa forma. O formato piramidal distribui o peso de maneira equilibrada, reduzindo a pressão sobre a base e tornando a estrutura extremamente resistente ao tempo.

Curiosamente, além do Egito, civilizações como os maias e astecas também adotaram o formato piramidal em suas construções, mostrando que essa figura geométrica era reconhecida como um símbolo de estabilidade e durabilidade em diferentes partes do mundo.

Distância entre dois pontos

Os estudos em Geometria Analítica (GA) possibilitam a relação entre a Álgebra e a Geometria, abrangendo situações em que são envolvidos ponto, reta e figuras espaciais. Um conceito básico de Geometria deve ser aproveitado na GA, a fim de estabelecer a distância entre dois pontos:

“por dois pontos passa apenas uma reta”

Dado o plano cartesiano (figura 81), vamos estabelecer a distância entre os pontos A e B.

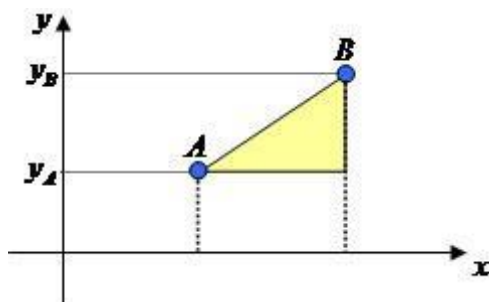


Figura 81: Representação de um triângulo no plano cartesiano destacando a distância entre dois pontos (distância entre A e B).

Observe que os pontos possuem coordenadas, sendo o ponto A (x_a , y_a) e B (x_b , y_b). Além disso, note que a distância entre eles (distância entre A e B) forma um segmento que representa a hipotenusa de um triângulo retângulo. Assim, podemos aplicar o teorema de Pitágoras para calcular essa distância.

Dados:

- ✓ Cateto BC: $y_b - y_a$
- ✓ Cateto AC: $x_b - x_a$
- ✓ Hipotenusa AB: distância (D)

Pelo Teorema de Pitágoras temos:

“o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”

Logo,

$$D^2 = (x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2$$

$$D = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

(fórmula para calcular a distância entre dois pontos)

EXEMPLO:

Dados os pontos A (2 , -3) e B (4 , 5), determine a distância entre eles.

Dados:

- ❖ x_a : 2
- ❖ x_b : 4
- ❖ y_a : -3
- ❖ y_b : 5

Resolução:

$$D = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$D = \sqrt{(4 - 2)^2 + (5 - (-3))^2}$$

$$D = \sqrt{(2)^2 + (8)^2}$$

$$D = \sqrt{4 + 64}$$

$$D = \sqrt{68}$$

RESPOSTA:

$$D = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

Distância entre dois pontos no plano

No plano, um ponto fica determinado conhecendo um par ordenado (x, y) associado a ele.

Para conhecer a distância entre dois pontos no plano iremos inicialmente representá-los, para então calcular essa distância.

EXEMPLO:

Qual a distância entre o ponto A (4, 1) e o ponto B (1, 3) (figura 82)?

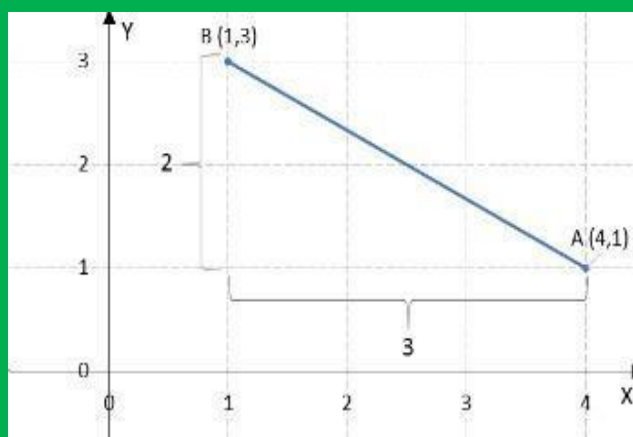


Figura 82: Representação de um segmento unindo dois pontos no plano cartesiano formando um triângulo retângulo.

Resolução:

Note que a distância entre o ponto A e o ponto B é igual à hipotenusa do triângulo retângulo de catetos 2 e 3. Assim, usaremos o teorema de Pitágoras para calcular a distância entre os pontos dados.

Dados:

- ❖ No eixo x: distância do 1 ao 4 = 3
- ❖ No eixo y: distância do 1 ao 3 = 2

$$D^2 = 3^2 + 2^2$$

$$D^2 = 9 + 4$$

$$D^2 = 13$$

$$D = \sqrt{13}$$

RESPOSTA:

$$D = \sqrt{13}$$

Ponto Médio

O ponto médio de um segmento de reta é o que separa o segmento em duas partes com **medidas iguais**, como ilustrado (figura 83).

O segmento de reta possui inúmeros pontos alinhados, mas somente um deles divide o segmento em duas partes iguais.

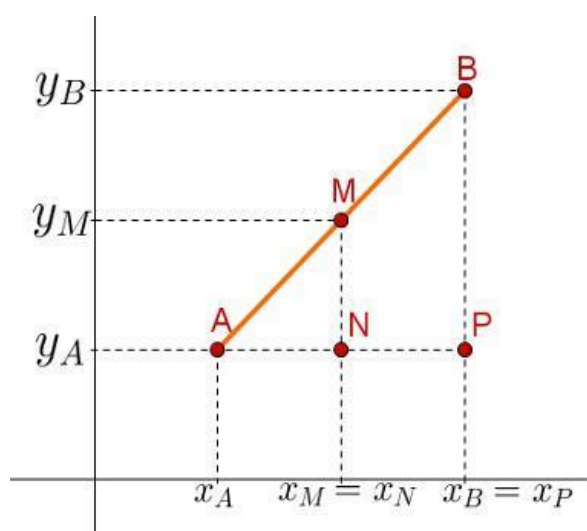


Figura 83: Representação de um segmento com indicação do ponto médio (M).

Assim, considerando M o ponto médio do segmento AB, temos a seguinte expressão matemática para determinar as coordenadas do ponto médio de qualquer segmento no plano cartesiano:

$$M = (x_M, y_M)$$

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

(fórmula para calcular o ponto médio)

EXEMPLO:

Dadas as coordenadas dos pontos A (4, 6) e B (8, 10) pertencentes ao segmento AB, determine as coordenadas do ponto médio desse segmento.

Dados:

- ❖ $x_A = 4$
- ❖ $y_A = 6$
- ❖ $x_B = 8$
- ❖ $y_B = 10$

Resolução:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

$$M = \left(\frac{4 + 8}{2}, \frac{6 + 10}{2} \right)$$

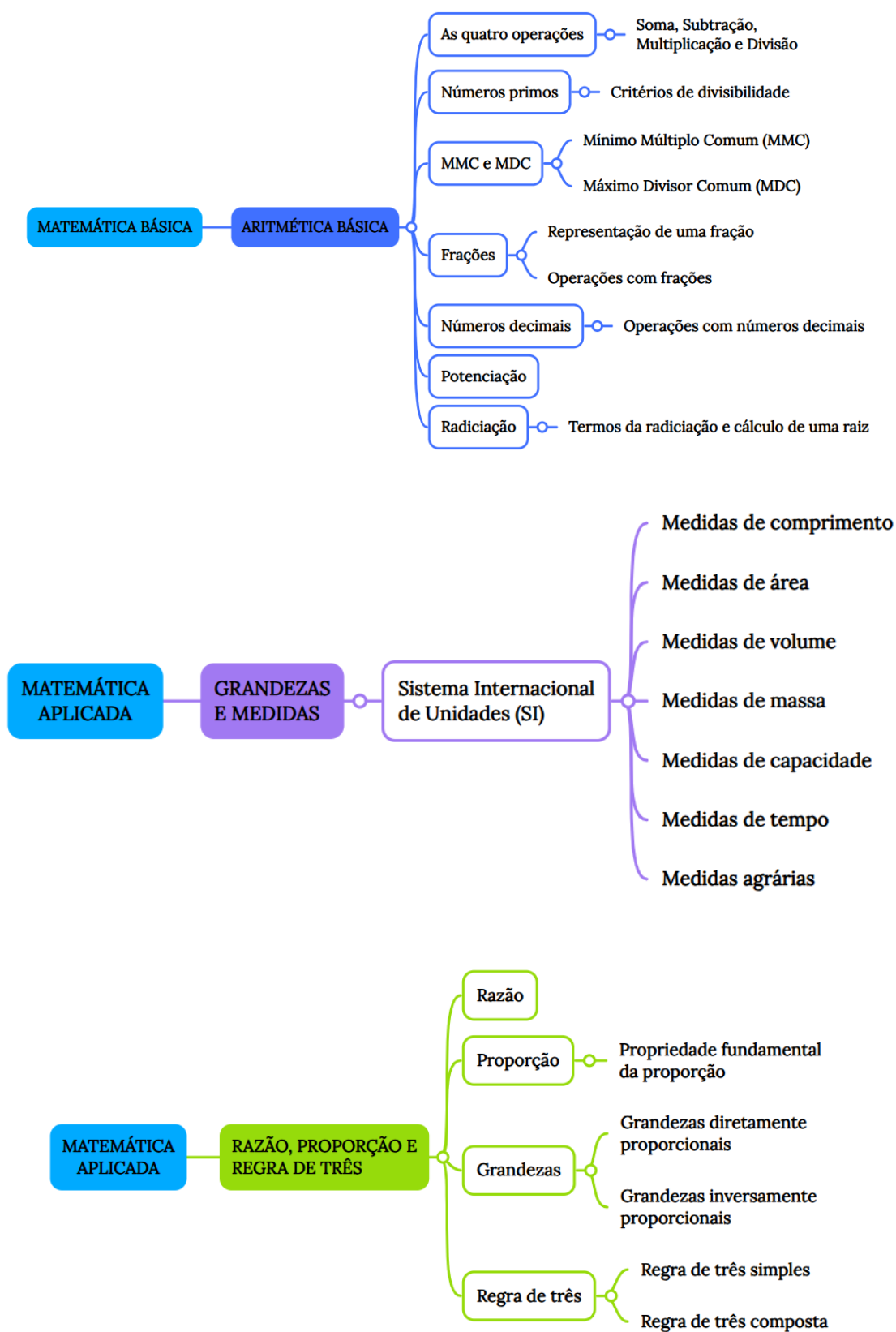
$$M = \left(\frac{12}{2}, \frac{16}{2} \right)$$

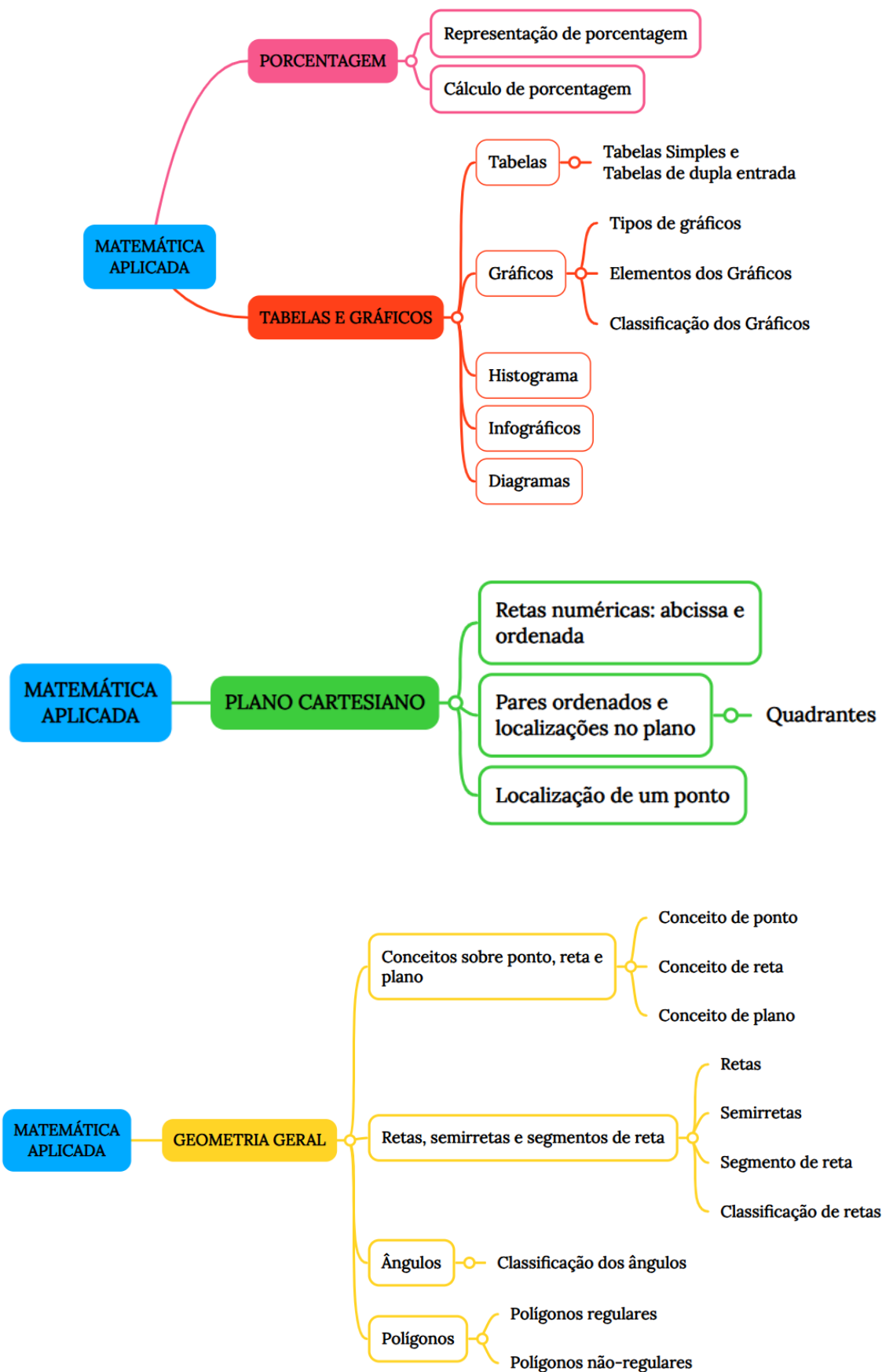
$$M = (6, 8)$$

Portanto, as coordenadas do ponto médio do segmento AB são M(6 , 8).

Sessões Especiais

MAPA DE ESTUDO





SÍNTESE DIRETA

1. ARITMÉTICA BÁSICA

- **As quatro operações fundamentais:**
 - ✓ **Soma:** Adição de números inteiros, decimais ou negativos, utilizada em situações cotidianas como compras ou cálculos financeiros.
 - ✓ **Subtração:** Remoção de valores, calculando diferenças, como saldo após um pagamento.
 - ✓ **Multiplicação:** Repetição de uma soma, usada para calcular custos acumulados ou quantidades em séries.
 - ✓ **Divisão:** Distribuição igualitária ou cálculo de proporções, como divisão de equipes ou materiais.
- **Números primos e divisibilidade:** Identificação de números divisíveis apenas por 1 e por si mesmos e uso de critérios de divisibilidade.
- **MMC e MDC:**
 - ✓ **MMC (Mínimo Múltiplo Comum):** O menor múltiplo comum entre dois ou mais números, essencial para somar ou subtrair frações.
 - ✓ **MDC (Máximo Divisor Comum):** O maior divisor comum entre dois ou mais números, útil para simplificar frações.
- **Frações:** Representação de partes de um todo e operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) entre frações.
- **Números decimais:** Números racionais representados com casas decimais, operações básicas e aplicação prática.
- **Potenciação e radiciação:**
 - ✓ **Potenciação:** Representação de multiplicações repetidas de um mesmo número.
 - ✓ **Radiciação:** Processo inverso da potenciação, usado para encontrar raízes de números.

2. GRANDEZAS E MEDIDAS

- **Sistema Internacional de Unidades (SI):** Padrão internacional para medidas como comprimento, área, volume, massa, capacidade e tempo.
- **Conversões de unidades:** Métodos para transformar valores entre múltiplos e submúltiplos (ex.: km para m, g para kg).

- **Medidas específicas:**

- ✓ **Comprimento, área e volume:** Definições, fórmulas e relações entre unidades como metro, quilômetro e seus submúltiplos.
- ✓ **Massa e capacidade:** Cálculos envolvendo pesos e volumes líquidos, com aplicações práticas.
- ✓ **Tempo:** Relação entre segundos, minutos, horas e dias, com exercícios de conversão.
- ✓ **Medidas agrárias:** Unidades específicas como hectare, are e alqueire, aplicadas para cálculos de áreas rurais.

3. RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS

- **Razão:** Relação entre dois números expressa como fração, decimal ou percentual.
- **Proporção:** Igualdade entre duas razões, validada pela propriedade fundamental (produto dos meios é igual ao produto dos extremos).
- **Grandezas proporcionais:**
 - ✓ **Diretamente proporcionais:** Quando uma grandeza aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção.
 - ✓ **Inversamente proporcionais:** Quando uma grandeza aumenta, a outra diminui proporcionalmente.
- **Regra de Três:**
 - ✓ **Simples:** Relação entre duas grandezas para encontrar um valor desconhecido.
 - ✓ **Composta:** Resolução de problemas com mais de duas grandezas, combinando relações proporcionais diretas e inversas.

4. PORCENTAGEM

- **Definição:** Representa uma razão com denominador 100, muito utilizada para cálculos de descontos, aumentos e variações percentuais.
- **Cálculos de porcentagem:** Três formas principais de cálculo:
 - ✓ Conversão em fração.
 - ✓ Representação decimal.
 - ✓ Aplicação direta em regra de três.

5. TABELAS E GRÁFICOS

- **Tabelas:** Ferramenta para organizar dados de maneira clara.

- ✓ **Simple:** Relacionam uma informação a outra.
- ✓ **Dupla entrada:** Apresentam múltiplos dados para uma análise mais detalhada.
- **Gráficos:** Representações visuais para análise e interpretação de dados:
 - ✓ **Gráfico de linhas:** Exibe tendências ao longo do tempo.
 - ✓ **Gráfico de barras/colunas:** Compara quantidades de diferentes categorias.
 - ✓ **Gráfico de setores (pizza):** Mostra proporções relativas ao total.
 - ✓ **Histograma:** Representa distribuições de frequência com barras contínuas.
 - ✓ **Infográficos e diagramas:** Combinações de imagens e texto para simplificar dados complexos.

6. PLANO CARTESIANO

- **Definição:** Composto por duas retas numéricas perpendiculares (eixos x e y), usadas para localizar pontos no plano.
- **Pares ordenados:** Coordenadas (x, y) que definem a posição de um ponto.
- **Quadrantes:** Divisão do plano em quatro regiões com base nos sinais das coordenadas.
- **Distância e ponto médio:** Cálculos entre dois pontos no plano.

7. GEOMETRIA GERAL

- **Elementos básicos:** Conceitos de ponto, reta e plano, além de classificações de retas e ângulos.
- **Polígonos:** Regulares e não-regulares, com ênfase em triângulos e suas propriedades.
- **Figuras planas e espaciais:**
 - ✓ Cálculo de perímetro, área e volume.
 - ✓ Aplicação dos teoremas de Pitágoras e Tales.
 - ✓ Definição e propriedades de circunferências, cilindros, cones, esferas e pirâmides.

MOMENTO QUIZ

1. Qual é a relação correta para converter 3,5 km em metros no Sistema Internacional de Unidades (SI)?
 - a) 3.500 m.
 - b) 3.000 m.
 - c) 35.000 m.
 - d) 3.500.000 m.
2. Em um triângulo retângulo, os catetos medem 6 cm e 8 cm. Qual é a hipotenusa?
 - a) 10 cm.
 - b) 12 cm.
 - c) 14 cm.
 - d) 16 cm.
3. Qual é o valor da porcentagem que corresponde à fração $6250/100$?
 - a) 62,5%.
 - b) 6,25%.
 - c) 0,625%.
 - d) 100%.
4. Uma empresa fabrica 120 peças em 4 horas. Se aumentar a produção proporcionalmente, quantas peças serão fabricadas em 7 horas?
 - a) 180 peças.
 - b) 210 peças.
 - c) 240 peças.
 - d) 280 peças.
5. Qual é a área de um círculo com raio de 3 cm? (Use $\pi = 3,14$).
 - a) 18,84 cm².
 - b) 28,26 cm².
 - c) 31,40 cm².
 - d) 37,68 cm².

Gabarito

QUESTÃO	ALTERNATIVA
1	A
2	A
3	A
4	B
5	B

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática - Contexto e Aplicações. Ens. Médio - Vol. 1, 2 e 3. Ática, 1999.

MARCONDES/ GENTIL/ SÉRGIO. Matemática para o Ensino Médio. V. Único. Ática, 1999.

GIOVANNI/ BONJORNIO/ GIOVANNI Jr. Matemática Completa. Volume Único. FTD, 2002.

PAIVA, Manuel Rodrigues. Matemática. Volume Único. Moderna, 2003.

BIANCHINI, Edwaldo & PACCOLA, Herval: Matemática, Editora Moderna, São Paulo, 1990, v.1.

PAIVA, Manoel Rodrigues: Matemática, Editora Moderna, 1.ed., São Paulo, 1999. v.1.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim. Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas. Campinas: Editora da UNICAMP; São Paulo: Imprensa Oficial, 2000.

NETTO, Scipione di Pierro: Matemática, Editora Ática, 2. Ed., São Paulo 1984, v.1.



OBRIGADO!
CONTINUE ESTUDANDO.