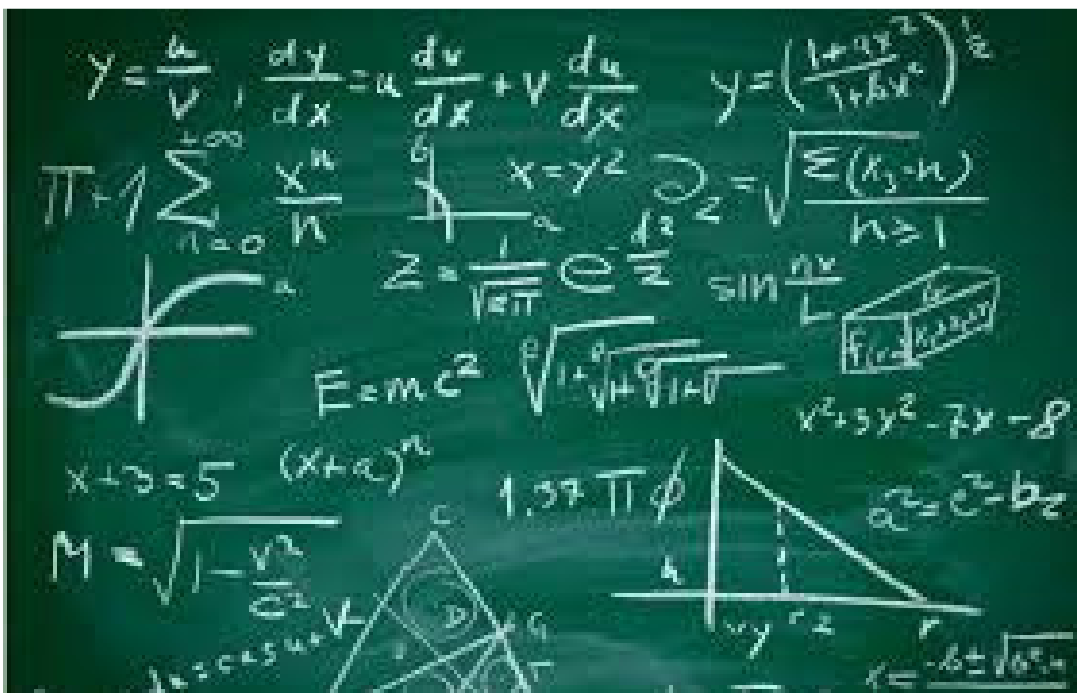


MATEMÁTICA FINANCEIRA II



UNIÃO NACIONAL DE INSTRUÇÃO

Matemática Financeira II

II - RAZÕES E PROPORÇÕES

2.1. Razões

Vamos considerar um carro de corrida com **4m** de comprimento e um kart com **2m** de comprimento. Para compararmos as medidas dos carros, basta dividir o comprimento de um deles pelo outro. Assim:

$$\frac{4}{2} = 2 \quad (\text{o tamanho do carro de corrida é duas vezes o tamanho do kart}).$$

Podemos afirmar também que o kart tem a metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ do comprimento do carro de corrida.

A comparação entre dois números racionais, através de uma divisão, chama-se **razão**.

A razão $\frac{1}{2}$ pode também ser representada por 1:2 e significa que cada metro do kart corresponde a 2m do carro de corrida.

Denominamos de razão entre dois números a e b (b diferente de zero) o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a:b$.

A palavra **razão**, vem do latim *ratio*, e significa "divisão". Como no exemplo anterior, são diversas as situações em que utilizamos o conceito de razão. Exemplos:

Dos 1200 inscritos num concurso, passaram 240 candidatos.

Razão dos candidatos aprovados nesse concurso:

$$240:1200 = \frac{240}{1200} = \frac{1}{5}$$

(de cada 5 candidatos inscritos, 1 foi aprovado).

Para cada 100 convidados, 75 eram mulheres.

Razão entre o número de mulheres e o número de convidados:

$$75:100 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

(de cada 4 convidados, 3 eram mulheres).

Observações:

1) A razão entre dois números racionais pode ser apresentada de três formas. Exemplo:

Razão entre 1 e 4: 1:4 ou $\frac{1}{4}$ ou 0,25.

2) A razão entre dois números racionais pode ser expressa com sinal negativo, desde que seus termos tenham sinais contrários. Exemplos:

A razão entre 1 e -8 é $\frac{-1}{8}$.

A razão entre $\frac{-1}{5}$ e $\frac{1}{4}$ é $\frac{\frac{-1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{-4}{5}$

Exemplo:

$$\text{PIB-Percapita} = \frac{\text{PIB}}{\text{População}}$$

Resolução:

$$\frac{1.800.000.000.000}{180.000.000} = \text{R\$ } 10.000,00$$

2.1.1. Termos de uma razão

Observe a razão:

$$a : b = \frac{a}{b}$$

(lê-se "a está para b" ou "a para b").

Na razão $a:b$ ou $\frac{a}{b}$, o número a é denominado **antecedente** e o número b é denominado **conseqüente**. Veja o exemplo:

$$3:5 = \frac{3}{5} \rightarrow \text{O antecedente é 3.}$$

$$ \phantom{\frac{3}{5}} \rightarrow \text{O conseqüente é 5.}$$

Leitura da razão: *3 está para 5* ou *3 para 5*.

2.1.2. Razões Inversas

Considere as razões $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{4}$.

Observe que o produto dessas duas razões é igual a 1, ou seja, $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1$.

Nesse caso, podemos afirmar que $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{4}$ são **razões inversas**.

Duas razões são inversas entre si quando o produto delas é igual a 1.

Exemplo:

$$\frac{3}{7} \text{ e } \frac{7}{3} \text{ são razões inversas, pois } \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = 1$$

Verifique que nas razões inversas o antecedente de uma é o conseqüente da outra, e vice-versa.

Observações:

- 1) Uma razão de antecedente zero não possui inversa.
- 2) Para determinar a razão inversa de uma razão dada, devemos permutar (trocar) os seus termos.

Exemplo: O inverso de $\frac{2}{5}$ é $\frac{5}{2}$.

2.1.3. Razões equivalentes

Dada uma razão entre dois números, obtemos uma razão equivalente da seguinte maneira:

Multiplicando-se ou dividindo-se os termos de uma razão por um mesmo número racional (diferente de zero), obtemos uma razão equivalente.

Exemplos:

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \rightarrow \frac{5}{6} \text{ e } \frac{10}{12}$$

$\xrightarrow{\times 2}$
 $\xleftarrow{\times 2}$

São razões equivalentes

$$\frac{15}{35} = \frac{3}{7} \rightarrow \frac{15}{35} \text{ e } \frac{3}{7}$$

$\xrightarrow{:5}$
 $\xleftarrow{:5}$

São razões equivalentes

2.1.4. Razões entre grandezas de espécies diferentes

Para determinar a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, determina-se o quociente entre as medidas dessas grandezas. Essa razão deve ser acompanhada da notação que relaciona as grandezas envolvidas

O conceito é o seguinte:

Denomina-se razão entre grandezas de mesma espécie o quociente entre os números que expressam as medidas dessas grandezas numa mesma unidade.

Exemplo:

Arthur fez o percurso do Rio a São Paulo (450Km) em 5 horas. Qual a razão entre a medida dessas grandezas? E o que significa essa razão?

Resolução:

$$\text{Razão} = \frac{450\text{Km}}{5\text{h}} = 90\text{km / h}$$

Essa razão significa que a cada hora foram percorridos em média 90 km.

2.2. Proporções

Rogerião e Claudinho passeiam com seus cachorros. Rogerião pesa 120kg, e seu cão, 40kg. Claudinho, por sua vez, pesa 48kg, e seu cão, 16kg.

Observe a razão entre o peso dos dois rapazes:

$$\frac{120\text{kg}}{48\text{kg}} = \frac{5}{2}$$

: 24

Observe, agora, a razão entre o peso dos cachorros:

$$\frac{40\text{kg}}{16\text{kg}} = \frac{5}{2}$$

: 8

Verificamos que as duas razões são iguais. Nesse caso, podemos afirmar que a igualdade $\frac{120}{48} = \frac{40}{16}$ é uma **proporção**. Assim:

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

2.2.1. Elementos de uma proporção

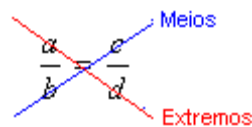
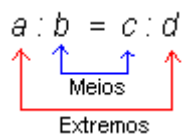
Dados quatro números racionais a , b , c , d , não-nulos, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando a razão do 1º para o 2º for igual à razão do 3º para o 4º. Assim:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ou} \quad a:b=c:d$$

(lê-se " a está para b assim como c está para d ")

Os números a , b , c e d são os termos da proporção, sendo:

- b e c os **meios** da proporção.
- a e d os **extremos** da proporção.



Exemplo:

Dada a proporção $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$, temos:

Leitura: 3 está para 4 assim como 27 está para 36.

Meios: 4 e 27 Extremos: 3 e 36

2.2.2. Propriedade fundamental das Proporções

Observe as seguintes proporções:

$$\frac{3}{4} = \frac{30}{40} \quad \begin{array}{l} \text{Produto dos meios} = 4 \cdot 30 = 120 \\ \text{Produto dos extremos} = 3 \cdot 40 = 120 \end{array}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{20}{45} \quad \begin{array}{l} \text{Produto dos meios} = 9 \cdot 20 = 180 \\ \text{Produto dos extremos} = 4 \cdot 45 = 180 \end{array}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{45}{72} \quad \begin{array}{l} \text{Produto dos meios} = 8 \cdot 45 = 360 \\ \text{Produto dos extremos} = 5 \cdot 72 = 360 \end{array}$$

De modo geral, temos que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$$

Daí podemos enunciar a propriedade fundamental das proporções:

Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

2.2.3. Aplicações da propriedade fundamental

Determinação do termo desconhecido de uma proporção

Exemplos:

Determine o valor de x na proporção:

$$\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$$

Solução:

$$5 \cdot x = 8 \cdot 15 \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$5 \cdot x = 120$$

$$x = \frac{120}{5}$$

$$x = 24$$

Logo, o valor de x é 24.

Determine o valor de x na proporção:

$$\frac{x-3}{2x+1} = \frac{4}{5}, \text{ sendo } x \neq \frac{-1}{2}.$$

Solução:

$$5 \cdot (x-3) = 4 \cdot (2x+1) \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$5x - 15 = 8x + 4$$

$$5x - 8x = 4 + 15$$

$$-3x = 19$$

$$3x = -19$$

$$x = \frac{-19}{3}$$

$$\text{Logo, o valor de } x \text{ é } \frac{-19}{3}.$$

Os números 5, 8, 35 e x formam, nessa ordem, uma proporção. Determine o valor de x.

Solução:

$$\frac{5}{8} = \frac{35}{x} \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$5 \cdot x = 8 \cdot 35$$

$$5x = 280$$

$$x = \frac{280}{5}$$

$$x = 56$$

Logo, o valor de x é 56.

Resolução de problemas envolvendo proporções

Exemplo:

Numa salina, de cada metro cúbico (m^3) de água salgada, são retirados 40 dm^3 de sal. Para obtermos 2 m^3 de sal, quantos metros cúbicos de água salgada são necessários?

Solução:

A quantidade de sal retirada é **proporcional** ao volume de água salgada.

Indicamos por x a quantidade de água salgada a ser determinada e armamos a proporção:

$$\frac{1m^3}{40dm^3} = \frac{\text{Quantidade de água salgada}}{\text{Quantidade de sal}}$$

$$\frac{1m^3}{40dm^3} = \frac{x}{2m^3}$$

Lembre-se de que $40dm^3 = 0,04m^3$.

$$\frac{1m^3}{0,04m^3} = \frac{x}{2m^3} \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$1 \cdot 2 = 0,04 \cdot x$$

$$0,04x = 2$$

$$x = \frac{2}{0,04}$$

$$x = 50 \text{ m}^3$$

Logo, são necessários 50 m^3 de água salgada.

2.2.4. Quarta proporcional

Dados três números racionais a , b e c , não nulos, denomina-se **quarta proporcional** desses números

um número x tal que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Exemplo:

Determine a quarta proporcional dos números 8, 12 e 6.

Solução: Indicamos por x a quarta proporcional e armamos a proporção:

$$\frac{8}{12} = \frac{6}{x} \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$8 \cdot x = 12 \cdot 6$$

$$8 \cdot x = 72$$

$$x = \frac{72}{8}$$

$$x = 9$$

Logo, a quarta proporcional é 9.

2.2.5. Proporção contínua

Considere a seguinte proporção: $\frac{9}{12} = \frac{12}{16}$

Observe que os seus meios são iguais, sendo, por isso, denominada **proporção contínua**. Assim:

Proporção contínua é toda a proporção que apresenta os meios iguais.

De um modo geral, uma proporção contínua pode ser representada por:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

2.2.6. Terceira proporcional

Dados dois números naturais a e b , não nulos, denomina-se **terceira proporcional** desses números o número x tal que:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$

Exemplo:

Determine a terceira proporcional dos números 20 e 10.

Solução

Indicamos por x a terceira proporcional e armamos a proporção:

$$\frac{20}{10} = \frac{10}{x} \quad (\text{aplicando a propriedade fundamental})$$

$$20 \cdot x = 10 \cdot 10$$

$$20x = 100$$

$$x = \frac{100}{20}$$

$$x = 5$$

Logo, a terceira proporcional é 5.

2.2.7. Média geométrica ou média proporcional

Dada uma proporção contínua $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, o número b é denominado **média geométrica** ou **média proporcional** entre a e c . Exemplo:

Determine a média geométrica positiva entre 5 e 20.

Solução:

$$\frac{5}{b} = \frac{b}{20}$$

$$5 \cdot 20 = b \cdot b$$

$$100 = b^2$$

$$b^2 = 100$$

$$b = \sqrt{100}$$

$$b = 10$$

Logo, a média geométrica positiva é 10.

2.2.8. Propriedades das proporções

1ª propriedade:

Numa proporção, a soma dos dois primeiros termos está para o 2º (ou 1º) termo, assim como a soma dos dois últimos está para o 4º (ou 3º).

Demonstração

Considere as proporções:

Matemática Financeira II

$$\left| \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right|$$

$$\left| \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right|$$

Adicionando 1 a cada membro obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + 1 &= \frac{c}{d} + 1 \\ \frac{a}{b} + \frac{b}{b} &= \frac{c}{d} + \frac{d}{d} \end{aligned}$$

[Quadro1]

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} + 1 &= \frac{d}{c} + 1 \\ \frac{b}{a} + \frac{a}{a} &= \frac{d}{c} + \frac{c}{c} \end{aligned}$$

[Quadro2]

Exemplo:

Determine x e y na proporção $\left| \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \right|$, sabendo que $x+y=84$.

Solução:

$$\left| \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{3+4}{4} \right|$$

Assim:

$$\left| \frac{84}{y} = \frac{7}{4} \Rightarrow y = \frac{84 \cdot 4}{7} = 48 \right|$$

$$x+y=84 \Rightarrow x=84-y \Rightarrow x=84-48 \Rightarrow x=36.$$

Logo, $x=36$ e $y=48$.

2ª propriedade:

Numa proporção, a diferença dos dois primeiros termos está para o 2º (ou 1º) termo, assim como a diferença dos dois últimos está para o 4º (ou 3º).

Demonstração

Considere as proporções:

$$\left| \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right|$$

$$\left| \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right|$$

Subtraindo 1 a cada membro obtemos:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \\ \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{d} - \frac{d}{d} \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{b}{a} - 1 = \frac{d}{c} - 1 \\ \frac{b}{a} - \frac{a}{a} = \frac{d}{c} - \frac{c}{c} \end{array} \right|$$

[Quadro3]

$$\left| \frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c} \right|$$

(Mult. os 2 membros
por -1)

[Quadro4]

Exemplo:

Sabendo-se que $x-y=18$, determine x e y na proporção $\left| \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \right|$.

Solução:

Pela 2ª propriedade temos que:

$$\left| \frac{x}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x-y}{y} = \frac{5-2}{2} \Rightarrow \frac{18}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{18 \cdot 2}{3} = 12 \right|$$

$$x-y = 18 \Rightarrow x=18+y \Rightarrow x = 18+12 \Rightarrow x=30.$$

Logo, $x=30$ e $y=12$.

3ª propriedade:

Numa proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos conseqüentes, assim como cada antecedente está para o seu conseqüente.

Demonstração

Considere a proporção:

$$\left| \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right|$$

Permutando os meios, temos:

$$\left| \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \right|$$

Aplicando a 1ª propriedade, obtemos:

$$\left| \frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \right|$$

Permutando os meios, finalmente obtemos:

$$\left| \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \right|$$

4ª propriedade:

Numa proporção, a diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

Demonstração

Considere a proporção:

$$\left| \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right|$$

Permutando os meios, temos:

$$\left| \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \right|$$

Aplicando a 2ª propriedade, obtemos:

$$\left| \frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \right|$$

Permutando os meios, finalmente obtemos:

$$\left| \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \right|$$

Exemplo:

Sabendo que $a-b = -24$, determine a e b na proporção $\left| \frac{a}{5} = \frac{b}{7} \right|$.

Solução:

Pela 4ª propriedade, temos que:

$$\left| \frac{a-b}{5-7} = \frac{a}{5} = \frac{b}{7} \right|$$

$$\frac{-24}{-2} = \frac{a}{5} \Rightarrow a = \frac{5 \cdot (-24)}{-2} \Rightarrow a = 60$$

$$\frac{-24}{-2} = \frac{b}{7} \Rightarrow b = \frac{7 \cdot (-24)}{-2} \Rightarrow b = 84$$

5ª propriedade:

Numa proporção, o produto dos antecedentes está para o produto dos consequentes, assim como o quadrado de cada antecedente está para quadrado do seu consequente.

Demonstração

Considere a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Multiplicando os dois membros por $\frac{a}{b}$, temos:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Assim:

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$$

Observação: a 5ª propriedade pode ser estendida para qualquer número de razões. Exemplo:

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = \frac{a^3}{b^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{e^3}{f^3}$$

2.2.9. Proporção múltipla

Denominamos **proporção múltipla** uma série de razões iguais. Assim:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} \text{ é uma proporção múltipla.}$$

Dada a série de razões iguais $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, de acordo com a 3ª e 4ª propriedade, podemos escrever:

$$\begin{aligned} \frac{a+c+e}{b+d+f} &= \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \\ \frac{a+c-e}{b+d-f} &= \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \\ \frac{a-c+e}{b-d+f} &= \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \\ \frac{a-c-e}{b-d-f} &= \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \end{aligned}$$

IV - REGRA DE TRÊS SIMPLES

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos

quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos utilizados numa regra de três simples:

1º) Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.

2º) Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3º) Montar a proporção e resolver a equação.

Exemplos:

1) Com uma área de absorção de raios solares de $1,2\text{m}^2$, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para $1,5\text{m}^2$, qual será a energia produzida?

Solução: montando a tabela:

Área (m^2)	Energia (Wh)
1,2	400
1,5	x

Identificação do tipo de relação:

Área	Energia
1,2	400
1,5	x

Inicialmente, colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

Observe que: **Aumentando** a área de absorção, a Energia solar aumenta.

Como as palavras correspondem (aumentando - aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **diretamente proporcionais**. Assim sendo, colocamos outra seta no mesmo sentido (para baixo) na 1ª coluna.

Montando a proporção e resolvendo a equação temos:

<table> <tr> <th>Área</th><th>Energia</th></tr> <tr> <td>1,2</td><td>400</td></tr> <tr> <td>1,5</td><td>x</td></tr> </table>	Área	Energia	1,2	400	1,5	x	$\frac{1,2}{1,5} = \frac{400}{x}$ $1,2x = 1,5 \cdot 400$ $x = \frac{1,5 \cdot 400}{1,2} = 500$
Área	Energia						
1,2	400						
1,5	x						

Logo, a energia produzida será de **500 watts por hora**.

2) Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h, faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h?

Solução: montando a tabela:

Velocidade (Km/h)	Tempo (h)
-------------------	-----------

Matemática Financeira II

400	3
480	x

Identificação do tipo de relação:

Velocidade	Tempo
400	3
480	x

Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

Observe que: **Aumentando** a velocidade, o tempo do percurso **diminui**.

Como as palavras são contrárias (aumentando - diminui), podemos afirmar que as grandezas são **inversamente proporcionais**. Assim sendo, colocamos uma outra seta no sentido contrário (para cima) na 1ª coluna. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

<table> <tr> <th>Velocidade</th><th>Tempo</th></tr> <tr> <td style="text-align: center;">400</td><td style="text-align: center;">3</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">480</td><td style="text-align: center;">x</td></tr> </table>	Velocidade	Tempo	400	3	480	x	$\frac{3}{x} = \frac{480}{400}$ Invertamos os termos $480x = 3.400$ $x = \frac{3.400}{480} = 2,5$
Velocidade	Tempo						
400	3						
480	x						

Logo, o tempo desse percurso seria de 2,5 horas ou 2 horas e 30 minutos.

3) Bianca comprou 3 camisetas e pagou R\$120,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 camisetas do mesmo tipo e preço?

Solução: montando a tabela:

Camisetas	Preço (R\$)
3	120
5	x

Observe que: **Aumentando** o número de camisetas, o preço **aumenta**.

Como as palavras correspondem (aumentando - aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **diretamente proporcionais**. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

$\frac{3}{5} = \frac{120}{x}$ $3x = 5.120$ $x = \frac{5.120}{3} = 200$
--

Logo, a Bianca pagaria R\$200,00 pelas 5 camisetas.

Matemática Financeira II

4) Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizou determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for reduzido para 5 horas, em que prazo essa equipe fará o mesmo trabalho?

Solução: montando a tabela:

Horas por dia	Prazo para término (dias)
8	20
5	x

Observe que: **Diminuindo** o número de horas trabalhadas por dia, o prazo para término **aumenta**.

Como as palavras são contrárias (diminuindo - aumenta), podemos afirmar que as grandezas são **inversamente proporcionais**. *Montando a proporção e resolvendo a equação temos:*

$$\frac{x}{20} = \frac{8}{5}$$

 Invertamos os termos

$$5x = 20 \cdot 8$$
$$x = \frac{160}{5} = 32$$

V - REGRA DE TRÊS COMPOSTA

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Exemplos:

1) Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160m³ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125m³?

Solução: montando a tabela, colocando em cada coluna as grandezas de mesma espécie e, em cada linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem:

Horas	Caminhões	Volume
8	20	160
5	x	125

Identificação dos tipos de relação:

Inicialmente colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x (2ª coluna).

Matemática Financeira II

Horas	Caminhões	Volume
8	20	160
5	x	125

A seguir, devemos comparar cada grandeza com aquela onde está o x.

Observe que:

Aumentando o número de horas de trabalho, podemos **diminuir** o número de caminhões. Portanto, a relação é *inversamente proporcional* (seta para cima na 1ª coluna).

Aumentando o volume de areia, devemos **aumentar** o número de caminhões. Portanto, a relação é *diretamente proporcional* (seta para baixo na 3ª coluna). Devemos igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões de acordo com o sentido das setas.

Montando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{20}{x} = \frac{160}{125} \cdot \frac{5}{8}$$

Horas: 8 ↑, 5
Caminhões: 20 ↓, x

$$\frac{20}{x} = \frac{160}{125} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{5 \cdot 20}{4} = 25$$

Logo, serão necessários **25 caminhões**.

2) Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

Solução: montando a tabela:

Homens	Carrinhos	Dias
8	20	5
4	x	16

Observe que:

Aumentando o número de homens, a produção de carrinhos **aumenta**. Portanto, a relação é *diretamente proporcional* (não precisamos inverter a razão).

Aumentando o número de dias, a produção de carrinhos **aumenta**. Portanto a relação também é *diretamente proporcional* (não precisamos inverter a razão). Devemos igualar a razão que contém o termo x com o produto das outras razões.

Montando a proporção e resolvendo a equação temos:

Matemática Financeira II

$$\frac{20}{x} = \frac{8}{4} \cdot \frac{5}{16}$$
$$x = \frac{20 \cdot 4 \cdot 16}{8 \cdot 5} = 32$$

Logo, serão montados **32 carrinhos**.

3) Dois pedreiros levam 9 dias para construir um muro com 2m de altura. Trabalhando 3 pedreiros e aumentando a altura para 4m, qual será o tempo necessário para completar esse muro?

Inicialmente, colocamos uma seta para baixo na coluna que contém o x. Depois colocam flechas concordantes para as grandezas **diretamente proporcionais** com a incógnita e discordantes para as **inversamente proporcionais**, como mostra a figura abaixo:

pedreiros	altura	dias
$\uparrow 2$	$\downarrow 2$	9
$\uparrow 3$	$\downarrow 4$	$x \downarrow$

Montando a proporção e resolvendo a equação temos:

$$\frac{9}{x} = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{2} \rightarrow \text{Termos foram invertidos (seta contrária)}$$
$$x = \frac{9 \cdot 8}{6}$$
$$x = 12$$

Logo, para completar o muro serão necessários **12 dias**.

Agora chegou a sua vez de tentar. Teste seus conhecimentos fazendo esses exercícios:

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Agora chegou a sua vez de tentar. **Pratique** tentando fazer esses exercícios:

1) Três torneiras enchem uma piscina em 10 horas. Quantas horas levarão 10 torneiras para encher 2 piscinas?

2) Uma equipe composta de 15 homens extrai, em 30 dias, 3,6 toneladas de carvão. Se for aumentada para 20 homens, em quantos dias conseguirão extrair 5,6 toneladas de carvão?

3) Vinte operários, trabalhando 8 horas por dia, gastam 18 dias para construir um muro de 300m. Quanto tempo levará uma turma de 16 operários, trabalhando 9 horas por dia, para construir um muro de 225m?

4) Um caminhoneiro entrega uma carga em um mês, viajando 8 horas por dia, a uma velocidade média de 50 km/h. Quantas horas por dia ele deveria viajar para entregar essa carga em 20 dias, a uma velocidade média de 60 km/h

5) Com certa quantidade de fio, uma fábrica produz 5400m de tecido com 90cm de largura em 50 minutos. Quantos metros de tecido, com 1 metro e 20 centímetros de largura, seriam produzidos em 25 minutos?

XIV - REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

DUARTE, Heron Márcio Ferreira. Conhecendo a matemática financeira. Brasília: Ativa Editora Gráfica, 2000.

DUARTE, Heron M. F. Raciocínio Lógico e Quantitativo, DF: Ativa, 1999.

PARENTE, Eduardo, CARIBÉ, Roberto. Matemática Comercial e Financeira. São Paulo: FTD, 1996