

**TÉCNICO EM
EDIFICAÇÕES**

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS



TÉCNICO EM
EDIFICAÇÕES

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	4
BOAS VINDAS	5
INFORMAÇÕES INTRODUTÓRIAS.....	6
ORGANIZAÇÃO CURRICULAR.....	6
SISTEMA DE TUTORIA	6
SISTEMA DE AVALIAÇÃO.....	6
VOCÊ E OS ESTUDOS À DISTÂNCIA.....	7
ORGANIZANDO OS ESTUDOS	7
CONHECENDO O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM	8
FORÇA DE TRAÇÃO	17
3ª LEI DE NEWTON - PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO....	17
EXEMPLO 1: CALCULE O MOMENTO EM F_1 PARA B E A.	20
CARGAS PARA PROJETOS ESTRUTURAIS NBR 6120.....	31
CARGA PERMANENTE	32
CARGA ACIDENTAL	32
CONCRETO USINADO OU PRONTO	47
CONCRETO FEITO NA OBRA.....	47
DESVANTAGENS DO CONCRETO ARMADO	49
AÇO.....	57

APRESENTAÇÃO

A **Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida** com o intuito de se tornar referência em ensino técnico no Brasil, lança cursos técnicos em diversos eixos, de forma a atender uma demanda regional e estadual.

Por meio de um trabalho diferenciado o estudante é instigado ao seu autodesenvolvimento, aliando a pesquisa e a prática.

Essa competência e boa formação são os requisitos necessários para quem deseja estar preparado para enfrentar os desafios do mercado profissional. A escolha de um curso que aproxime teoria e prática e permita a realização de experiências contribui de maneira decisiva para a formação de um profissional comprometido com a qualidade e a inovação.

Ciente dessa importância a escola técnica Nossa Senhora Aparecida reuniu profissionais especialistas das áreas fins dos cursos propostos para fornecer cursos técnicos de qualidade para a comunidade da região.

Como escola de desenvolvimento tecnológico, na área de educação, através de um trabalho sério, realizado nos últimos anos no campo da educação básica, fortalece e amplia o seu programa de cursos, instituindo, em Goiás cursos técnicos de educação profissional.

Os cursos da Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida são oferecidos na modalidade semipresencial, utilizando-se da plataforma Moodle ou Material Apostilado, mediado por professores formadores/tutores renomados. Além dos momentos presenciais, serão oferecidos no ambiente virtual: fórum de apresentação, fórum de notícias, slide com conteúdos pertinentes ao curso em questão, links de reportagens direcionadas, sistematização da aprendizagem.

BOAS VINDAS

Bem vindo à Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida!

Prezado (a) Cursista,

Que bom tê-lo (a) conosco!

Ao ter escolhido estudar na modalidade à distância, por meio de um ambiente virtual de aprendizagem, você optou por uma forma de aprender que requer habilidades e competências específicas por parte dos professores e estudantes. Em nossos cursos à distância, é você quem organiza a forma e o tempo de seus estudos, ou seja, é você o agente da sua aprendizagem. Estudar e aprender a distância exigirá disciplina.

Recomendamos que antes de acessar o espaço virtual de aprendizagem, faça uma leitura cuidadosa de todas as orientações para realização das atividades.

É importante que, ao iniciar o curso, você tenha uma compreensão clara de como será estruturada sua aprendizagem.

Uma orientação importante é que você crie uma conta de e-mail específica para receber informações do curso, seus exercícios corrigidos, comunicados e avisos. É de responsabilidade do estudante verificar também sua caixa de spam-lixo para ter acesso a todas as informações enviadas.

Desejamos um ótimo curso.

INFORMAÇÕES INTRODUTÓRIAS

ORGANIZAÇÃO CURRICULAR

Cada curso possui matriz curricular própria dividida em módulos de ensino semanais. O cronograma e planejamento de cada curso são modulados conforme as disposições dos professores e as atualizações dos conteúdos.

Os cursos têm apostilas de conteúdo para cada componente curricular, elaboradas por profissionais de referência em Goiás.

Os certificados serão emitidos pela Escola Nossa Senhora Aparecida até 90 dias após o término do curso, tendo em vista o trabalho de fechamento das notas e avaliação do curso.

SISTEMA DE TUTORIA

O tutor será o profissional que estará mais próximo de você durante o período do curso, passando todos os comunicados e avisos, cobrando a entrega das atividades.

Conte com o tutor da sua turma para tirar suas dúvidas sejam elas do ambiente virtual, conteúdo do curso ou dúvida e questionamentos sobre os exercícios.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação será obtida através da participação e da avaliação do nível de conhecimento que o estudante demonstrar em chats, fóruns e exercícios.

Ao término do curso será informado para os estudantes de forma individualizada sobre sua aprovação e desempenho no curso.

VOCÊ E OS ESTUDOS À DISTÂNCIA

ORGANIZANDO OS ESTUDOS

O estudo por meio de um ambiente virtual de aprendizagem não é mais difícil e nem mais fácil do que num ambiente presencial. É apenas diferente. O estudo à distância exige muita disciplina. As orientações a seguir irão auxiliá-lo a criar hábitos de estudo.

- Elabore um horário semanal, considerando a carga horária do curso. Nesse plano, você deve prever o tempo a ser dedicado:
 - à leitura do conteúdo das aulas, incluindo seus links para leituras complementares, sites externos, glossário e referências bibliográficas;
 - à realização das atividades ao final de cada semana;
 - à participação nos chats;
 - à participação nos fóruns de discussão;
 - ao processo de interação com o professor e/ou com o tutor;
 - ao processo de interação com seus colegas de curso, por mensagem ou por chat.

Uma vez iniciados os seus estudos, faça o possível para manter um ritmo constante, procurando seguir o plano previamente elaborado. Na educação à distância, é você, que deve gerenciar o seu processo de aprendizagem.

Procure manter uma comunicação constante com seu tutor, com o intuito de tirar dúvidas sobre o conteúdo e/ou curso e trocar informações, experiências e outras questões pertinentes.

Explore ao máximo as ferramentas de comunicação disponíveis (mensageiro, fórum de discussão, chat).

É imprescindível sua participação nas atividades presenciais obrigatórias (aulas), elas são parte obrigatória para finalização do curso.

CONHECENDO O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM

No ambiente virtual de aprendizagem também necessitamos de uma organização para que ocorram os processos de ensino, de aprendizagem e principalmente a interação entre professor/tutor e estudantes.

O ambiente virtual de aprendizagem da Escola Nossa Senhora Aparecida é o Moodle.

Em sua sala de aula, você encontrará espaços de comunicação e interação: quadro de notícias, atividades recentes, informações sobre o professor e sobre seus colegas de turma, calendário, recurso para o envio da sistematização ao seu tutor e ferramentas de comunicação.

Sucesso no seu Curso!

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Conceitos fundamentais (força, resultante de forças, momento, centro de gravidade, momento de inércia)

O estudo da Resistência dos Materiais tem por objetivo fornecer conhecimentos básicos das propriedades mecânicas de sólidos reais, visando utilizá-los no projeto, modelagem e cálculo de estruturas.

A boa compreensão dos conceitos que envolvem a mecânica de sólidos está intimamente ligada ao estudo de duas grandezas físicas: que são a tensão e a deformação, que serão abordadas durante todo o tempo neste curso.

Estas duas grandezas físicas são fundamentais nos procedimentos que envolvem o cálculo de uma estrutura. Mas o que é uma estrutura?

Estrutura é a parte resistente de uma construção e é constituída de diversos elementos estruturais que podem ser classificados como:

- Blocos - os blocos são elementos estruturais nos quais tem-se as três dimensões (imaginando-se um retângulo envolvente) com valores significativos numa mesma ordem de grandeza.

- Placas - são elementos estruturais para os quais uma das dimensões (espessura) é bastante inferior às demais. As “placas” curvas são denominadas de cascas.

- Barras - são elementos estruturais para os quais duas das dimensões (largura e altura) são bastante inferiores à terceira (comprimento).

Podem ser retas (vigas, pilares, tirantes e escoras) ou curvas (arcos). Onde tem-se a concepção estrutural de um edifício residencial com elementos de barras e placas no mesmo modelo e, na 1.6 onde tem-se a concepção estrutural de um edifício industrial modelado com elementos de barras metálicas.

- Elementos de forma geométrica de difícil definição - estes elementos estruturais apresentam dificuldades na descrição de seu comportamento físico, mas não são menos numerosos que os demais. Num conceito amplo de estrutura estes elementos podem fazer parte da estrutura de uma turbina de um avião, um esqueleto humano ou a estrutura de um estádio de futebol. A engenharia de estruturas e materiais aliadas ao desenvolvimento dos recursos computacionais de alto desempenho tem tornado possível a concepção e execução de projetos de alta complexidade como os edifícios de grandes alturas.

Um conceito de cálculo estrutural

A ideia de cálculo estrutural pode ser dividida em três frentes de trabalho não independentes:

- Fase 1 - Anteprojeto da estrutura.

Nesta fase uma concepção inicial do projeto é criada. A estrutura pode ser um edifício, um navio, um avião, uma prótese óssea, uma ponte, etc. As dimensões das peças estruturais são arbitradas segundo critérios técnicos e empíricos.

- Fase 2 – Modelagem.

Modelar um fenômeno físico é descrever seu comportamento através de equações matemáticas. Neste processo parte-se normalmente de um modelo que reúne as principais propriedades do fenômeno que se deseja modelar. No caso de estruturas, os modelos estruturais são constituídos de elementos estruturais. A partir do conhecimento do comportamento dos elementos estruturais e do carregamento envolvido são determinadas as deformações e tensões a que a estrutura está submetida.

Para outros tipos de elementos estruturais, devido à complexidade dos cálculos, serão necessários estudos mais aprofundados em mecânica dos sólidos e métodos numéricos que viabilizem a solução do problema. O método numérico mais conhecido na modelagem estrutural é o método dos Elementos Finitos (MEF).

Em alguns casos, por se tratarem de elementos estruturais complexos, mas que ocorrem com bastante frequência nas estruturas, vários estudos já foram realizados e apontam aproximações de boa qualidade. Estas aproximações normalmente são apresentadas em forma de Tabelas ou ábacos, mas são restritas a uma série de hipóteses simplificadoras e atendem somente alguns casos específicos, como por exemplo as Tabelas para cálculo de esforços em lajes retangulares.

- Fase 3 - Dimensionamento das peças.

Nesta fase é necessário o conhecimento de questões específicas de cada material que constitui a estrutura (aço, madeira, alumínio, compósito, concreto, etc). Nesta fase é possível que se tenha necessidade de retornar à Fase 1 pois os elementos estruturais podem ter sido sub ou superdimensionados. Neste caso parte-se para um processo recursivo até que o grau de refinamento requerido para o projeto seja alcançado.

O cálculo de uma estrutura depende de três critérios:

- Estabilidade: Toda estrutura deverá atender às equações universais de equilíbrio estático.
- Resistência: Toda estrutura deverá resistir às tensões internas geradas pelas ações solicitantes.
- Rigidez: Além de resistir às tensões internas geradas pelas ações solicitantes, as estruturas não podem se deformar excessivamente.

Pressupostos e hipóteses básicas da Resistência dos Materiais

A Resistência dos Materiais é uma ciência desenvolvida a partir de ensaios experimentais e de análises teóricas. Os ensaios ou testes experimentais, em laboratórios, visam determinar as características físicas dos materiais, tais como as propriedades de resistência e rigidez, usando corpos de prova de dimensões adequadas. As análises teóricas determinam o comportamento mecânico das peças em modelos matemáticos idealizados, que devem ter razoável correlação com a realidade. Algumas hipóteses e pressupostos são admitidos nestas deduções e são eles:

1. Continuidade Física: A matéria apresenta uma estrutura contínua, ou seja, são desconsiderados todos os vazios e porosidades.
2. Homogeneidade: O material apresenta as mesmas características mecânicas, elasticidade e de resistência em todos os pontos.
3. Isotropia: O material apresenta as mesmas características mecânicas elásticas em todas as direções.
Ex: As madeiras apresentam, nas direções das fibras, características mecânicas e resistentes distintas daquelas em direção perpendicular e, portanto, não é considerada um material isótropo.
4. Equilíbrio: Se uma estrutura está em equilíbrio, cada uma de suas partes também está em equilíbrio.
5. Pequenas Deformações: As deformações são muito pequenas quando comparadas com as dimensões da estrutura.
6. Saint-Venant: Sistemas de forças estaticamente equivalentes causam efeitos idênticos em pontos suficientemente afastados da região de aplicação das cargas.
7. Seções planas: A seção transversal, após a deformação, permanece plana e normal à linha média (eixo deformado).
8. Conservação das áreas: A seção transversal, após a deformação, conserva as suas dimensões primitivas.
9. Lei de Hooke: A força aplicada é proporcional ao deslocamento. $F = kd$ (1.1) onde: F é a força aplicada; k é a constante elástica de rigidez e d é o deslocamento;

10. Princípio da Superposição de efeitos: Os efeitos causados por um sistema de forças externas são a soma dos efeitos produzidos por cada força considerada agindo isoladamente e independente das outras.

A fim de compensar as incertezas na avaliação das cargas, na determinação das propriedades dos materiais, nos pressupostos ou nas simplificações, é previsto nas Normas Técnicas a adoção de coeficientes de segurança. Consiste em se majorar as cargas e se reduzir a resistência dos materiais. Os diversos critérios adotados para escolha dos coeficientes de segurança adequados são estudados ao longo do curso de Engenharia Civil. Adota-se neste texto um coeficiente de segurança único que reduz a capacidade de carga da estrutura.

Sua importância se dá também pelo fato de a resistência dos materiais proporcionar confiabilidade e segurança nas ações tomadas, e o entendimento de que todos os efeitos e relação entre as forças devem ser seriamente considerados. Não é apenas colocar um parafuso e pronto.

Do estudo das forças, cargas pontuais, cargas distribuídas, tensão, flexão, torção, cisalhamentos, vigas e treliças vem a clareza e a responsabilidade de se desenvolver estudos e projetos que têm por objetivo oferecer materiais com resistência suficiente, a fim de satisfazer as necessidades e proporcionar segurança das pessoas, empresas, trabalhadores e todos os envolvidos.

FORÇA

Força é toda a grandeza capaz de provocar movimento, alterar o estado de movimento ou provocar deformação em um corpo. É uma grandeza vetorial cuja intensidade pode ser obtida pela expressão da física:

$$F = m \cdot a$$

Onde:

F = força

M = massa do corpo

A = aceleração provocada

Sendo força um elemento vetorial somente se caracteriza se forem conhecidos:

- Direção
- Sentido
- Módulo ou intensidade
- Ponto de aplicação

A Força representa a ação de um corpo sobre o outro e é caracterizada pelo seu ponto de aplicação, sua intensidade, direção e sentido.

A intensidade de uma força é expressa em Newton (N) no Sistema Internacional de Unidades (SI).

A direção de uma força é definida por sua linha de ação, ou seja, é a reta ao longo da qual a força atua, sendo caracterizada pelo ângulo que forma com algum eixo fixo, como indicado na Figura 1 abaixo.

Figura 2.1

O sentido da força é indicado por uma seta (vetor).

Denomina-se Grupo de forças, o conjunto de forças aplicadas em um único ponto de um corpo.

Sistema de forças é o conjunto de forças aplicadas simultaneamente em pontos diversos de um mesmo corpo.

2.2 Equilíbrio de um ponto material

Ponto material é uma pequena porção de matéria que pode ser considerada como se ocupasse um ponto no espaço.

Quando a resultante de todas as forças que atuam sobre um ponto material é nula, este ponto está em equilíbrio. Este princípio é consequência da primeira lei de Newton: “se a força resultante que atua sobre um ponto material é zero, este ponto permanece em repouso (se estava originalmente em repouso) ou move-se ao longo de uma reta com velocidade constante (se originalmente estava em movimento) ”.

Para exprimir algebricamente as condições de equilíbrio de um ponto material, escreve-se: $0 = \sum R_F$ onde: F = força R = resultante das forças

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = 1500 - 1000 \sin 30^\circ - 2000 \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_x = 1500 - 500 - 1000 = 0 \quad \text{ok}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = 2000 \cos 30^\circ - 1000 \cos 30^\circ - 866 = 0$$

$$\sum F_y = 1732 - 866 - 866 = 0 \quad \text{ok}$$

$$F_3 = 1000\text{N}$$

$$F_4 = 2000\text{N}$$

$$F_2 = 866\text{N}$$

A representação gráfica de todas as forças que atuam em um ponto material pode ser representada por um diagrama de corpo livre, como indica a figura ao lado. F

Exemplo: verificar se o sistema de forças indicado está em equilíbrio

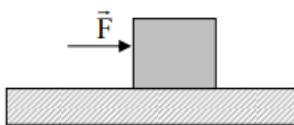
As condições necessárias e suficientes para o equilíbrio são:

$$\sum F = 1500\text{N}$$

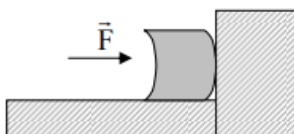
Resposta: O sistema de forças está em equilíbrio

Constata-se experimentalmente que duas forças P e Q que atuam sobre um ponto material podem ser substituídas por uma única força R que tenha o mesmo efeito sobre esse ponto material. Essa força é chamada de resultante de P e Q., Portanto, a resultante de um grupo de forças é a força que, atuando sozinha, produz ação idêntica à produzida pelo grupo ou sistema de forças. A resultante pode ser determinada por soluções gráficas ou analíticas.

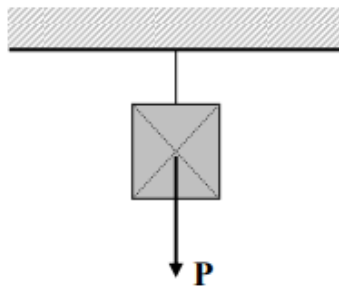
Exemplo 1: Força provocando movimento



Exemplo 2: Força provocando deformação



O peso dos corpos é uma força de origem gravitacional que apresenta características especiais:



Módulo: $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

Direção: Vertical

Sentido: de cima para abaixo

Ponto de aplicação: centro de gravidade do corpo

B. UNIDADES

Existem muitas unidades representando forças sendo as mais comuns:

N - Newton

kN - kiloNewton

kgf - kilograma força

$$1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$$

$$1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1 \text{ kN} = 10^2 \text{ kgf}$$

$$1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N} = 10^2 \text{ kgf}$$

C. CARACTERÍSTICAS DAS FORÇAS

Princípio de ação e reação:

1. Quando dois corpos se encontram, toda a ação exercida por um dos corpos sobre o outro corresponde a uma reação do segundo sobre o primeiro de mesmo módulo e direção, mas com sentidos contrários, que é a 3ª lei de Newton.

Pode-se observar que estas duas forças têm pontos de aplicação diferentes e, portanto, causam efeitos diferentes, cada uma atuando no seu ponto de aplicação.

2. Princípio da transmissibilidade de uma força,

Quando se aplica uma força em um corpo sólido a mesma se transmite com seu módulo, direção e sentido em toda a sua reta suporte ao longo deste corpo.

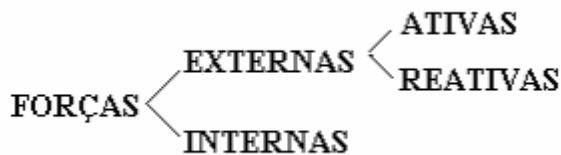
3. Decomposição das forças. Qualquer força no espaço pode ser decomposta segundo três direções que desejarmos.

Normalmente, usam-se como referência três direções ortogonais entre si, escolhidas de acordo com a conveniência do problema.

CLASSIFICAÇÃO DAS FORÇAS

As forças podem ser classificadas de acordo com a sua origem, modo de se comportar, etc. como, por exemplo, as forças de contato (ex: locomotivas, musculares, etc.) e as de ação à distância (ex: elétricas, gravitacionais, magnéticas, etc.)

Em análise estrutural as forças são divididas conforme esquema abaixo:



FORÇAS EXTERNAS: atuam na parte externa na estrutura, e são o motivo de sua existência. Podem ser:

Ações: São forças independentes que podem atuar em qualquer ponto de uma estrutura. Correspondem às cargas as quais a estrutura está submetida, normalmente conhecidas ou avaliadas. Ex: peso do pedestre em uma passarela, peso próprio das estruturas, etc.

Reações: São forças que surgem em determinados pontos de uma estrutura (vínculos ou apoios), sendo consequência das ações, portanto não são independentes, devendo ser calculadas para se equivalerem as ações e assim preservarem o equilíbrio do sistema.

FORÇAS INTERNAS: são aquelas que mantêm unidos os pontos materiais que formam o corpo sólido de nossa estrutura (solicitações internas). Se o corpo é estruturalmente composto de diversas partes, as forças que mantêm estas partes unidas também são chamadas de forças internas (forças desenvolvidas em rótulas).

Cálculo do ângulo α Lei dos senos

Sabendo-se que o parafuso está fixo, portanto em equilíbrio, existem forças de reação que equilibram as forças Q e P. Este princípio é explicado pela terceira lei de Newton:

“A toda ação corresponde uma reação, com a mesma intensidade, mesma direção e sentido contrário”.

Portanto, o parafuso está reagindo por uma força de mesma intensidade da resultante de P e Q, mas em sentido contrário. A força de reação pode ser decomposta em duas.

Momento de uma força

Define-se Momento como a tendência de uma força F fazer girar um corpo rígido em torno de um eixo fixo. O Momento depende do módulo de F e da distância de F em ao eixo fixo.

Considere-se uma força F que atua em um corpo rígido fixo no ponto O, como indicado na figura.

A força F é representada por um vetor que define seu módulo, direção e sentido. O vetor d é a distância perpendicular de O à linha de ação de F. O A

Força resultante

Quando se fala em dinâmica de corpos, a imagem que vem à cabeça é a clássica e mitológica de Isaac Newton, lendo seu livro sob uma macieira. Repentinamente, uma maçã cai sobre a sua cabeça. Segundo consta, este foi o primeiro passo para o entendimento da gravidade, que atraía a maçã.

Com o entendimento da gravidade, vieram o entendimento de Força, e as três Leis de Newton.

Na cinemática, estuda-se o movimento sem compreender sua causa. Na dinâmica, estudamos a relação entre a força e movimento.

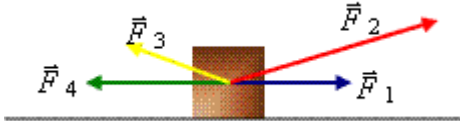
Força: É uma interação entre dois corpos.

O conceito de força é algo intuitivo, mas para compreendê-lo, pode-se basear em efeitos causados por ela, como:

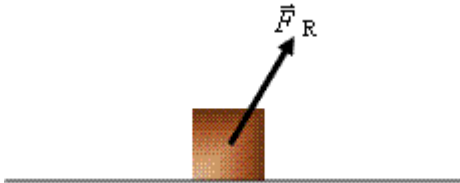
Aceleração: faz com que o corpo altere a sua velocidade, quando uma força é aplicada.

Deformação: faz com que o corpo mude seu formato, quando sofre a ação de uma força.

Força Resultante: É a força que produz o mesmo efeito que todas as outras aplicadas a um corpo. Dadas várias forças aplicadas a um corpo qualquer:



A força resultante será igual à soma vetorial de todas as forças aplicadas:



As leis de Newton constituem os três pilares fundamentais do que chamamos Mecânica Clássica, que justamente por isso também é conhecida por Mecânica Newtoniana.

Quando várias forças atuam num corpo ao mesmo tempo, a melhor forma de estudar o comportamento do corpo quando sujeito a essas forças é determinar a Resultante das Forças (ou Força Resultante) que nele atuam.

A força resultante (F_r) de um sistema de forças consiste no efeito produzido por uma força única capaz de produzir um efeito equivalente ao das várias forças aplicadas ao corpo.

A força resultante de um sistema de duas ou mais forças pode determinar-se graficamente pela adição dos vetores força (adição vetorial).

Existem três situações diferentes: sistema de forças com o mesmo ponto de aplicação, a mesma direção e o mesmo sentido; sistema de forças com o mesmo ponto de aplicação, a mesma direção, mas de sentidos contrários; sistema de forças com o mesmo ponto de aplicação, mas com direções diferentes.

No primeiro caso, a força resultante terá o mesmo ponto de aplicação que as forças aplicadas, a mesma direção e sentido e uma intensidade igual à soma das intensidades das forças intervenientes.

No segundo caso, a força resultante terá o mesmo ponto de aplicação que as forças aplicadas, a mesma direção, o sentido da força mais intensa (maior) e uma intensidade igual à diferença das intensidades das forças intervenientes.

No terceiro caso, a força resultante será determinada graficamente pela regra do paralelogramo. A força resultante corresponderá ao vetor que tem origem no ponto de aplicação das forças e a extremidade no vértice oposto do paralelogramo.

Se o ângulo entre as duas forças for reto, pode-se determinar facilmente a intensidade da força resultante recorrendo ao teorema de Pitágoras.

1ª Lei de Newton - Princípio da Inércia

- Quando estamos dentro de um carro, e este contorna uma curva, nosso corpo tende a permanecer com a mesma velocidade vetorial a que estava submetido antes da curva, isto dá a impressão que se está sendo "jogado" para o lado contrário à curva. Isso porque a velocidade vetorial é tangente a trajetória.

- Quando estamos em um carro em movimento e este freia repentinamente, nos sentimos como se fôssemos atirados para frente, pois nosso corpo tende a continuar em movimento. Estes e vários outros efeitos semelhantes são explicados pelo princípio da inércia, cujo enunciado é:

"Um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, e um corpo em movimento tende a permanecer em movimento."

Então, conclui-se que um corpo só altera seu estado de inércia se alguém ou alguma coisa aplicar nele uma força resultante diferente de zero.

2ª Lei de Newton - Princípio Fundamental da Dinâmica

Quando aplicamos uma mesma força em dois corpos de massas diferentes observamos que elas não produzem aceleração igual.

A 2ª lei de Newton diz que a Força é sempre diretamente proporcional ao produto da aceleração de um corpo pela sua massa, ou seja:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Ou em módulo: $F=ma$

Onde:

F é a resultante de todas as forças que agem sobre o corpo (em N);

m é a massa do corpo a qual as forças atuam (em kg);

a é a aceleração adquirida (em m/s²).

A unidade de força, no sistema internacional, é o N (Newton), que equivale a kg m/s² (quilograma metro por segundo ao quadrado).

Exemplo:

Quando uma força de 12N é aplicada em um corpo de 2kg, qual é a aceleração adquirida por ele?

$$F=ma$$

$$12=2a$$

$$a=6\text{m/s}^2$$

Força de Tração

Dado um sistema onde um corpo é puxado por um fio ideal, ou seja, que seja inextensível, flexível e tem massa desprezível.



Podemos considerar que a força é aplicada no fio, que por sua vez, aplica uma força no corpo, a qual chamamos Força de Tração $\vec{T}$.



3ª Lei de Newton - Princípio da Ação e Reação

Quando uma pessoa empurra um caixa com uma força F, podemos dizer que esta é uma força de ação. Mas conforme a 3ª lei de Newton, sempre que isso ocorre, há uma outra força com módulo e direção iguais, e sentido oposto a força de ação, esta é chamada força de reação.

Esta é o princípio da ação e reação, cujo enunciado é:

"As forças atuam sempre em pares, para toda força de ação, existe uma força de reação."

Momento de Inércia

Existe uma grandeza física associada à inércia de rotação. Ela é denominada *momento de inércia*. Assim como um corpo massivo apresenta sua tendência de permanecer em seu estado inicial de movimento com uma velocidade constante, que inclusive pode ser zero, no caso em que o somatório das forças atuantes é nulo, também existe uma resistência à mudança no movimento rotacional. Esta resistência à mudança em sua velocidade angular é conhecida como momento de inércia do respectivo corpo.

Analisando quantitativamente o momento de inércia, que simbolizaremos por I , podemos chegar facilmente a uma expressão:

$$I = m.R^2$$

Para um corpo de massa m , cujo centro de massa está posicionado a uma distância fixa R de um ponto fixo em torno do qual este objeto pode executar um movimento circular, conforme mostra a figura 01.

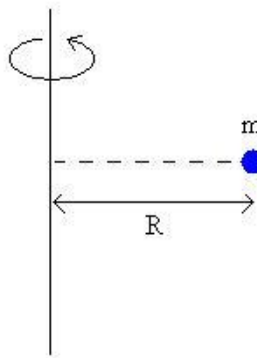


Figura 01: representação de um corpo a uma distância R de seu eixo de rotação

Isto é facilmente aceitável. Mas para objetos como uma barra, ou um disco, ou uma esfera, qual seria a expressão para o cálculo do momento de inércia? Para estes casos, aplica-se o cálculo integral utilizando a distribuição contínua de massa, cujo elemento de massa é dm ao longo do corpo com comprimento x , como se segue.

$$I = \int x^2 dm$$

Vejamos como isto seria determinado para uma barra de comprimento L , mostrado na figura 02.

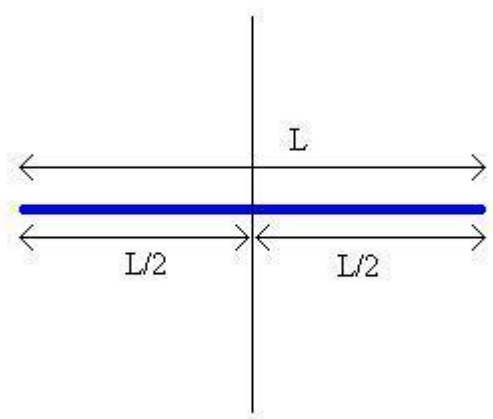


Figura 02: representação de uma barra de massa m e comprimento L fixa em seu centro o eixo em torno do qual ela pode executar movimento rotacional.

Sabendo que esta massa m se distribui uniformemente ao longo de seu comprimento L , de modo que podemos escrever o elemento de massa dm em função da densidade linear de massa m/L e o elemento de comprimento dx como se segue: De maneira análoga a esta colocada aqui, pode ser feito o cálculo para o momento de inércia de uma barra com uma das extremidades coincidindo com o ponto fixo em torno do qual possivelmente ela irá girar. Há uma mudança apenas no limite de integração, que passa a ser de 0 até L , e o resultado é:

$$I = m.L^2/3$$

Para um disco que gira em torno de um eixo imaginário que passa pelo seu centro, como mostra a figura 03:

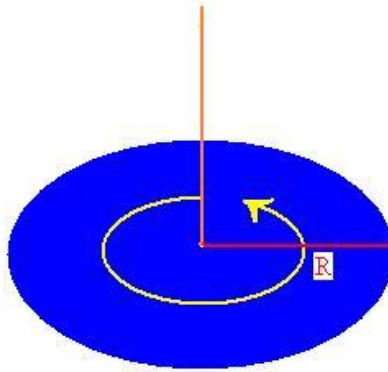


Figura 03: representação de um disco centralizado em um eixo de rotação

O elemento de massa será dado por

$$dm = \frac{m}{\pi.R^2} . 2.\pi.x.dx$$

De forma que se obtém:

$$I = \int_0^R x^2 \frac{m}{\pi.R^2} . 2.\pi.x.dx$$

O que, após os cálculos, dá:

$$I = \frac{1}{2} . m . R^2$$

Após estas análises, fica evidente que quanto mais próxima a massa estiver do eixo de rotação, menor será o momento de inércia, e quanto mais afastada a massa estiver do eixo de rotação, maior será seu momento de inércia. A esfera possui o momento de inércia mínimo para corpos com distribuição contínua de massa, e seu valor é $2.m.R^2/5$.

Na física, definimos o momento de inércia de um corpo como sendo a medida da distribuição da massa de um corpo ao redor de um eixo fixo de rotação.

De acordo com a Segunda Lei de Newton, quando aplicamos uma força sobre um objeto que contém massa, este adquire aceleração. Para um corpo em movimento circular, isto é, para um corpo em rotação, podemos determinar sua posição e velocidade em função de variáveis como o ângulo e a velocidade angular, além do raio da trajetória.

Vejamos a figura acima, nela temos um corpo de massa m que está preso a um eixo central, que gira em uma trajetória circular cujo raio vale R . Vamos analisar esse movimento. Ainda com relação à figura acima, suponhamos que uma força de intensidade F atue sempre na direção da velocidade tangencial v do corpo de massa m .

Podemos escrever a Segunda Lei de Newton para os módulos das grandezas:

$$F = m \cdot a \rightarrow F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Como a velocidade linear de um movimento circular é dada por $v = \omega \cdot R$, podemos escrever a equação acima da seguinte forma:

$$F = m \cdot \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t}$$

Multiplicando ambos os lados por R , teremos:

$$F \cdot R = m \cdot R^2 \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Sabendo que o quociente entre a velocidade angular e o tempo nos fornece a aceleração angular, temos:

$$F \cdot R = m \cdot R^2 \cdot \alpha$$

Lembrando que a força é perpendicular ao raio da trajetória, vemos que $F \cdot R = M$ é o módulo do torque exercido pela força F em relação ao centro do movimento circular. Temos como resultado:

$$M = m \cdot R^2 \cdot \alpha \Rightarrow M = I \cdot \alpha$$

Onde $I = m \cdot R^2$.

A equação $M = I \cdot \alpha$ relaciona o módulo do torque M com a aceleração angular α e com a quantidade I que representa a inércia rotacional do objeto. A quantidade I é conhecida como o **momento de inércia** do corpo e a sua unidade no SI é **kg.m²**.

Nesse exemplo, chegamos à conclusão de que o *momento de inércia* se relaciona tanto com a massa, como também com o raio da trajetória circular. A equação do momento de inércia permite calcular o momento de qualquer corpo, sendo assim, podemos dizer que a equação do momento de inércia ($M = I \cdot \alpha$) é equivalente a Segunda Lei de Newton para objetos sujeitos a torque.

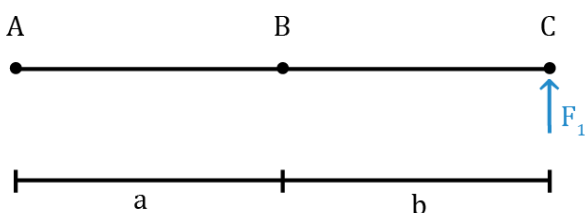
Cálculo de Momento

Vamos adotar a regra da mão direita para explicar o cálculo de momento.

O que é a regra da mão direita?

A regra da mão direita fala que os dedos equivalem as forças e você tem sempre que fechar a mão na direção de onde você quer o momento. Se o polegar estiver voltado para você, o sinal é positivo, se ele estiver contrário a você, ele é negativo.

Exemplo 1: Calcule o momento em F_1 para B e A.

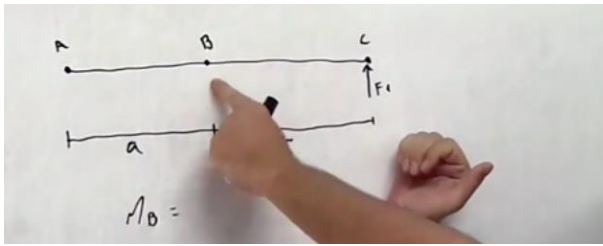


Colocando a mão direita em F_1 , temos:

$$M_B = F_1 \cdot b$$

$$M_A = F_1 \cdot (a+b)$$

Neste caso, os momentos foram positivos, pois o polegar ficou voltado para fora.



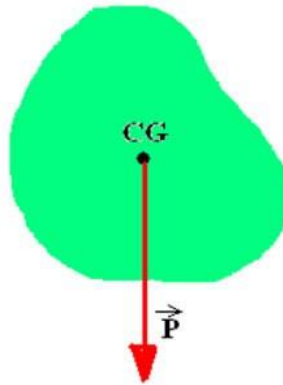
Exemplo 2: Calcule o momento em F2 para B e A.

$$M_B = -F_2 \cdot b$$

$$M_A = -F_2 \cdot (a+b)$$

Neste exemplo, os momentos foram negativos, pois o polegar ficou voltado para dentro.

Centro de gravidade

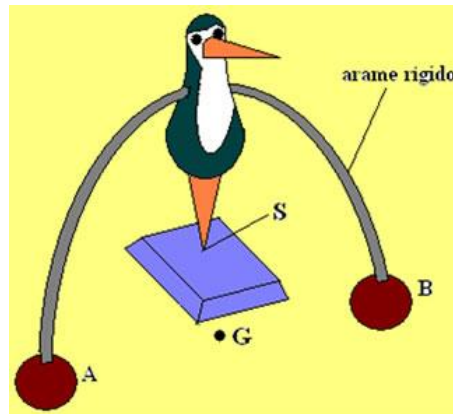


Centro de gravidade de um corpo

Como mostra a figura acima, o centro de gravidade de um corpo é o ponto onde pode ser considerada a aplicação da força da gravidade. Se as dimensões do corpo forem pequenas, em comparação ao tamanho da Terra, é possível demonstrar que o centro de gravidade praticamente coincide com o centro de massa.

Para obtermos, através de experimento, o centro de gravidade de um corpo em forma de chapa, ou seja, espessura constante, podemos proceder como na figura abaixo. Inicialmente suspendemos o corpo por um ponto S_1 qualquer e o deixamos atingir a posição de equilíbrio (a), definindo a reta vertical r .

Em seguida, suspendemos o corpo por outro ponto, S_2 , e novamente o deixamos atingir a posição de equilíbrio (b), definindo a reta vertical s . O centro de gravidade (c) estará no cruzamento das retas r e s . Um brinquedo que podemos encontrar facilmente está esquematizado na figura abaixo. Um boneco está apoiado em um suporte S. Pelo boneco passa um arame rígido cujas extremidades estão fixadas em duas bolas de massas maiores que a do boneco. Desse modo, o centro de gravidade (G) do conjunto está *abaixo* do suporte S e o sistema está em equilíbrio estável. Ao afastarmos bem levemente o brinquedo da sua posição de equilíbrio, e depois o soltarmos, ele tende a voltar para sua posição inicial.



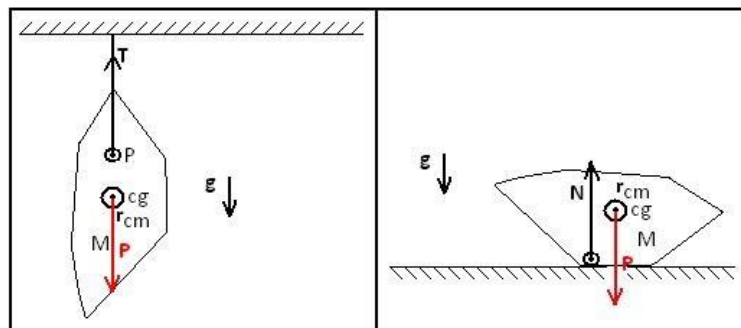
Quando um objeto encontra-se numa região onde atua um campo gravitacional, este sofre a ação da força peso, dada pelo produto de sua massa m pela respectiva aceleração gravitacional local, g . Geralmente, usa-se o módulo da aceleração gravitacional, uma vez que se sabe, a exemplo da Terra, que a aceleração gravitacional tem direção radial e nos sistemas de referências utilizados as grandezas positivas apontam do centro da Terra para fora, conseqüentemente, o campo gravitacional $\mathbf{g}$ é negativo para baixo. Desta forma temos, matematicamente, o módulo do peso do objeto dado pela equação: $P = m \cdot g$

Quando um objeto encontra-se numa região onde atua um campo gravitacional, este sofre a ação da força peso, dada pelo produto de sua massa m pela respectiva aceleração gravitacional local, g . Geralmente, usa-se o módulo da aceleração gravitacional, uma vez que se sabe, a exemplo da Terra, que a aceleração gravitacional tem direção radial e nos sistemas de referências utilizados as grandezas positivas apontam do centro da Terra para fora, conseqüentemente, o campo gravitacional $\mathbf{g}$ é negativo para baixo. Desta forma temos, matematicamente, o módulo do peso do objeto dado pela equação: $P = m \cdot g$

Se considerarmos um objeto sobre uma superfície plana, teremos para cada partícula que constitui o referido corpo, uma força peso atuante. É o que expressa a equação: $\Sigma \mathbf{F} = \Sigma m_i \cdot \mathbf{g}$

Temos vários corpos de massa m . Mas podemos fazer o somatório de todas as forças que atuam sobre o corpo, e deste modo teremos uma equação para a força total atuante sobre o corpo em termos de sua massa total e a aceleração gravitacional local, expressa a seguir: $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{g} \cdot \Sigma m_i = M \cdot \mathbf{g}$

Para que este corpo esteja em equilíbrio estático, é necessário que esteja suspenso por uma tração $\mathbf{T}$ em algum ponto, ou com sua base apoiada sobre uma superfície, ou seja, apoiada vários pontos, conforme mostra a figura 01.



Deste modo, na vertical, o somatório das forças seria nulo. Para um objeto sobre uma superfície teremos:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{N} - \mathbf{g} \cdot \Sigma m_i = \mathbf{N} - M \cdot \mathbf{g} = 0$$

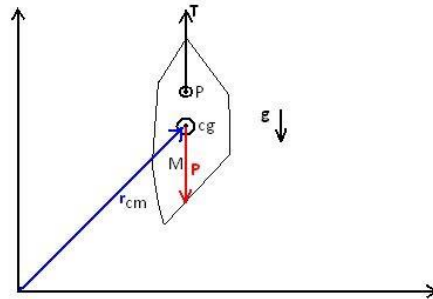
E para o caso de um objeto suspenso por uma força de tração teremos:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{T} - \mathbf{g} \cdot \Sigma m_i = \mathbf{T} - M \cdot \mathbf{g} = 0$$

O torque resultante sobre o corpo é dado por:

$$\Sigma \boldsymbol{\tau} = \Sigma (\mathbf{r}_i \times m_i \cdot \mathbf{g}) = \Sigma (m_i \cdot \mathbf{r}_i \times \mathbf{g}) = M \cdot \mathbf{r}_{cm} \times \mathbf{g} = \mathbf{r}_{cm} \times M \mathbf{g}$$

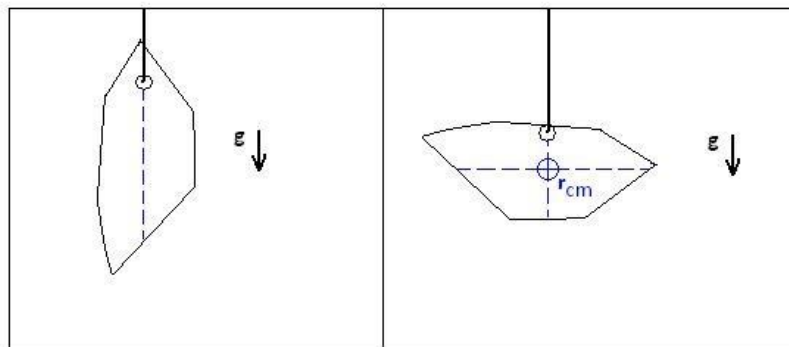
A quantidade $m_i \cdot \mathbf{r}_i$, expressa em função das massas das partículas que constituem o corpo, m_i , e das respectivas posições ocupadas por cada uma, $\mathbf{r}_i$, pode ser escrita em função da massa total M e da posição do centro de massa $\mathbf{r}_{cm}$ conforme mostrado na figura 02.



Para uma condição de equilíbrio o somatório dos torques em relação ao centro de massa tem de ser nulo. Ou seja, matematicamente, teremos: $\Sigma \tau = \mathbf{r}_{cm} \times M\mathbf{g} = 0$

Desta forma, todas as porções de massa que estiverem fora da base de apoio, aplicarão um torque sobre em torno extremidade da respectiva base de apoio.

Para determinar o centro de massa $\mathbf{r}_{cm}$ de um objeto plano é muito simples: basta suspendê-lo em um ponto, por uma força de tração criada por um fio, por exemplo e riscar desde o ponto de suspensão até a extremidade inferior do objeto, como para determinar o *centro de gravidade*. Depois, escolhe-se outro ponto de suspensão em um dos lados, esquerdo ou direito do corpo, aproximadamente à meia altura. Novamente, risca-se na vertical. Na intersecção entre os dois riscos, ou seja, no cruzamento das linhas, localiza-se o centro de massa do objeto, mostrado na figura 03.



Se for um objeto ao qual seja necessário considerar as três dimensões, é necessário efetuar mais um risco, perpendicular aos outros dois, num terceiro eixo de coordenadas considerado para aquele objeto. Neste caso, teremos um ponto localizado no interior do objeto, dependendo de sua forma. Para alguns casos, o centro de massa está fora do volume preenchido pelo objeto. Por exemplo, o centro de gravidade de um objeto de determinada substância e em forma de anel é localizado aproximadamente no centro, na região vazia.

Equilíbrio (conceito, equações universais da estática, apoios)

Equilíbrio ou em duas dimensões

Um corpo rígido está em equilíbrio quando todas as forças externas que atuam sobre ele formam um sistema de forças equivalente a zero, isto é, quando todas as forças externas podem ser reduzidas a uma força nula e a um binário nulo.

O equilíbrio em duas dimensões é também conhecido como equilíbrio no plano. Para o estudo do equilíbrio dos corpos rígidos não bastam conhecer somente as forças externas que agem sobre ele, mas também é necessário conhecer como este corpo rígido está apoiado.

EQUILÍBRIO DE FORÇAS E MOMENTOS

Para que um determinado corpo esteja em equilíbrio, é necessário que sejam satisfeitas as condições:

f Resultantes de Força

A resultante do sistema de forças atuante será nula.

f Resultantes dos Momentos

A resultante dos momentos atuantes em relação a um ponto qualquer do plano de forças será nula.

f Equações Fundamentais da Estática

Baseados, concluímos que para forças coplanares, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M = 0$.

Força Axial ou Normal F

É definida como força axial ou normal a carga que atua na direção do eixo longitudinal da peça. A denominação normalmente ocorre, em virtude de ser perpendicular, a secção transversal.

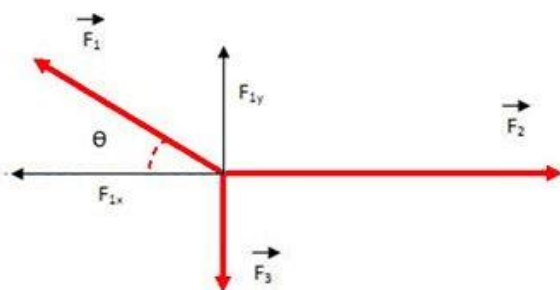
Na física clássica, define-se **equilíbrio estático** como o arranjo de forças atuantes sobre determinado corpo em repouso de modo que a resultante dessas forças tenha módulo igual a zero. Ou seja, todo e qualquer corpo estará parado (nesse caso, parado no sentido de ausente de movimento, acelerado ou não) em relação a um ponto referencial se, e somente se, as resultantes das forças aplicadas sobre ele forem nulas.

No cotidiano, basicamente tudo que está em repouso perante os olhos (nosso ponto referencial padrão) está em equilíbrio estático, como: um aparelho de TV sobre uma estante, uma cadeira, um livro sobre uma mesa. Caso alguma força aja sobre esses objetos, de modo que vença quaisquer obstáculos contrários – como a [força de atrito](#) –, a força resultante final será diferente de zero e o corpo entrará em movimento.

Equilíbrio em um Ponto Material

Um ponto material é apenas uma abstração para dimensões não consideráveis. Portanto, se um diagrama de forças agirem sobre esse ponto, o mesmo não irá interferir na força resultante final, já que qualquer força aplicada sobre ele estará localizada “no mesmo lugar” – não haverá espaço entre as forças atuantes.

Observe o seguinte diagrama de forças:



Considerando-se que $|F_2| \neq |F_1| \neq |F_3|$, o diagrama só estará em equilíbrio se a soma dessas forças (retirando-se o módulo) for zero. E, como a força F_1 está inclinada sobre determinado ângulo com a horizontal, deve-se decompô-la em forças vetoriais no campo das ordenadas (y) e das abscissas (x).

Adotando-se o referencial positivo para cima e para a direita, o equilíbrio estático só será verdadeiro se:

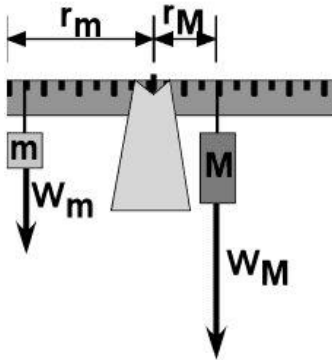
$$F_{1y} = F_3 \rightarrow F_1 \sin \theta = F_3$$

$$F_{1x} = F_2 \rightarrow F_1 \cos \theta = F_2$$

Equilíbrio em Corpo Extenso

Sendo corpo extenso aquele cujas dimensões são consideráveis nos cálculos, e que as forças podem possuir um espaçamento entre si, utiliza-se o conceito de [torque](#) (ou **momento estático** de uma força) para a definição de equilíbrio estático.

Observe o seguinte diagrama:



Dois corpos de massas m e M (sendo $M > m$) estão pendurados em uma barra homogênea (com [centro de massa](#) exatamente no meio do seu comprimento) em equilíbrio estático. Por se tratar de um corpo extenso, as distâncias das forças até o(s) ponto(s) de apoio (ponto(s) no qual a barra recebe força Normal orientada para cima) devem ser considerados. Para esse caso, o equilíbrio seria dado por:

$Mpm + MpM + Mpb + MN = 0$, sendo Mpm = Momento do peso do corpo de massa m ; MpM = Momento do peso do corpo de massa M ; Mp = Momento do peso da barra; MN = Momento da força Normal.

Considerando-se que, o centro de massa da barra esteja exatamente no ponto de apoio especificado da figura, a distância entre a força Normal e o ponto de apoio é zero, assim como a distância entre o vetor peso e o mesmo ponto de apoio.

E, sendo **torque** = $F \cdot d \cdot \sin \theta$, onde $\sin \theta$ = seno do ângulo que a força faz com o plano da barra (geralmente horizontal):

$$Pm \cdot r_m \cdot \sin 90^\circ + PM \cdot r_M \cdot \sin 90^\circ + Pb \cdot 0 \cdot \sin 90^\circ + FN \cdot 0 \cdot \sin 90^\circ = 0$$

Sendo Pm = peso do corpo de massa m ; PM = peso do corpo de massa M .

O ângulo de 90° (seno = 1) foi utilizado como padrão porque os torques não-nulos (de m e M) estão no mesmo sentido (para baixo). Caso houvesse algum vetor força diferente de N (nulos, pois $d = 0$) orientado para cima, os ângulos de m e M seriam 270° , o que lhes confeririam sinal negativo na equação.

Portanto a equação final do torque resultante se resume a:

$$Pm \cdot r_m + PM \cdot r_M = 0$$

Para que a soma dê igual a zero, um dos torques tem que ser de sinal negativo. E, como o seno dos ângulos é o mesmo (1), deve-se avaliar o seguinte: caso não

houvesse equilíbrio, qual seria o sentido do giro? Aquela força que fizer a barra

girar para baixo recebe valor negativo. E, como $PM > Pm$:

$$Pm \cdot r_m - PM \cdot r_M = 0$$

$$Pm \cdot r_m = PM \cdot r_M$$

Caso a barra tivesse mais de um ponto de apoio, o procedimento seria: escolher um dos pontos e adotá-lo como o ponto de giro (geralmente escolhe-se o ponto mais extremo), e em seguida utilizar no cálculo dos torques as distâncias de cada força atuante na barra até esse ponto.

Um corpo está em equilíbrio quando a somatória de todas as forças que atuam sobre ele for nula, ou seja, igual a zero. De acordo com a Primeira Lei de Newton, quando a resultante das forças que atuam sobre um corpo é nula, o corpo permanece em seu estado de repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Portanto, um objeto em equilíbrio pode estar em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. O equilíbrio pode ser classificado como:

Equilíbrio estático: Quando o objeto está em repouso;

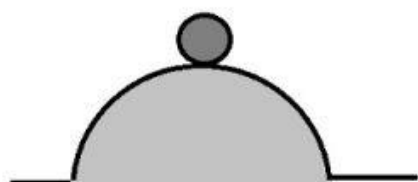
Equilíbrio dinâmico: Quando o corpo está em movimento retilíneo uniforme.

Além disso, ele pode ser de três tipos: estável, instável ou indiferente.

No equilíbrio estável, quando o corpo realiza um pequeno deslocamento em relação a sua posição de equilíbrio ao ser abandonado, ele retorna à posição inicial.

Quando o equilíbrio é instável, ao retirar o objeto da sua posição de equilíbrio, ele tende a se afastar ainda mais dela quando abandonado.

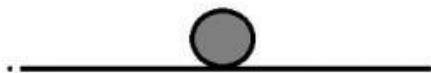
No equilíbrio indiferente, ao ser deslocado, o objeto permanece em equilíbrio em uma nova posição.



Equilíbrio instável



Equilíbrio estável



Equilíbrio indiferente

Fórmulas de Estática

Em Física, a estática é a parte que estuda sistemas sob a ação de forças que se equilibram. Confira a seguir uma lista de fórmulas sobre este conteúdo.

Equilíbrio		
Equilíbrio estático	$\vec{v} = 0$	$\vec{v} = \text{velocidade}$
Equilíbrio dinâmico	$\vec{v} = \text{constante}$	$\vec{v} = \text{velocidade}$
Estática de um ponto		
Estática de um ponto	$\sum \vec{F} = 0$	$\sum F = \text{soma das forças que atuam sobre o ponto}$
Estática de um corpo rígido		
Centro de massa	$CM_x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \dots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ $CM_y = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + \dots + y_n m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ $CM = (CM_x, CM_y)$	$CM_x = \text{posição do centro de massa em } x$ $CM_y = \text{posição do centro de massa em } y$ $x_1, x_2, \dots = \text{posição em } x$ $y_1, y_2, \dots = \text{posição em } y$ $m = \text{massa}$ $CM = \text{ponto de centro de massa}$
Momento de uma força - Torque	$\vec{M} = F \cdot r \cdot \sin \theta$	$\vec{M} = \text{momento da força}$ $F = \text{força}$ $r = \text{braço de alavanca}$ $\theta = \text{menor ângulo entre } \vec{F} \text{ e } \vec{r}$
Estática de um corpo	$\sum \vec{F} = 0$ $\sum \vec{M} = 0$	$\sum F = \text{soma das forças que atuam sobre o corpo}$ $\sum \vec{M} = \text{soma dos momentos que atuam sobre o corpo}$

Apoio

Introdução

Denominamos vínculos ou apoios os elementos de construção que impedem os movimentos de uma estrutura. Nas estruturas planas, podemos classificá-los em 3 tipos.

Vínculos de 1^ª classe

Este tipo de vínculo impede o movimento de translação na direção normal ao plano de apoio, fornecendo-nos desta forma, uma única reação (normal ao plano de apoio).

Representação simbólica:

Vínculos de 2^ª Classe

Este tipo de vínculo impede apenas dois movimentos; o movimento no sentido vertical e horizontal, podendo formar duas reações. (Vertical e horizontal).

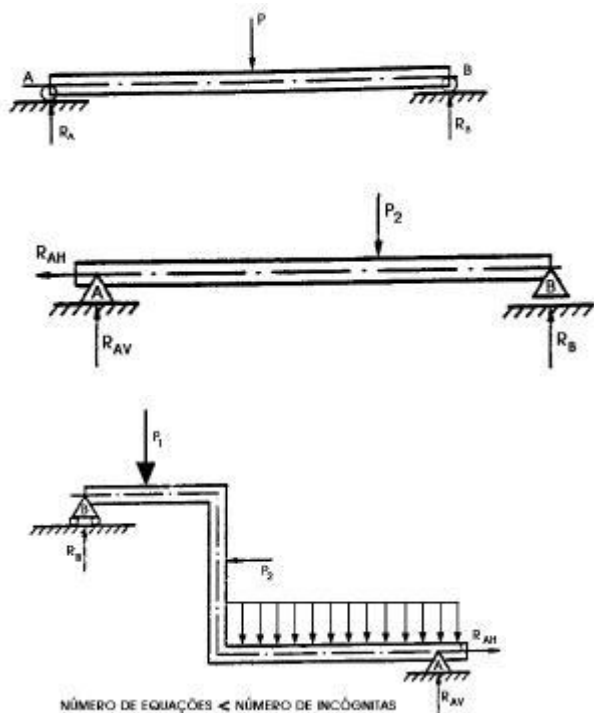
Representação simbólica:

Engatamento de 3^ª Classe

Este tipo de vínculo impede a translação em qualquer direção, impedindo também a rotação do mesmo através de um contra momento, que bloqueia a ação do momento de solicitação.

RY - Impede o movimento de translação na direção

M - Impede a rotação



Apoio móvel

- impede movimento na direção normal (perpendicular) ao plano do apoio;
- permite movimento na direção paralela ao plano do apoio;
- permite rotação. Apoio fixo
- impede movimento na direção normal ao plano do apoio;
- impede movimento na direção paralela ao plano do apoio;
- permite rotação.

Engastamento

- impede movimento na direção normal ao plano do apoio;
- impede movimento na direção paralela ao plano do apoio;
- impede rotação.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_A = 0$$

Reações de apoio

As reações de apoio podem ser divididas em três gêneros:

1º Gênero – possui reação somente na vertical; de acordo com a literatura, você pode encontrar diferentes símbolos:



- 2º Gênero – possui reação na vertical e na horizontal; assim como no primeiro, existem opções de simbologia:



3º Gênero – possui reação na vertical, horizontal e faz gerar um momento no ponto onde tem o engaste. Também apresenta simbologia diferente dependendo da literatura:



$$\vec{R} = 0 \therefore \begin{aligned} R_x &= \sum F_x = 0 \\ R_y &= \sum F_y = 0 \end{aligned}$$



Cargas (cargas concentradas, distribuídas, permanentes, estáticas, acidentais e móveis)

As cargas são acrescentadas segundo três eixos, que definem a direção e o sentido de aplicação da força. O carregamento em um nó é dividido em três componentes de carga (F_x , F_y e F_z , para cada eixo) e três componentes de momento aplicado (M_x , M_y e M_z , em torno de cada eixo). Combinando essas diferentes parcelas em um mesmo nó, pode-se definir uma carga ou momento em qualquer direção do espaço.

Para a aplicação das cargas concentradas, o programa adota a convenção de sinais e direções explicada abaixo:

- Eixo X (F_x): cargas horizontais em planta, definidas como positivas da esquerda para a direita;
- Eixo Y (F_y): cargas horizontais em planta, definidas como positivas de baixo para cima;
- Eixo Z (F_z): cargas verticais (normais ao plano do pavimento), definidas como positivas de baixo para cima ("saindo" da tela do computador).

Importante: Para o lançamento de cargas verticais "para baixo", de acordo com as convenções mostradas, deve-se lançar o valor da carga concentrada como valor negativo no eixo Z (F_z)

A orientação dos momentos obedece às regras da "mão direita", em que o momento é compreendido como lançado em torno do eixo correspondente:

- Eixo X (M_x): momentos no plano do pavimento, definidos como positivos girando em torno do eixo X

(em planta);

- Eixo Y (M_y): momentos no plano do pavimento, definidos como positivos girando em torno do eixo Y

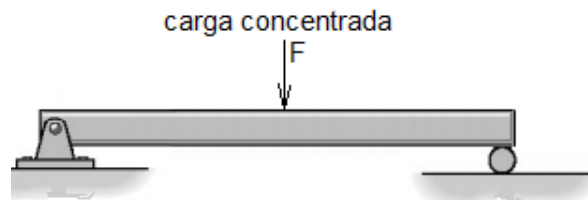
(em planta);

- Eixo Z (M_z): momentos no plano vertical, definidos como positivos girando em torno do eixo Z.

Lançamento de cargas concentradas

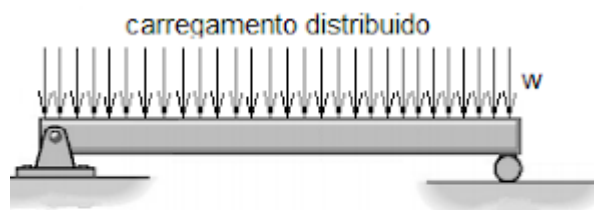
As cargas concentradas podem ser lançadas em qualquer nó da estrutura através do comando "Elementos - Cargas - Concentradas...". Em alguns elementos como pilares e nós, é possível realizar o mesmo lançamento através do botão "Cargas..." da janela de lançamento.

Uma carga quando é aplicada exerce uma força sobre a estrutura. Esta **carga pode ser concentrada ou distribuída**. A diferença é: a carga concentrada aplica uma força apenas em um ponto, já a carga distribuída aplica várias forças ao longo da estrutura.



viga simples fixo com carga concentrada:

A figura acima representa uma estrutura simples com barra apoiada nas duas extremidades, a força F está aplicada no centro e é denominada carga concentrada pois está em apenas um ponto da barra.



viga simples fixo com carga distribuída:

Na figura apresentada acima está ilustrado um modelo de carga distribuída. Observe que sobre a barra existem várias forças aplicadas, essas forças caracterizam um carregamento w ao longo de toda a estrutura.

A diferença é que: na carga concentrada a barra recebe força em apenas um ponto e, na carga distribuída a barra recebe força em vários pontos.

CARGAS ATUANTES NAS ESTRUTURAS

CARGAS EXTERNAS

Uma estrutura pode estar sujeita à ação de diferentes tipos de carga, tais como pressão do vento, reação de um pilar ou viga, as rodas de um veículo, o peso de mercadorias (depósitos), maquinários (indústrias), etc. Estas cargas podem ser classificadas quanto à ocorrência em relação ao tempo e quanto às leis de distribuição.

OCORRÊNCIA EM RELAÇÃO AO TEMPO

Cargas Permanentes

Atuam constantemente na estrutura ao longo do tempo e são devidas ao seu peso próprio, dos revestimentos e materiais que a estrutura suporta. Tratam-se de cargas com posição e valor conhecidos e invariáveis (Figura 59).

Cargas Acidentais

São aquelas que podem ou não ocorrer na estrutura e são provocadas por ventos, empuxo de terra ou água, impactos laterais, frenagem ou aceleração de veículos (Figura 60), sobrecargas em edifícios, peso de materiais que preencherão a estrutura no caso de reservatórios de água e silos, efeitos de terremotos, peso de neve acumulada (regiões frias), etc. Estas cargas são previstas pelas Normas em vigor.

Quanto às leis de distribuição

Quanto às leis de distribuição, as cargas podem ser classificadas em cargas concentradas e cargas distribuídas.

a. Cargas concentradas:

São cargas distribuídas aplicadas a uma parcela reduzida da estrutura, podendo-se afirmar que são áreas tão pequenas em presença da dimensão da estrutura que podem ser consideradas pontualmente. Pode-se citar como exemplo a carga de uma viga servindo de apoio para outra viga.

Cargas distribuídas:

As cargas distribuídas, por sua vez, podem ser classificadas em Cargas Uniformemente Distribuídas e Cargas Variáveis:

➤ Cargas uniformemente distribuídas:

São cargas constantes ao longo da estrutura (Figura 62), ou em trechos da estrutura (ex.: peso próprio, peso de uma parede sobre uma viga, reação de uma laje sobre uma viga, ação do vento sobre placa outdoor, etc.).

➤ Cargas variáveis:

São cargas triangulares. São exemplos de cargas variáveis: carga em paredes de reservatório de líquido (Figura 63), carga de grãos a granel, empuxo de terra ou água, vento ao longo da altura da edificação, etc.

Seguindo a norma

Cargas para projetos estruturais NBR 6120 onde fixa as condições exigíveis para determinação dos valores das cargas que devem ser consideradas no projeto de estrutura de edificações, qualquer que seja sua classe e destino, salvo os casos previstos em normas especiais.

Cargas para projetos estruturais NBR 6120

Para os efeitos desta Norma, as cargas são classificadas nas seguintes categorias:

- a) carga permanente (g);
- b) carga acidental (q).

CONDIÇÕES ESPECÍFICAS DE CARGAS PARA PROJETOS ESTRUTURAIS

Carga permanente

Este tipo de carga é constituído pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes.

Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga, quando não for feito por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1 kN/m².

Na falta de determinação experimental, deve ser utilizada a Tabela 1 para adotar os pesos específicos aparentes dos materiais de construção mais frequentes.

Tabela 1 - Peso específico dos materiais de construção		
Materiais		Peso específico aparente (kN/m ³)
1 Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gneiss	30
	Granito	28
	Mármore e calcáreo	28
2 Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico-calcáreos	20
3 Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
4 Madeiras	Pinho, cedro	5
	Louro, imbuia, pau óleo	6,5
	Guajuvirá, guatambu, grápia	8
	Angico, cabriuva, ipê róseo	10
5 Metais	Aço	78,5
	Alumínio e ligas	28
	Bronze	85
	Chumbo	114
	Cobre	89
	Ferro fundido	72,5
	Estanho	74
	Latão	85
6 Materiais diversos	Zinco	72
	Alcatrão	12
	Asfalto	13
	Borracha	17
	Papel	15
	Plástico em folhas	21
	Vidro plano	26

Carga accidental

É toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos etc.).

Condições peculiares

Nos compartimentos destinados a carregamentos especiais, como os devidos a arquivos, depósitos de materiais, máquinas leves, caixas-fortes etc., não é necessária uma verificação mais exata destes carregamentos, desde que se considere um acréscimo de 3 kN/m² no valor da carga accidental.

As cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial referem-se a carregamentos devidos a pessoas, móveis, utensílios e veículos, e são supostas uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores mínimos das cargas verticais		
Local		Carga kN/m²
1 Arquibancadas		4
2 Balcões	Mesma carga da peça com a qual se comunicam e as previstas em 2.2.1.5	-
3 Bancos	Escritórios e banheiros	2
	Salas de diretoria e de gerência	1,5
4 Bibliotecas	Sala de leitura	2,5
	Sala para depósito de livros	4
	Sala com estantes de livros a ser determinada em cada caso ou 2,5 kN/m ² por metro de altura observado, porém o valor mínimo de	6
5 Casas de máquinas	(incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em cada caso, porém com o valor mínimo de	7,5
6 Cinemas	Platéia com assentos fixos	3
	Estúdio e platéia com assentos móveis	4
	Banheiro	2
7 Clubes	Sala de refeições e de assembléia com assentos fixos	3
	Sala de assembléia com assentos móveis	4
	Salão de danças e salão de esportes	5
	Sala de bilhar e banheiro	2
8 Corredores	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
9 Cozinhas não residenciais	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
10 Depósitos	A ser determinada em cada caso e na falta de valores experimentais conforme o indicado em 2.2.1.3	-
11 Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2
12 Escadas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
13 Escolas	Anfiteatro com assentos fixos	-
	Corredor e sala de aula	3
	Outras salas	2
14 Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2
15 Forros	Sem acesso a pessoas	0,5
16 Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3

17 Galerias de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
18 Garagens e estacionamentos	Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo. Valores de ϕ indicados em 2.2.1.6	3
19 Ginásios de esportes		5
20 Hospitais	Dormitórios, enfermarias, sala de recuperação, sala de cirurgia, sala de raio X e banheiro	2
	Corredor	3
21 Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinado em cada caso, porém com o mínimo	3
22 Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
23 Lojas		4
24 Restaurantes		3
25 Teatros	Palco	5
	Demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas	-
26 Terraços	Sem acesso ao público	2
	Com acesso ao público	3
	Inacessível a pessoas	0,5
	Destinados a heliportos elevados: as cargas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do Ministério da Aeronáutica	-
27 Vestíbulo	Sem acesso ao público	1,5
	Com acesso ao público	3

No caso de armazenagem em depósitos e na falta de valores experimentais, o peso dos materiais armazenados pode ser obtido através dos pesos específicos aparentes que constam na Tabela 3. Todo elemento isolado de coberturas (ripas, terças e barras de banzo superior de treliças) deve ser projetado para receber, na posição mais desfavorável, uma carga vertical de 1 kN, além da carga permanente.

Tabela 3 - Características dos materiais de armazenagem			
Material		Peso específico aparente (kN/m ³)	Ângulo de atrito interno
1 Materiais de construção	Areia com umidade natural	17	30°
	Argila arenosa	18	25°
	Cal em pó	10	25°
	Cal em pedra	10	25°
	Calça	13	-
	Cimento	14	25°
	Clinker de cimento	15	30°
	Pedra britada	18	40°
	Seixo	19	30°
2 Combustíveis	Carvão mineral (pó)	7	25°
	Carvão vegetal	4	45°
	Carvão em pedra	8,5	30°
	Lenha	5	45°
3 Produtos agrícolas	Açúcar	7,5	35°
	Arroz com casca	5,5	36°
	Aveia	5	30°
	Batatas	7,5	30°
	Café	3,5	
	Centelo	7	35°
	Cevada	7	25°
	Farinha	5	45°
	Feijão	7,5	31°
	Feno prensado	1,7	
	Frutas	3,5	
	Fumo	3,5	35°
	Milho	7,5	27°
	Soja	7	29°
	Trigo	7,8	27°

Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas uma carga horizontal de 0,8 kN/m na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de 2 kN/m.

O valor do coeficiente ϕ de majoração das cargas acidentais a serem consideradas no projeto de garagens e estacionamentos para veículos deve ser determinado do seguinte modo: sendo “L” o vão de uma viga ou o vão menor de uma laje; sendo $o = 3$ m para o caso das lajes e o “Lo” = 5 m para o caso das vigas, tem-se:

- a) $\phi = 1,00$ quando $L \geq Lo$;
b) $\phi = Lo/L \leq 1,43$ quando $L \leq Lo$.

Quando uma escada for constituída por degraus isolados, estes devem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de 2,5 kN, aplicada na posição mais desfavorável. Este carregamento não deve ser considerado na composição de cargas das vigas que suportam os degraus, as quais devem ser calculadas para carga indicada na Tabela 2

No cálculo dos pilares e das fundações de edifícios para escritórios, residências e casas comerciais não destinados a depósitos, as cargas acidentais podem ser reduzidas de acordo com os valores indicados na Tabela 4.

Tabela 4 - Redução das cargas acidentais	
<i>Número de pisos que atuam sobre o elemento</i>	<i>Redução percentual das cargas acidentais (%)</i>
1, 2 e 3	0
4	20
5	40
6 ou mais	60

Cargas estáticas permitidas

Cargas muito pesadas ou cargas de choque podem deformar de forma permanente as pistas e os corpos rolantes. No caso de arranjos de rolamentos de superprecisão, deformações permanentes não devem ocorrer. Para garantir que cargas estáticas não levem a deformações permanentes, a classificação de carga estática básica do rolamento e a carga estática equivalente do rolamento podem ser comparadas para determinar se um rolamento está correndo risco de deformação permanente. Para rolamentos de esferas de contato angular de superprecisão com cargas muito pesadas, o truncamento das elipses de pressão deve ser verificado para evitar o concentrador de tensão, que também pode levar à deformação permanente. Para obter informações adicionais, entre em contato com o serviço de engenharia de aplicação SKF.

Classificação de carga estática básica

A classificação de carga estática básica C_0 , conforme definido na ISO 76:2006, corresponde a uma tensão de contato calculada no centro do corpo rolante/pista de contato com carga mais pesada. Essa tensão produz uma deformação permanente total do corpo rolante e pista, que é de aproximadamente 0,0001 do diâmetro do corpo rolante. As cargas são puramente radiais para rolamentos radiais e axiais, que agem centralmente, para rolamentos axiais.

Os valores de classificação de carga estática básica C_0 estão listados nas [tabelas de produtos](#).

Carga estática equivalente do rolamento

Para comparar cargas reais com a classificação de carga estática básica, as cargas reais devem ser convertidas para uma carga equivalente. A carga estática equivalente do rolamento P_0 é definida como a carga hipotética (radial para rolamentos radiais e axial para rolamentos axiais) que, se aplicada, provocaria a mesma carga máxima de corpo rolante no rolamento que a carga real a que está sujeito o rolamento.

As informações e os dados necessários para calcular a carga estática equivalente do rolamento são fornecidos em cada seção de produto.

Classificação de carga estática básica requerida

A classificação de carga estática básica requerida C_0 , para proteger o rolamento da deformação permanente, pode ser determinada com

$C_0 \geq s_0 P_0$

onde

		Classificação de carga estática básica [kN]
		Carga estática equivalente do rolamento [kN]

Para rolamentos híbridos, o fator de segurança estático deve ser aumentado em 10%. Nos rolamentos axiais de esferas de contato angular para parafusadeiras podem ser usados fatores de segurança reduzidos até $s_0 = 1$. Os esforços são classificados basicamente de acordo com a sua localização no corpo analisado, podendo ser externos ou internos. Os esforços externos podem ser de dois tipos distintos, ativo que se refere às cargas aplicadas, e reativo as reações nos apoios. Os internos se subdividem em resultantes e tensões. As tensões são as forças internas no corpo subdivididas por todo o seu volume e existem apenas quando o corpo está sendo solicitado por algum esforço externo, seja uma carga ou uma reação.



Classificação dos esforços. As resultantes, como o próprio nome sugere, são representações das tensões internas aplicadas no centro de gravidade da respectiva área do diagrama de tensões.

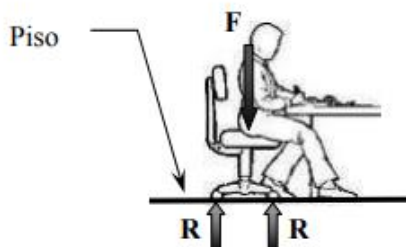
ESFORÇOS EXTERNOS

Os esforços externos reativos são classificados em função do tipo de apoio utilizado para restringir o movimento de corpo rígido, sua classificação pode ser feita, de uma forma básica, de acordo com a Figura 1.2. Os esforços ativos podem ser classificados de acordo com a área onde atuam, podendo ser concentrados ou distribuídos, o modo como atuam, podendo ser relativos ao tempo ou relativos ao tempo e ao espaço

e ainda quanto a sua origem, podendo ser estáticos, dinâmicos, repetidos ou do material.

Os esforços externos podem ser divididos em esforços de ação e esforços de reação.

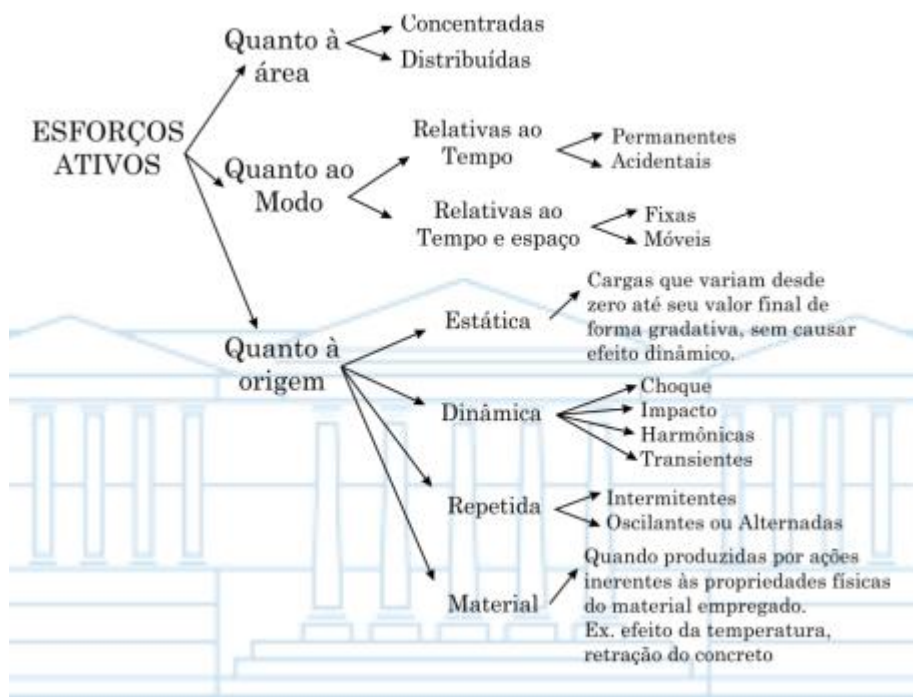
Na figura 10, uma pessoa sentada em uma cadeira corresponde a um esforço de ação para esta cadeira, representado pela força F . Note-se que se esta cadeira não estivesse apoiada no piso, ela sofreria um deslocamento vertical no sentido da força.



O que mantém a cadeira em sua posição de repouso são as forças R que o piso aplica na cadeira. Estas forças são os esforços de reação que o piso exerce na cadeira. Cada uma destas forças possui sentido e valor tal que a cadeira é mantida parada. Nesta situação se diz que a cadeira está em equilíbrio estático.

Para que a cadeira permaneça em equilíbrio estático, a cada valor de F ocorrem valores de R para que esta situação não se modifique.

Pode ser possível afirmar que os esforços de ação são os esforços aplicados por agentes externos à estrutura que possuem “existência própria” (o peso da pessoa é o mesmo quer ela esteja sentada na cadeira, ou não), já os esforços de reação são aqueles aplicados na estrutura e que dependem da aplicação dos esforços de ação. Para que uma estrutura suporte estes esforços é necessário que eles formem um sistema em equilíbrio.



ESFORÇOS INTERNOS

Os esforços internos desenvolvidos no corpo sólido podem ser simplificados para ações resultantes. Para tal, é importante a definição de um plano que secciona o corpo, um sistema de coordenadas e uma convenção de sinais definida de uma forma coerente para determinar os sentidos dos esforços de uma maneira equivalente nas duas faces da seção do corpo.

Os esforços internos atuam em determinados pontos da área de seção transversal, representando os efeitos resultantes da distribuição da força que atua na área seccionada. A determinação dessa distribuição de forças é de suma importância na resistência dos materiais e, para tal, é necessário se estabelecer o conceito de tensão.

Tomando, ainda, como exemplo a figura 10, o crescimento da força F e consequente crescimento das reações R , pode causar algum dano na cadeira. Para que este dano ocorra é necessário que pontos do material, da parte afetada, sejam afetados. Pode-se concluir então que nestes pontos estão atuando esforços que solicitam a estrutura e esta não os suporta.

De uma forma geral é possível dizer que quando uma estrutura está sob a ação de esforços externos em equilíbrio, nos seus pontos internos atuam esforços internos solicitantes. Os máximos valores que os esforços solicitantes podem ter sem que ocorra algum dano à estrutura são denominados esforços internos resistentes.

Observe-se que enquanto os esforços solicitantes dependem das cargas aplicadas nas estruturas e das reações que as mantêm em equilíbrio, os esforços resistentes são características dos materiais com que estas estruturas são construídas.

2.3. Esforços de ação que atuam nas estruturas.

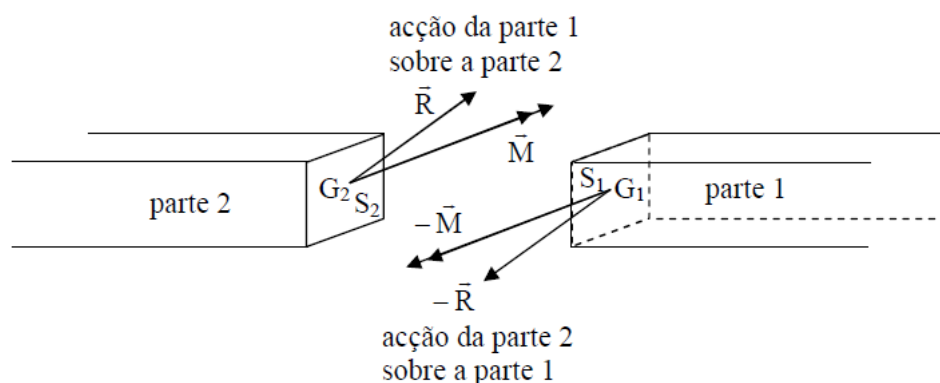
Os esforços de ação que atuam nas estruturas podem ser classificados em forças ou momentos.

Com relação às forças estas podem ser concentradas ou distribuídas.

Esforços Internos Solicitantes:

A elaboração de Diagramas de Esforços Internos Solicitantes (D.E.I.S.) é largamente utilizada para a análise de como forças internas à estrutura (forças normais, esforços cortantes, momentos fletores e momentos torçores) se distribuem nas diversas seções da viga em função de carregamentos atuantes. Esse tipo de diagrama é a representação gráfica dos esforços nas seções ao longo de um elemento. Graças a esse tipo de diagrama, podemos calcular com determinada precisão os pontos mais frágeis da estrutura para uma determinada solicitação para que assim possam-se tomar providências para um eventual reforço na estrutura ou para uma melhor distribuição dos esforços, por exemplo.

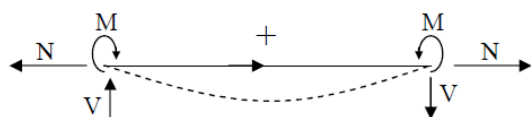
Considerando uma estrutura isostática (que possui sua liberdade restringida) em equilíbrio e sujeita a um carregamento qualquer, podemos efetuar um 'corte' de seção transversal 'S'. Com isso, o equilíbrio fica dividido (evidência que prova a existência de forças internas à estrutura). Tais forças geram dois sistemas de vetores que se distribuem com mesmo módulo e direções opostas em ambas às partes cortadas, graças à lei de Newton de ação e reação.



Representação do 'corte' de uma estrutura e suas forças internas

Contudo, para a elaboração do Diagrama de Esforços Internos Solicitantes, usamos apenas uma das partes provenientes do corte, retirando as forças de um lado e transportando para o outro.

O vetor ' V ', chamado de força cortante é a componente que representa a força que tende a cisalhar ou cortar a estrutura na seção ' S ' em estudo, atuando sempre no sentido perpendicular à estrutura. ' N ', denominada de força normal, tem a característica de tracionar ou comprimir a estrutura, é sempre aplicada, portanto, no sentido horizontal. Já ' M ', conhecido como momento fletor indica a tendência que a peça está sujeita a rotacionar.



Exemplificação de forças e momentos atuantes em uma viga

Esforços Mecânicos:

Os esforços mecânicos são o principal foco da resistência dos materiais, pois todo o estudo gira em torno de como dimensionar uma peça ou elemento de máquina para que suporte os efeitos que os esforços mecânicos gerados por uma estrutura geral ou específica estarão atuando sobre a mesma.

Cada tipo de esforço possui uma forma específica de ser analisado, estudado e calculado. Para isso, é necessário utilizar-se dos conhecimentos de um dos ramos da Física: a estática, para que o equilíbrio de forças demonstre o que acontecerá com dada peça de determinado material quando submetida a certo tipo de esforço.

Os cálculos de esforço mecânico estão profundamente conectados com cálculos geométricos, envolvendo estudos de seções transversais de materiais, trazendo conceitos como: momento de inércia, módulo de resistência e raio de giração. Estes conceitos estão interligados com os cálculos de análise de tensões, sendo a junção de conceitos geométricos, estática e dados referentes ao material que surge o cálculo de dimensionamento, onde procura-se desenvolver um elemento capaz de resistir a todos os esforços que estarão sendo aplicados nele durante o funcionamento da máquina, estrutura ou em qualquer lugar onde ele seja submetido a esforços.

São os esforços mecânicos:

1. Tração;
2. Compressão;
3. Cisalhamento;
4. Flexão;
5. Torção;
6. Flexo-Torção;
7. Flambagem.

Convenção de sinais

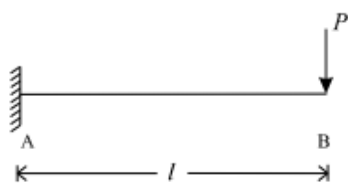
A convenção dos sinais é um conceito de extrema importância para o estudo dos esforços solicitantes, pois é a partir da referência destes dados que se inicia todo o processo de cálculo. Deve-se ter muita atenção quanto a estas convenções.

Para facilitar os cálculos, recomenda-se adotar as seguintes convenções:

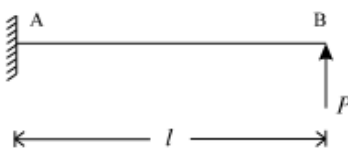
- Esforço Normal: É positivo quando de tração (distendendo a barra) ou negativo quando de compressão (comprimindo a barra). Lembrar de Treliças.
- Esforço Cortante: É positivo quando as projeções se orientam nos sentidos dos eixos (sentido horário), ou negativo, caso contrário.
- Momento Fletor: É positivo se tracionar as fibras inferiores da barra ou negativo, caso contrário.

Considerem-se as duas vigas da Figura 5.6.

Nas seções correspondentes destas duas vigas têm-se esforços solicitantes que, apesar de possuírem exatamente as mesmas intensidades, têm ações físicas bem distintas: na viga (a) as forças cortantes giram o trecho de viga em que se aplicam no sentido horário, enquanto que na viga (b) giram o trecho de viga em que se aplicam no sentido anti-horário; na viga (a) os momentos fletores tracionam as fibras superiores da barra, ao passo que na viga (b) tracionam as fibras inferiores.



(a)



(b)

Os diagramas de esforços solicitantes destas duas vigas devem ser diferentes, pois devem retratar as diferentes ações físicas que se tem nos dois casos.

Esta identificação da ação física dos esforços solicitantes é feita mediante a atribuição de sinais a eles, conforme se apresenta na Tabela 5.1.

Os sinais dos esforços solicitantes permitem a imediata identificação de sua ação física.

Assim, se se disser que em uma seção transversal de uma barra se tem os esforços solicitantes está-se dizendo que se tem nesta seção uma força normal de tração de 100 kN, uma força cortante de 200 kN girando o trecho da barra em que se aplica no sentido horário e um momento fletor de 150 kNm tracionando as fibras superiores da barra.

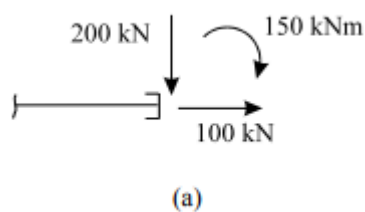
Esforço solicitante	Sinal positivo (+)	Sinal negativo (-)
Força normal	Tração	Compressão
Força cortante	Gira o trecho de barra em que atua no sentido horário	Gira o trecho de barra em que atua no sentido anti-horário
Momento fletor	Traciona as fibras inferiores da barra	Traciona as fibras superiores da barra
Momento de torção ²	O vetor momento tem o sentido da normal externa à seção transversal em que atua	O vetor momento tem sentido contrário ao da normal externa à seção transversal em que atua

Tabela 5.1

$$N = 100 \text{ kN}$$

$$V = 200 \text{ kN} \quad (5.2)$$

$$M = -150 \text{ kNm}$$



Convenção de sinais para componentes passivos

Nós precisamos de uma forma simples, facilmente entendida, para nos referirmos a tensões e correntes em um circuito. O propósito da convenção de sinais desenvolvida aqui é definir o que queremos dizer por tensões e correntes positivas e negativas.

Por que precisamos de uma convenção de sinais? Componentes passivos (resistores, capacitores, indutores) têm uma equação que os define (Lei de Ohm e outras). Essas equações estabelecem uma relação entre tensão e corrente. Nós não podemos simplesmente atribuir a polaridade da tensão e a direção da corrente de qualquer forma. A polaridade da tensão e a direção da corrente têm que ser consistentes uma com a outra.

Vigas isostáticas (reações de apoio e esforços seccionais)

Isostática: Em uma estrutura isostática o número de incógnitas é igual ao número de equações, ou seja, bastam as equações fundamentais da estática para determinar as suas reações de apoio.

Classificação da estrutura quanto à vinculação:

Isostática: Em uma estrutura isostática o número de incógnitas é igual ao número de equações, ou seja, bastam as equações fundamentais da estática para determinar as suas reações de apoio.

Hipostática: Nas estruturas hipostática os apoios são em menor número que o necessário para restringir todos os movimentos possíveis da estrutura.

Hiperstática: Estrutura hiperestática tem número de vínculos maior que o necessário. O número de reações de apoio excede o das equações fundamentais da estática.

Estudo das Vigas Isostáticas

Reações de Apoio

Uma estrutura para estar em equilíbrio deve atender as equações de equilíbrio estático vistas anteriormente, este equilíbrio é garantido pelos aparelhos de apoios da estrutura. De maneira que as forças que equilibrarão o sistema provem dos mesmos, ou seja, as reações de apoio.

A principal diferença no cálculo de reações de apoio de grelhas e de pórticos é com relação ao somatório dos momentos.

Enquanto em pórticos o somatório dos momentos é calculado usando a distância de cada força ao ponto, em grelhas o somatório dos momentos é função das forças e suas distâncias em relação ao eixo considerado.

O exercício 2 dos itens 1.5 e 2.4 apresenta o cálculo das reações de apoio e esforços seccionais de uma grelha engastada.

No caso de uma grelha de 3 apoios como a da figura a seguir onde todas as barras possuem comprimento L_x (na direção x) e L_y (na direção y), pode-se calcular as reações de apoio da seguinte forma:

$$\sum F_z = V_a + V_b + V_d = P_1 + P_2 + q \cdot L_x = 0$$
$$\sum M_{b-c} = V_a L_y + P_2 L_y - V_d L_y - P_1 L_y = 0$$

xax xbaLPLVLqLM y z P2 d q
P1 Vd

$$\sum M_{a-b} = q L_x \cdot \frac{L_x}{2} - V_a L_x + P_2 \cdot \frac{3L_x}{2} = 0$$

b a

Esforços Seccionais

Esforços solicitante ou seccionais nas estruturas

Vigas são elementos estruturais projetados para suportar carregamentos aplicados perpendicularmente a seus eixos. Em geral, são barras retilíneas e longas, com área de seção transversal constante.

Um sistema de forças (solicitações exteriores) atuando sobre um corpo (viga), encontra seu equilíbrio através das reações de apoio que provocam nos seus apoios (vínculos externos), desenvolvendo no seu interior um outro sistema de forças resultantes do estado de deformação a que fica sujeita, sendo o seu conhecimento fundamental para o estudo do comportamento em serviço e para o seu dimensionamento.

O efeito dessas forças internas poderá ser posto em evidência através do método das seções, que consiste em cortar imaginariamente o corpo em equilíbrio por um plano qualquer e, isoladamente, analisar o equilíbrio de cada uma das duas partes resultantes

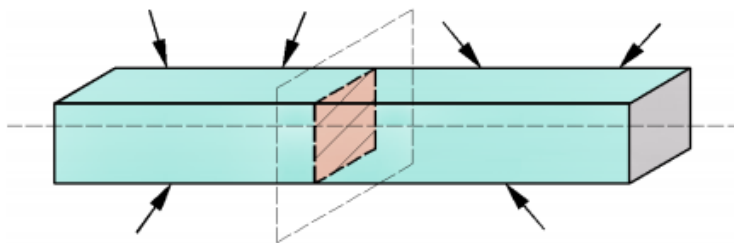


FIGURA 4.1. Seccionamento do corpo (aplicação Método das Seções).

Seccionemos o corpo por um plano **P**, que o intercepta segundo uma seção **S**, dividindo-o em duas partes, **A** e **B** (FIGURA 4.2).

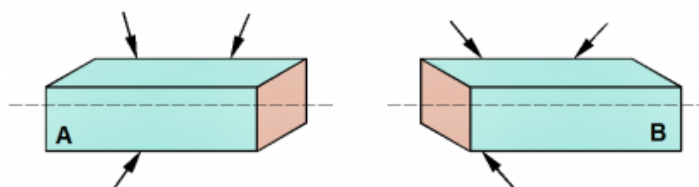


FIGURA 4.2. Divisão imaginária do corpo em 2 partes.

Uma vez que na seção do corte desapareceram as ligações entre as duas partes em que o corpo foi dividido, será necessário substituir a ação de cada uma delas sobre a outra por um sistema de forças aplicado na seção, de modo que o equilíbrio seja preservado.

Pelo princípio da ação e reação, os sistemas de forças interiores são sempre recíprocos, isto é, as resultantes do sistema de forças associado à seção da esquerda são iguais, porém de sinais contrários às associadas à seção da direita. Isto de forma que a soma das projeções dessas forças e dos momentos por elas produzidos, sejam na seção iguais a zero, já que de outro modo o corpo não estaria em equilíbrio.

Para se manter o equilíbrio numa seção qualquer, as forças da esquerda devem ser iguais às da direita.

Embora sem se conhecer a natureza e a distribuição das forças interiores ao longo de uma seção pode-se determinar a sua resultante e o seu momento resultante em relação a um ponto qualquer por intermédio de forças exteriores situadas de um mesmo lado da seção (FIGURA 4.3).

A força **R** que atua na parte da esquerda é a resultante das forças exteriores que ficaram à direita, e reciprocamente, a força **R** que atua na parte da direita é a resultante das forças exteriores que ficaram à esquerda.

O Momento **G** que atua na parte da esquerda é o momento resultante das forças exteriores que ficaram à direita, e reciprocamente. Cada seção do corpo em equilíbrio está, portanto, sujeita a forças iguais e opostas e momentos iguais e opostos, a que a seção tem de resistir.

Treliças planas isostáticas (noções dos métodos de cálculo)

TRELIÇAS

São estruturas formadas por barras, ligadas entre si através de nós.

Consideramos para efeito de cálculo os esforços aplicados nos nós.

Existem alguns tipos de cálculo para determinação dos esforços nas barras, como o Método dos Nós, Método Ritter ou Métodos das seções.

Nesta apostila, serão resolvidos apenas exercícios de treliças pelo Método dos Nós.

Para determinar os esforços internos nas barras das treliças plana, devemos verificar a condição de

Isostática da Treliça, sendo o primeiro passo.

Depois calculamos as reações de apoio e os esforços normais axiais nos nós. Tais esforços serão denominados de N.

1º Condição de Treliça Isostática:

$$2 \cdot n = b +$$

Sendo:

- $n = n^\circ$ de nós
- $b =$ quantidade de barras
- $= n^\circ$ de reações (Verticais e

2º Calcular as Reações de Apoio (Vertical e Horizontal):

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0 \text{ (Momento fletor)}$$

Por convenção usaremos: no sentido horário no sentido anti-horário

3º Métodos dos Nós

Quando calculamos os esforços, admitimos que as forças saem dos nós e nos próximos nós usamos os resultados das forças do nó anterior fazendo a troca de sinais.

Importante lembrar que somente os jogos de sinais deverão ser feitos na equação dos nós, pois as forças das reações horizontais e verticais devem ser inseridas na equação considerando-se exclusivamente os sinais que possuem, ou seja, não fazer jogo de sinais para tais reações.

Definição

Denomina-se treliça plana, o conjunto de elementos de construção (barras redondas, chatas, cantoneiras, I, U, etc.), interligados entre si, sob forma geométrica triangular, através de pinos, soldas, rebites, parafusos, que visam formar uma estrutura rígida, com a finalidade de resistir a esforços normais apenas. São estruturas formadas por barras ligadas por articulações as quais trabalham predominantemente sob a ação de forças normais.

Hipóteses admitidas nos processos de cálculo:

- a) As barras se ligam aos nós através de articulações perfeitas;
- b) As cargas e as reações de vínculo aplicam-se apenas nos nós das treliças;
- c) O eixo das barras coincide com as retas que unem os nós.

A denominação treliça plana deve-se ao fato de todos os elementos do conjunto pertencerem a um único plano. A sua utilização na prática pode ser observada em pontes, viadutos, coberturas, guindastes, torres, etc. Dois métodos de dimensionamento podem ser utilizados para as treliças:

- Método dos Nós ou Método de Cremona
- Método de Ritter ou Método das Seções (analíticos e usados com maior frequência)

Concreto armado (aspectos gerais)

Até março de 2003 a principal norma para o projeto de estruturas de concreto armado era a NBR 6118/80, ou NB1/78. Após passar por vários anos em processo de revisão, a NB 1/78 foi substituída por uma nova versão, a NBR 6118/2003 “Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento”, que incluiu também as estruturas de Concreto Protendido. As recomendações para a execução das estruturas de concreto passaram a fazer parte da norma NBR 14931/03.

A norma se aplica a estruturas de concretos normais, com massa específica seca maior que 2.000 kg/m³, não excedendo 2.800 kg/m³, do grupo I de resistência (C10 a C50), conforme classificação da NBR 8953. Concretos normais são também chamados convencionais, e excluem os “concretos especiais” com características particulares, como os concretos leves, de alto desempenho, auto adensável, massa, rolado, colorido, entre tantos outros existentes. Segundo a NBR 6118/03 (item 1.5), “No caso de estruturas especiais, tais como de elementos pré-moldados, pontes e viadutos, obras hidráulicas, arcos, silos, chaminés, torres, estruturas off-shore, ou em que se utilizam técnicas construtivas não convencionais, tais como formas deslizantes, balanços sucessivos, lançamentos progressivos e concreto projetado, as condições da NBR 6118/03 ainda são aplicáveis, devendo no entanto ser complementadas e eventualmente ajustadas em pontos localizados, por Normas Brasileiras específicas”.

COMPOSIÇÃO DO CONCRETO

Os primeiros materiais a serem empregados nas construções foram a pedra natural e a madeira, sendo o ferro e o aço empregados séculos depois. O concreto armado só surgiu mais recentemente, por volta de 1850.

Para um material de construção ser considerado bom, ele deve apresentar duas características básicas: resistência e durabilidade. A pedra natural tem resistência à compressão e durabilidade muito elevadas, porém, tem baixa resistência à tração. A madeira tem razoável resistência, mas tem durabilidade limitada. O aço tem resistências elevadas, mas requer proteção contra a corrosão.

O concreto armado pode ter surgido da necessidade de se aliar as qualidades da pedra (resistência à compressão e durabilidade) com as do aço (resistências mecânicas), com as vantagens de poder assumir qualquer forma, com rapidez e facilidade, e proporcionar a necessária proteção do aço contra a corrosão. O concreto é um material composto, constituído por cimento, água, agregado miúdo (areia) e agregado graúdo (pedra ou brita), e ar. Pode também conter adições (cinza volante, pozolanas, sílica ativa, etc.) e aditivos químicos com a finalidade de melhorar ou modificar suas propriedades básicas.

Esquemáticamente pode-se indicar que a pasta é o cimento misturado com a água, a argamassa é a pasta misturada com a areia, e o concreto é a argamassa misturada com a pedra ou brita, também chamado concreto simples (concreto sem armaduras). As Figura 1 a Figura 6 mostram fotografias do cimento, dos agregados miúdo e graúdo, da pasta de cimento, da argamassa que compõe o concreto e do concreto.

O que é estrutura de concreto armado?

As estruturas são responsáveis por dar a sustentação a casa. Elas transferem o peso (carga) da construção para as fundações, que por sua vez distribuem a carga para o solo. A estrutura de concreto armado é a mais comum nas casas dos brasileiros.

O concreto armado é a combinação do concreto com o aço, ou seja, cada peça da estrutura é composta por uma armação feita com barras de aço coberta de concreto. O aço é resistente à tração (movimentos laterais), enquanto o concreto tem alta resistência a compressão (movimentos verticais).

Isto torna a combinação de concreto e aço muito eficaz e difundida em todos os tipos de obras. Em casas, a estrutura de concreto armado mais utilizada é a coluna-viga-laje ou pilar-viga-laje.

Nesse tipo de estrutura o peso dos telhados, caixa d'água e laje é uniformemente distribuído para as vigas. Estas distribuem os pesos para as colunas. Assim as cargas não passam pelas paredes e vão das colunas direto para as fundações.

Nesse sistema, a parede não suporta nenhum peso que não seja de portas e janelas instaladas nela. Por isso, elas podem ser cortadas para passagem de tubulações e em reformas futuras, elas podem até ser retiradas. Neste processo construtivo as paredes recebem o nome de alvenaria de vedação.

Quais são os tipos de concretos?

O concreto é o material mais utilizado na construção civil. Ele é obtido através da mistura do cimento, areia, pedra e água. Mas qual é a proporção (traço) correta dos ingredientes do concreto?

Não existe uma única resposta para esta pergunta, pois cada mistura cria um concreto diferente, principalmente no que se refere a resistência. A resistência está relacionada com a quantidade de cimento e água e é medida através do F_{ck} . Quanto maior proporção cimento, maior será a resistência e o F_{ck} .

Assim, cada parte da construção exige um traço (proporção cimento, areia, pedra e água) diferente. Por exemplo, para fundações o concreto deve ter resistência (F_{ck}) de aproximada 25 MPa. Já na laje, o concreto deve ter F_{ck} acima de 30 MPa. Para o concreto magro utilizado em contra pisos e calçadas, a resistência esperada é de apenas 10 MPa.

Concreto usinado ou pronto

Uma opção que está em alta é a utilização do concreto pronto. Neste caso você irá informar para a empresa contratada apenas a resistência (F_{ck}) e o volume. No dia agendado ela deverá entregar na sua obra o concreto pronto com a proporção adequada de cimento, areia, pedra e água.

O concreto será aplicado na sua construção através de bombas, por isso a sua compra é viável para volumes superiores a $6m^3$.

Outro ponto importante é o prazo de validade. O concreto usinado deve ser aplicado até 2 horas após a carga do caminhão betoneira.

Concreto feito na obra

Se você optar por fazer o concreto na sua obra, você precisará ter uma carta-traço certificada e alugar uma betoneira. Não se preocupe, você não precisará comprar uma carta-traço. O engenheiro responsável pela sua obra provavelmente irá recomendar uma carta-traço já conhecida e certificada.

Traço

O traço é uma forma de representar a proporção dos ingredientes do concreto. Ele é exibido através de números separados por “:”. Cada número indica o volume de cimento, areia e pedra necessários para fazer o concreto, por exemplo:

No traço ao lado, para cada 1 litro de cimento, devemos misturar 2 litros de areia e 3 litros de pedra para fazer o concreto. Neste exemplo usamos o litro, mas poderíamos usar qualquer outra medida de volume. Por exemplo, poderíamos ter usado balde, lata, carriolas, e assim vai.

Dosagem

No dia a dia da obra, é mais comum ouvirmos a seguinte receita do concreto: 1 saco de cimento para 4 latas de areia e 6 de pedra. Esta forma de representar a proporção dos ingredientes é chamada dosagem, não confunda dosagem com traço.

Utiliza-se sempre o padrão de cimento em saco de 50kg e areia e pedra em latas de 18 litros. Assim a nossa representação da dosagem fica igual a figura ao lado.

Desta forma é mais fácil do pedreiro medir a quantidade de cada ingrediente na hora de fazer o concreto, pois para cada saco de 50kg de cimento devemos adicionar 4 latas de tinta de 18 litros de areia e mais 6 latas de pedra. Outra forma bastante comum é apresentar o traço por padiolas ou carriolas ao invés de latas.

Tabela resumo traços e dosagens

Na tabela abaixo você pode observar os traços e suas respectivas resistências e rendimentos. Estes valores são os mesmos valores utilizados nas nossas calculadoras.

Etapa de Obra	Traços (Cim/Areia/Pedra)	Dosagem (50kg/Lata/Lata)	Resistência (Fck)
Lajes	1 : 1,5 : 3	1 : 3 : 6	35
	1 : 2 : 2,5	1 : 4 : 5	30
Fundações (sapatas, radier e estacas), colunas e vigas	1 : 2 : 3	1 : 4 : 6	25
	1 : 2,5 : 3	1 : 5 : 6	23
	1 : 2 : 4	1 : 4 : 8	20
	1 : 2,5 : 3,5	1 : 5 : 7	19
Contrapiso, calçadas e concreto magro	1 : 3 : 6	1 : 6 : 12	10
	1 : 4 : 8	1 : 8 : 16	5
Cintas de amarração	1 : 3 : 5	1 : 6 : 10	12

Como obter um concreto de qualidade?

Para obter um concreto de boa qualidade, procure utilizar sempre areia e pedra (brita) limpas, sem óleos, argila e outros materiais como galhos e gravetos. A água deve ser na quantidade certa, limpa, sem poluentes e sem sal, pois o sal interfere na secagem (cura) do concreto.

Para saber se a quantidade de água está correta, faça o teste da colher. O teste consiste em alisar a superfície do concreto com uma colher de pedreiro e observar. Se a superfície alisada ficar úmida, mas sem escorrer água, a quantidade de água está correta. Se escorrer há excesso de água e se não ficar úmida, é sinal de que falta água.

Vantagens do concreto armado

- O **concreto armado** tem uma elevada resistência à compressão em comparação aos outros materiais de construção.
- Devido à armação, o concreto armado também pode suportar uma boa quantidade de esforços de tração.
- O custo de manutenção do concreto armado é muito baixo.
- Uma estrutura em **concreto armado** pode ser moldada de diversas maneiras e formatos.
- Exige mão de obra menos qualificada para sua execução, em comparação com estruturas metálicas, por exemplo.
- Boa resistência ao fogo e ao tempo.
- Uma **estrutura de concreto armado** é mais durável do que qualquer outro sistema de construção.
- Boa resistência ao desgaste mecânico como choques e vibrações.

Desvantagens do concreto armado

- A resistência à tração do **concreto armado** é cerca de um decimo da sua resistência à compressão.
- Por ser muitas vezes produzido *in loco*, a resistência final do concreto pode ser afetada devido a erros durante os processos de mistura e cura.
- O **concreto armado** utiliza-se de formas de madeira ou metálicas, encarecendo o projeto.
- Uma estrutura de concreto armado gera muitos resíduos e lixos de construção.
- Para uma construção de um edifício de vários andares, a seção dos pilares para uma estrutura em concreto armado é maior do que a seção dos pilares em uma estrutura metálica.
- O **concreto armado** tem grande peso próprio (2.500 kg/m³).
- Tempo de execução maior do que outros sistemas de construção, devido ao tempo de cura (pode ser reduzido com uso de aditivos).
- A demolição de uma estrutura em concreto armado é de difícil execução, podendo ser inviáveis devido ao custo.

Lajes (conceito, classificação, cálculo dos esforços e noções de dimensionamento)

As lajes são classificadas como elementos planos bidimensionais, que são aqueles onde duas dimensões, o comprimento e a largura, são da mesma ordem de grandeza e muito maiores que a terceira dimensão, a espessura. As lajes são também chamadas elementos de superfície, ou placas.

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios. Apresenta-se, neste capítulo, o procedimento para o projeto de lajes retangulares maciças de concreto armado, apoiadas sobre vigas ou paredes. Nos edifícios usuais, as lajes maciças têm grande contribuição no consumo de concreto: aproximadamente 50% do total.

Destinam-se a receber a maior parte das ações aplicadas numa construção, normalmente de pessoas, móveis, pisos, paredes, e os mais variados tipos de carga que podem existir em função da finalidade arquitetônica do espaço que a laje faz parte. As ações são comumente perpendiculares ao plano da laje, podendo ser divididas em distribuídas na área, distribuídas linearmente ou forças concentradas. Embora menos comuns, também podem ocorrer ações externas na forma de momentos fletores, normalmente aplicados nas bordas das lajes.

As ações são normalmente transmitidas para as vigas de apoio nas bordas da laje, mas eventualmente também podem ser transmitidas diretamente aos pilares, quando são chamadas lajes lisas.

LAJE MACIÇA

Laje maciça é aquela onde toda a espessura é composta por concreto, contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente armaduras transversais, e apoiada em vigas ou paredes ao longo das bordas. Laje com borda ou bordas livres é um caso particular de laje apoiada nas bordas.

A laje lisa e a laje cogumelo são também lajes maciças de concreto, porém, nessas lajes as cargas e outras ações são transferidas diretamente aos pilares, sem intermédio de apoios nas bordas. Por uma questão de tradição no Brasil é costume chamar a laje apoiada nas bordas como “laje maciça”.

As lajes maciças podem ser de Concreto Armado ou de Concreto Protendido; nesta apostila são apresentadas apenas as lajes maciças retangulares ou quadradas de Concreto Armado.

Nas pontes e edifícios de múltiplos pavimentos e em construções de grande porte, as lajes maciças são as mais comuns entre os diferentes tipos de laje existentes.

As lajes maciças de concreto, com espessuras que normalmente variam de 7 cm a 15 cm, são projetadas para os mais variados tipos de construção, como edifícios de múltiplos pavimentos (residenciais, comerciais, etc.), muros de arrimo, escadas, reservatórios, construções de grande porte, como escolas, indústrias, hospitais, pontes de grandes vãos, etc. De modo geral, não são aplicadas em construções residenciais e outras construções de pequeno porte, pois nesses tipos de construção as lajes nervuradas pré-fabricadas apresentam vantagens nos aspectos custo e facilidade de construção.

CLASSIFICAÇÃO QUANTO À DIREÇÃO

As lajes maciças podem ser classificadas segundo diferentes critérios, como em relação à forma geométrica, dos tipos de vínculos nos apoios, quanto à direção, etc.

As formas geométricas podem ter as mais variadas formas possíveis, porém, a forma retangular é a grande maioria dos casos da prática. Hoje em dia, com os avançados programas computacionais existentes, as lajes podem ser facilmente calculadas e dimensionadas, segundo quaisquer formas geométricas e carregamentos que tiverem.

Uma classificação muito importante das lajes maciças é aquela referente à direção ou direções da armadura principal. Existem dois casos: laje armada em uma direção ou laje armada em duas direções.

VÃO LIVRE, VÃO TEÓRICO E CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES

No projeto de lajes, a primeira etapa consiste em determinar os vãos livres (l_o), os vãos teóricos (l) e a relação entre os vãos teóricos.

Vão livre é a distância livre entre as faces dos apoios. No caso de balanços, é a distância da extremidade livre até a face do apoio (Figura 1).

O vão teórico (l) é denominado vão equivalente pela NBR 6118 (2001), que o define como a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores do que:

- em laje isolada, o vão livre acrescido da espessura da laje no meio do vão;
- em vão extremo de laje contínua, o vão livre acrescido da metade da dimensão do apoio interno e da metade da espessura da laje no meio do vão.

Nas lajes em balanço, o vão teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao vão livre acrescido da metade da espessura da laje na face do apoio.

Nas lajes armadas em duas direções, as duas armaduras são calculadas para resistir os momentos fletores nessas direções.

As denominadas lajes armadas em uma direção, na realidade, também têm armaduras nas duas direções. A armadura principal, na direção do menor vão, é calculada para resistir o momento fletor nessa direção, obtido ignorando-se a existência da outra direção. Portanto, a laje é calculada como se fosse um conjunto de vigas-faixa na direção do menor vão.

Na direção do maior vão, coloca-se armadura de distribuição, com seção transversal mínima dada pela NBR 6118 (2001). Como a armadura principal é calculada para resistir à totalidade dos esforços, a armadura de distribuição tem o objetivo de solidarizar as faixas de laje da direção principal, prevenindo-se, por exemplo, uma eventual concentração de esforços.

Cálculo dos esforços

Para o cálculo das deformações e dos esforços solicitantes nas lajes devem-se estabelecer os vínculos das mesmas com os seus apoios. Para isto tornam-se necessário adotar algumas hipóteses simplificadoras, estabelecendo se uma laje é perfeitamente ou elasticamente engastada ou simplesmente apoiada ao longo de um determinado bordo.

As tabelas habituais para cálculo dos esforços solicitantes nas lajes só admitem três tipos de vínculos das lajes, o apoio simples, o engaste perfeito e a borda livre. Utilizando programas computacionais é possível considerar também o engaste elástico. Essa idealização teórica de apoio simples ou engaste perfeito, raramente ocorre na realidade.

Existem dois grupos de métodos para o cálculo dos esforços nas lajes. Os métodos em ruptura, baseados na teoria da plasticidade, julgam que o material se comporta como um corpo rígido-plástico perfeito. Os métodos clássicos, fundados na teoria da elasticidade, supõem que o material é homogêneo e isótropo e se comporta linearmente.

A NBR 6118:2014 define que para situações de projeto, a análise estrutural pode ser efetuada por um dos métodos apresentados a seguir que se diferenciam pelo comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura.

Análise linear

Na análise linear admite-se comportamento elástico-linear para os materiais e para análises globais as características geométricas podem ser determinadas pela seção bruta de concreto dos elementos estruturais. Em análises locais para cálculo dos deslocamentos, na eventualidade da fissuração, esta deve ser considerada. Os resultados de uma análise linear são geralmente empregados para a verificação de estados limites de serviço, sendo possível estender os resultados para verificações de estado limite último, mesmo com tensões elevadas, desde que se garanta a ductilidade dos elementos estruturais.

Análise linear com redistribuição

Para este tipo de análise, os efeitos das ações são redistribuídos na estrutura para as combinações de carregamento de estado limite último, devendo as condições de equilíbrio e de ductilidade serem obrigatoriamente satisfeitas.

Para garantir o equilíbrio da estrutura todos os esforços internos devem ser recalculados e os efeitos de redistribuição devem ser considerados nas condições de ancoragem e corte de armaduras e esforços a ancorar.

As verificações de combinações de carregamento de estado limite de serviço ou de fadiga podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição, sendo desejável que não haja redistribuição de esforços em serviço.

Análise plástica

Quando as não linearidades puderem ser consideradas, a análise estrutural é considerada plástica, admitindo-se comportamento rígido-plástico perfeito ou elasto-plástico perfeito para os materiais.

Conforme a NBR 6118:2014 “a análise plástica de estruturas reticuladas não pode ser adotada quando se consideram os efeitos de segunda ordem global ou quando não houver suficiente ductilidade para que as configurações adotadas sejam atingidas.”

Análise não-linear

Consideram-se os materiais com comportamento não-linear. Toda a geometria da estrutura e suas armaduras devem ser conhecidas para que a análise não-linear possa ser efetuada, pois a resposta da estrutura depende de como ela foi armada.

Segundo a NBR 6118/2014 “condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser necessariamente satisfeitas. Análises não-lineares podem ser adotadas tanto para verificações de estados limites últimos como para verificações de estados limites de serviço.”

Métodos de dimensionamento

Conforme Araújo (2010), diversos métodos de cálculo são disponíveis na bibliografia, podendo-se citar os seguintes:

- “Teoria das Grelhas: É um método simplificado bastante útil para o projeto das lajes de concreto armado. Nesse método, admite-se um comportamento elástico linear do material da laje. Da teoria das grelhas, deriva o conhecido Método de Marcus.
- Teoria das linhas de ruptura: Nessa teoria, admite-se que o material apresenta um comportamento rígido-plástico. O equilíbrio é garantido pela aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, desprezando-se totalmente a contribuição das deformações elásticas.
- Teoria de flexão de placas: Esta é a teoria “clássica” dentro dos princípios da teoria da elasticidade. A solução do problema é obtida resolvendo-se uma equação diferencial de quarta ordem, juntamente com as condições de contorno. Admite-se que o material apresenta um comportamento elástico linear.

- Analogia da grelha equivalente: É um dos métodos numéricos mais utilizados para análise de lajes de concreto armado, estando implementado em diversos softwares comerciais. O método pode ser utilizado para a análise de lajes poligonais de formas diversas, incluindo também as vigas de apoio. A laje é associada a uma grelha equivalente, a qual é analisada com um programa baseado no método da rigidez.
- Método das diferenças finitas: É um método numérico que foi bastante empregado no passado. Geralmente, admite-se que o material é elástico linear, mas é possível incluir a não linearidade física sem maiores dificuldades. O grande inconveniente do método está na dificuldade de generalização das condições de contorno e de carregamento, motivos pelos quais ele tem sido abandonado.
- Método dos elementos finitos: É um método numérico muito empregado atualmente. Nesse método, podem-se considerar as não linearidades física e geométrica, as diferentes condições de contorno e de carregamento, formas diversificadas, etc., Entretanto, a formulação não é tão simples e o trabalho computacional pode se tornar exaustivo.”

Pré-dimensionamento de lajes

Os vãos, comprimento l_1 e a largura l_2 , das lajes são determinados pelas vigas que, normalmente, definem o seu perímetro. A única dimensão que não se conhece da laje é sua altura h . Para se ter uma primeira alternativa de altura de uma laje maciça, basta dividir o seu menor vão por 40, evitando alturas inferiores a 7 cm em lajes de piso comuns e 12 cm em lajes que suportem o tráfego de veículos. Em lajes pré-fabricadas e nervuradas, a altura inicial pode ser calculada dividindo-se o menor vão por 20.

Pré-dimensionamento de vigas

Nas vigas o que se conhece a priori é o seu vão l_1 em vigas bi apoiadas, ou os seus vãos $l_1, l_2, \dots, l_n$, no caso de vigas contínuas. Se a viga estiver em balanço, conhece-se o comprimento do balanço l_b . A espessura de viga – b_w , que deve ser sempre igual ou maior que 12 cm – pode ser considerada como a espessura da parede que a viga suporta, retirando-se o revestimento. Assim como nas lajes, fica faltando a determinação da altura h das vigas, que não deve ser inferior a 20 cm.

Em vigas bi apoiadas e sem balanços em suas extremidades, a altura pode se calculada dividindo-se o vão l_1 por 10, arredondando-se para o múltiplo de 5 superior.

Em vigas contínuas a altura será calculada dividindo-se o maior vão, l_1, l_2 , ou l_n , por 12, também arredondando-se para o múltiplo de 5 superior. Esta altura h pode ser usada em toda a viga, mesmo nos menores vãos.

A altura da viga em balanço pode ser estimada dividindo-se o comprimento do balanço por cinco.

Método de cálculo

Pré-dimensionamento e Vão efetivo e Vinculações

O pré-dimensionamento foi realizado conforme a expressão:

$$h = \frac{l_x}{40}$$

Onde l_x é a menor dimensão da laje, medida na planta de formas. O vão efetivo é calculado segundo a expressão apresentada pelo item 14.6.2.4 da NBR 6118:2014:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Sendo a_1 igual ao menor valor entre $t/2$ e $0,3h$, idem para a_2 , conforme a figura a seguir: (figura 14.5 NBR 6118 2014)

Os vínculos entre as lajes são determinadas em função das características e vãos de lajes vizinhas. Se uma laje for adjacente à outra com rebaixo, a continuidade da laje não rebaixada é desprezada e considera-se apoio simples. A laje com rebaixo, por sua vez, é considerada contínua com a laje adjacente (engaste). Para lajes com menos de dois terços do comprimento, contínua com a 2ª laje vizinha, despreza-se a continuidade; com mais de dois terços, considera-se a continuidade.

Dimensionamento

No dimensionamento de uma viga de Concreto Armado, geralmente o primeiro cálculo feito é o de determinação das armaduras longitudinais para os momentos fletores máximos, seguido pelo cálculo da armadura transversal para resistência às forças cortantes. Diferentes teorias e modelos foram desenvolvidos para análise de vigas de concreto sob força cortante, sendo que o modelo de treliça, embora desenvolvido há mais de cem anos, é o que ainda se destaca no Brasil e nas principais normas internacionais, devido à sua simplicidade e bons resultados. A norma brasileira NBR 6118/2014[1] admite dois modelos para cálculo da armadura transversal, denominados Modelo de Cálculo I e Modelo de Cálculo II.

A ruptura por efeito de força cortante é iniciada após o surgimento de fissuras inclinadas, causadas pela combinação de força cortante, momento fletor e eventualmente forças axiais. A quantidade de variáveis que influenciam na ruptura é muito grande, como geometria, dimensões da viga, resistência do concreto, quantidade de armaduras longitudinal e transversal, características do carregamento, vão, etc. Como o comportamento de vigas à força cortante apresenta grande complexidade e dificuldades de projeto, este assunto tem sido um dos mais pesquisados, no passado bem como no presente.

O que são vigas?

As vigas fazem parte da estrutura de concreto armado que dá sustentação a sua casa. Elas ficam apoiadas nas colunas e acima das paredes.

Cada viga é um bloco retangular de concreto armado dimensionado para suportar e distribuir o peso da laje para as colunas. As vigas são elementos estruturais, por isso devem ser dimensionadas por um engenheiro capacitado e constar no projeto estrutural. Geralmente as vigas são posicionadas entre duas colunas e acima das paredes. Na maioria das vezes, possuem a mesma largura da parede sem revestimento, por isso ficam escondidas quando a casa fica pronta. A resistência da viga varia conforme a sua altura, quando mais alta, mais resistente.

Para dar forma ao concreto é necessário a utilização de fôrmas. Normalmente as fôrmas são feitas com tábuas e sarrafos de madeira e amarradas com parafuso borboleta ou arame.

Posicionamento das armações de aço

O posicionamento e as medidas das vigas é determinado pelo engenheiro responsável pela sua construção. Logo, você deve checar se as medidas estão de acordo com o projeto estrutural.

Um ponto muito importante é que não se deve passar nenhum tipo de duto, principalmente eletrodutos, no meio das vigas. Exceto quanto previsto no projeto estrutural. Caso contrário a resistência é prejudicada e a estrutura pode ser danificada.

As barras de aço das vigas devem ser amarradas ao aço sobressalente das colunas. Confira se estes estão bem presos.

Caixarias

Verifique se as caixarias estão firmes e alinhadas verticalmente (aprumadas) e horizontalmente (niveladas). Após a aplicação do concreto não podem haver vazamentos.

Concretagem

Depois posicionar as colunas de aço e caixarias, é colocado o concreto. Este pode ser comprado usinado ou pode ser feito na obra, saiba mais aqui. Durante a aplicação observe se o concreto está pastoso e homogêneo.

Após a secagem, cerca de 7 dias, o concreto deverá ter uma cor homogênea e não possuir furos que permitam ver as estruturas de aço. Uma vez feitas as vigas, o próximo passo é construir a laje.

As ações geram solicitações nas estruturas. Estas solicitações são determinadas através de teorias de cálculo estrutural. No caso geral, tem-se:

$$F = F_k \rightarrow F_d = \gamma_f F_k \rightarrow S_d$$

ou, em estruturas de comportamento linear,

$$F = F_k \rightarrow S_k \rightarrow S_d = \gamma_f S_k .$$

No caso da flexão simples, tem-se: $F_d \rightarrow M_d$.

As resistências são determinadas através de teorias apropriadas, a partir dos dados da seção transversal e das características mecânicas dos materiais.

No caso da flexão simples tem-se, como dados:

f_{ck} (resistência do concreto);

f_{yk} (resistência da armadura); e

dimensões relativas da seção transversal (concreto e armadura).

Através de teoria apropriada determina-se o momento resistente último, M_u

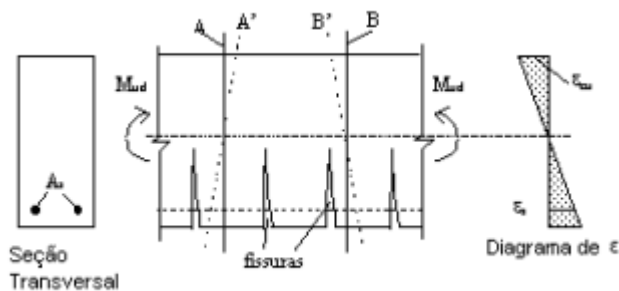
Normas para flexão pura

Tipos de Ruptura na Flexão Em geral, tem-se o seguinte tipo de ruptura:

- se $A_s = 0$, ou muito pequena $\Rightarrow$ ruptura frágil (brusca) por tração no concreto;
- se A_s for muito grande (pequena deformação ϵ_s) $\Rightarrow$ ruptura frágil (brusca) por esmagamento do concreto comprimido; e
- se A_s for "adequada" $\Rightarrow$ ruptura dúctil (com aviso), com escoamento da armadura e acompanhada de intensa fissuração da zona tracionada

Hipóteses de Cálculo na Flexão Para o dimensionamento usual das vigas em concreto armado, deve-se respeitar as seguintes hipóteses de cálculo:

- a) M
anutenção da seção plana;
- b) A
s seções A e B passam para A' e B', quando fletidas, permanecendo planas conforme a figura a seguir:



Segundo a norma ABNT NBR 6118, 2003 [3], as hipóteses básicas admitidas no dimensionamento de uma seção transversal de concreto armado, submetida à flexão simples ou composta, são as seguintes:

- Admite-se que uma seção transversal ao eixo do elemento estrutural indeformado permanece plana após as deformações do elemento (hipótese de Bernoulli). O resultado é uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais.
- Admite-se a existência de uma aderência perfeita entre o concreto e o aço. Com isso, as armaduras vão estar sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve.
- A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, definido na Figura 2.1, com a máxima tensão de compressão igual a $cd \cdot 0.85 \cdot f$ sendo $cd \cdot f$ a resistência à compressão de cálculo do concreto. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura $0.8x$ (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão: $\geq cd \cdot 0.85 \cdot f$ no caso de a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida; $\geq cd \cdot 0.8 \cdot f$ no caso contrário. Devido à facilidade do cálculo automático pelo computador, o diagrama parábola-retângulo do concreto é o utilizado no dimensionamento.

Deslocamento do diagrama de momentos fletores

Os esforços solicitantes relativos à flexão que atuam em uma viga de concreto de alma cheia não são exatamente iguais aos atuantes numa treliça. Na viga de concreto armado a resultante de compressão, que atua no banzo comprimido, e a de tração, que atua na armadura tracionada, para uma mesma seção, são proporcionais ao momento fletor atuante. Sendo assim, na viga, por se tratar de um elemento geometricamente contínuo, as intensidades das forças atuantes nos banzos variam ponto a ponto, ou seja, a cada diferença infinitesimal de espaço. Por outro lado, na treliça as forças apresentam valores constantes entre dois nós consecutivos, ou seja, em cada uma de suas barras.

Por conta dessa diferença, precisa-se realizar uma translação αl do diagrama de momentos fletores de cálculo, a fim de compatibilizar modelo e viga real. Para o modelo II da NBR 6118:2003, tal translação admite os valores dados pela seguinte expressão:

$$a_t = (z / 2) (\cotg\theta - \cotg\alpha) + s_t / 2 \quad (3)$$

sendo:

z = distância entre a resultante de compressão e a de tração nos banzos (braço de alavanca);

α = inclinação da armadura transversal;

θ = inclinação das bielas de concreto comprimido;

s_t = espaçamento longitudinal entre os estribos.

Para vigas no modelo I, ou seja, com estribos a 90° e inclinação das bielas igual a 45°, a expressão anterior resulta:

$$a_t = s_t / 2 \quad (4)$$

A figura a seguir indica a decalagem do diagrama de momento fletor sugerida pela NBR 6118:2003.

Pilares em concreto armado (conceito, classificação, noções de dimensionamento e normas para pilares curtos)

As colunas ou pilares ficam acima do solo e fazem parte da estrutura de concreto armado que dá sustentação a casa.

Cada coluna é um bloco retangular ou cilíndrico feito de concreto armado dimensionado para suportar e distribuir o peso das vigas para as fundações. As colunas ou pilares são elementos estruturais, por isso devem ser dimensionadas por um engenheiro capacitado e fazem parte do projeto estrutural.

Geralmente as colunas são posicionadas no encontro das paredes, ou no meio quando o vão é superior a 4 metros. Na maioria das vezes as colunas possuem a mesma largura da parede sem revestimento. Por isso ficam escondidas quando a casa fica pronta.

Para dar forma de bloco ao concreto é necessário a utilização de fôrmas. Geralmente as fôrmas são ser feitas com tábuas e sarrafos de madeira e amarradas com parafuso borboleta ou arame.

Posicionamento da coluna de aço

Geralmente o posicionamento das colunas é determinado na construção da fundação. Por isso, durante a construção das colunas você deve verificar se os diâmetros (bitola) das colunas de aço estão iguais ao projeto estrutural.

Um ponto muito importante é que não se deve passar nenhum tipo de duto, principalmente eletrodutos, no meio das colunas. Exceto quando previsto no projeto. Caso contrário, a resistência da coluna é prejudicada e ela pode ser danificada por cortes em manutenção futuras.

As colunas de aço devem ser amarradas aos arranques feitos na etapa da fundação. Confira se as barras de aço estão fixas e bem presas.

Caixarias

Verifique também se as caixarias estão firmes e alinhadas verticalmente (aprumadas) e horizontalmente (niveladas). Nesta etapa você deve checar se as medidas estão iguais ao projeto. Após a aplicação do concreto não podem haver vazamentos.

Concreto

Primeiro você deve calcular o volume de cada pilar, para isso basta multiplicar a largura x comprimento x altura do pilar. Depois multiplique o volume da coluna individual pela quantidade de colunas para obter o volume total.

Se você optou em comprar o concreto pronto, não precisa fazer mais nenhum cálculo. Já se optou por rodar o concreto da obra, o próximo passo é escolher o traço do concreto para daí saber o rendimento (quantidade cimento, areia e pedra para produzir 1 m³). Depois, multiplique o rendimento pelo volume para saber a quantidade de cada material.

Aço

Já as colunas de aço podem ser compradas por peso (kg) conforme especificado no projeto estrutural. Neste caso o cálculo é feito pelo engenheiro responsável e você só informa o peso por diâmetro e tipo de aço para a loja.

Outra opção é comprar colunas prontas, neste caso você deverá escolher uma das dimensões disponíveis no mercado e multiplicar pela quantidade de colunas da sua obra. As colunas de aço também podem ser feitas na obra, neste caso você deverá calcular a metragem linear dos vergalhões (barras de aço) que irão compor os ferros e estribos em metros e dividir por 12 metros (tamanho padrão da barra de aço) para saber quantos vergalhões irá comprar.

Noções de dimensionamento

Pilares são “Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes.” (NBR 6118/20141, item 14.4.1.2).

Pilares-parede são “Elementos de superfície plana ou casca cilíndrica, usualmente dispostos na vertical e submetidos preponderantemente à compressão. Podem ser compostos por uma ou mais superfícies associadas. Para que se tenha um pilar-parede, em alguma dessas superfícies a menor dimensão deve ser menor que 1/5 da maior, ambas consideradas na seção transversal do elemento estrutural.” (item 14.4.2.4).

O dimensionamento dos pilares é feito em função dos esforços externos solicitantes de cálculo, que compreendem as forças normais (N_d), os momentos fletores (M_{dx} e M_{dy}) e as forças cortantes (V_{dx} e V_{dy}) no caso de ação horizontal.

A NBR 6118, na versão de 2003, fez modificações em algumas das metodologias de cálculo das estruturas de Concreto Armado, como também em alguns parâmetros aplicados no dimensionamento e verificação das estruturas. Especial atenção é dada à questão da durabilidade das peças de concreto. Particularmente no caso dos pilares, a norma introduziu várias modificações, como no valor da excentricidade accidental, um maior cobrimento de concreto, uma nova metodologia para o cálculo da esbeltez limite relativa à consideração ou não dos momentos fletores de 2ª ordem e, principalmente, com a consideração de um momento fletor mínimo, que pode substituir o momento fletor devido à excentricidade accidental. A versão de 2014 mantém essas prescrições, e introduziu que a verificação do momento fletor mínimo pode ser feita comparando uma envoltória resistente, que englobe a envoltória mínima com 2ª ordem.

No item 17.2.5 (“Processo aproximado para o dimensionamento à flexão composta oblíqua”) a NBR 6118 apresenta um método simplificado para o projeto de pilares sob flexão composta normal e oblíqua. O entendimento dos métodos de dimensionamento é uma arma poderosa e essencial aos projetistas e estudantes da área, uma vez que possibilita a compreensão do que está sendo feito pelos programas computacionais comerciais. Além disso, o projetista pode criar técnicas de verificação do

dimensionamento, assim como desenvolver habilidade para aplicação de soluções estruturais mais econômicas, justificando-se este trabalho realizado.

Cobrimento da armadura dos pilares. Segundo o item 6 da NBR6118:2014 (diretrizes para durabilidade das estruturas de concreto), as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto, conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o prazo correspondente à sua vida útil.

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

Nos projetos das estruturas correntes, a agressividade ambiental pode ser classificada de acordo com o apresentado na seguinte tabela e pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Tabela - Classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental (CAA)	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾ Industrial ^{1), 2)}	Grande
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)} Respingos de maré	Elevado
¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura). ²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente. ³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.			

No item 7 da NBR6118:2014, são apresentados os critérios de projeto visando a durabilidade das estruturas de concreto. No item 7.4, são referenciados os critérios relativos à qualidade do concreto e cobrimento da armadura.

A durabilidade das estruturas é altamente dependente das características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura. Ensaio comprobatório de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e nível de agressividade previsto em projeto devem estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. Na falta destes e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação água/cimento ou água/aglomerante, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se adotar os requisitos mínimos.

Cálculo das solicitações nos pilares

Conforme o item 15.4 da NBR6118:2014, sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura de um edifício deslocam-se horizontalmente. Os esforços de segunda ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas.

Pilares são elementos estruturais verticais, responsáveis por suportar cargas axiais, centralizadas ou não. O dimensionamento destes elementos parte do princípio de que ele não possua um comportamento linear, devendo ser analisados pela chamada teoria de 2ª ordem ou também conhecida como verificação dos efeitos de 2ª ordem.

A NBR 6118/2014 apresenta diferentes métodos para análise destes efeitos, variando-se o índice de *esbeltez* dos pilares, obrigando ou não a aplicação destas verificações durante o processo de escolha da armadura longitudinal dos pilares.

Classificação dos Pilares

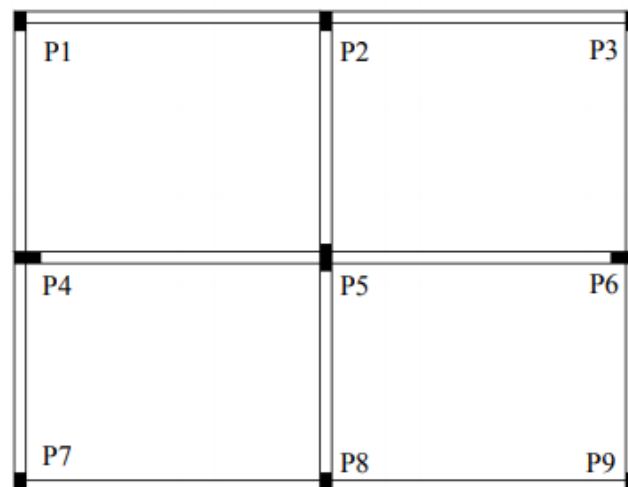
Dentro da área de estruturas os pilares de concreto armado são classificados por diferentes autores de duas formas diferentes: quanto a sua posição dentro da planta de forma e quanto ao seu índice de esbeltez. São essas classificações definem os métodos adequados de dimensionamento.

Classificação de Pilares Quanto a Posição

“Os pilares de uma edificação, como consideração de projeto, podem ser classificados quanto a sua posição na estrutura. Eles podem ser intermediários (situação mais próxima da compressão centrada), de extremidade (caracteriza flexocompressão reta) ou de canto (caracteriza flexo-compressão oblíqua)”. (OLIVEIRA, W. L. A. 2004, p. 44).

A Figura 1 apresentada por Melo (2009) demonstra de forma clara as diferentes situações de projeto, os pilares são classificados da seguinte forma:

- a. P
ilar intermediário: P5;
- b. P
ilares de extremidade: P2, P4, P6 e P8;
- c. Pilares de canto: P1, P3, P7 e P9



Classificação de Pilares Quanto a Esbeltez

Classificando os pilares quanto ao seu índice de esbeltez, alguns autores caracterizam os pilares em curtos, moderadamente esbeltos e esbeltos, como cita Araújo (2014), onde em pilares curtos não há necessidade de considerar os efeitos de segunda ordem, já nos pilares moderadamente esbeltos estes efeitos não podem ser desprezados, mas podem ser considerados de forma aproximada e para os pilares esbeltos os efeitos de segunda ordem devem ser analisados por métodos que levem em conta a não linearidade física e geométrica do elemento.

O mesmo autor escreve que a definição do limite entre as três classes de pilares depende de uma série de fatores, que variam dependendo da norma utilizada, não existindo então o consenso. Sendo assim, Araújo (2014) define como pilares curtos os pilares com índice de esbeltez inferior a 90 e os acima como sendo medianamente esbeltos e esbeltos.

A determinação do índice de esbeltez λ do pilar é definido pela relação:

$$\lambda = \frac{l_e}{i}$$

onde

l_e = comprimento equivalente do pilar;

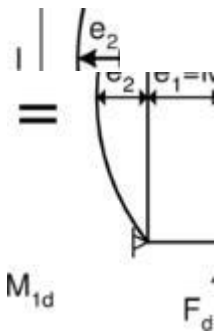
i = raio de giração do pilar, definido pela equação:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$$

sendo

I_c = momento de inércia da seção;

A_c = área da seção



M_{1d} e F_d = momento fletor de primeira ordem

M_{2d} = momento fletor de segunda ordem

$M_{1d} + M_{2d}$ = momento total

Dimensionar para M e N (Problema de flexo-compressão)

F_d

Simplificações das normas de projeto

- Nos pilares curtos ($\lambda \leq 10$): pode-se desprezar M_2
- Nos pilares moderadamente esbeltos ($10 < \lambda \leq 30$): pode-se calcular M_2 por algum processo simplificado
- Nos pilares esbeltos ($\lambda > 30$): exige-se o cálculo rigoroso de M_2 (através de métodos numéricos iterativos e incrementais; exemplo: software JM PILAR 2009).
- Nos pilares intermediários e pilares de extremidade: dimensionamento à flexo-compressão normal.
- Nos pilares de canto: dimensionamento à flexo-compressão oblíqua.

Para os pilares curtos e moderadamente esbeltos: calculamos M_2 por processo aproximado e dimensionamos a seção à flexo-compressão.

O índice de esbeltez do pilar depende do seu comprimento de esbeltez (l_e), que nada mais é do que o comprimento “livre” do pilar, ou seja, o comprimento entre elementos que possam travar o pilar (como vigas, por exemplo) e depende também das características da seção transversal do pilar (inércia e área).

De acordo com o índice de esbeltez os **pilares** podem ser classificados em:

- **Pilares** curtos ($\lambda < \lambda_1$): A análise dos efeitos de segunda ordem local pode ser dispensada. λ_1 é o valor-limite definido no item 15.8.2 da NBR6118:2014.
- **Pilares** medianamente esbeltos ($\lambda_1 < \lambda < 90$): A análise dos efeitos de segunda ordem local é obrigatória. Os efeitos de segunda ordem podem tornar-se mais significativos à medida que a taxa de compressão do pilar é maior.
- **Pilares** esbeltos ($90 < \lambda < 140$): A consideração da fluência na análise passa a ser obrigatória.
- **Pilares** muito esbeltos ($140 < \lambda < 200$): Os efeitos de segunda ordem local somente podem ser analisados através do método Geral.

Para os pilares curtos não é necessário a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Em edifícios correntes de concreto armado, as seções dos pilares são geralmente retangulares. Pilares de seções quadradas ou circulares também podem ser considerados em projetos estruturais de edifícios para atender o indicado no projeto arquitetônico.

Em virtude do tipo de material (concreto) e da solicitação preponderantemente de força de compressão, os pilares apresentam rupturas frágeis. A ruína de uma seção transversal de um único pilar pode ocasionar o colapso progressivo dos demais pavimentos subsequentes provocando, assim, a ruína de toda a estrutura. As disposições dos pilares na planta de forma de um edifício são importantes, pois o posicionamento destes, juntamente com as vigas, formam pórticos que proporcionam rigidez e conferem estabilidade global ao edifício.

Por consequência, os pilares são peças estruturais do edifício que precisam ser projetados cuidadosamente, englobando os dimensionamentos e os detalhamentos corretos.

Projetos adequados de elementos de concreto estrutural, em termos de resistência, estabilidade e durabilidade, precisam ser feitos de acordo com as diretrizes e recomendações de normas técnicas.

Sapatas (conceito, classificação, noções de dimensionamento e normas para sapatas centradas)

Sapata é um elemento de fundação rasa ou superficial de concreto armado que geralmente tem a sua base em planta quadrada, retangular ou trapezoidal. As **sapatas de fundação** são dimensionadas para que as tensões de tração que atuam sobre a fundação sejam resistidas pela armadura e não pelo concreto. A sapata é uma fundação rasa com capacidade de carga baixa a média. Sua utilização é indicada caso as sondagens de reconhecimento do subsolo indiquem a presença de argila rija, dentre outros.

Sapata é a parte mais larga e inferior de um alicerce. De acordo com a NBR 6122/2010, é definida como “elemento de fundação superficial, de concreto armado, dimensionado de modo que as tensões de tração nele resultantes sejam resistidas pelo emprego de armadura especialmente disposta para esse fim”.

Além dessa, a NBR 6118 define sapatas como “estruturas de volume usadas para transmitir ao terreno as cargas de fundação, no caso de fundação direta”.

Em outras palavras, ela é de extrema importância por fazer a sustentação do peso da construção, aumentando a distribuição da carga no solo. Assim, a segurança e resistência dos mais variados tipos de obras passam a estar garantidas.

No geral, ela tem a base em planta quadrada, retangular ou trapezoidal. A utilização é indicada caso as sondagens de reconhecimento do subsolo indiquem a presença de argila rija, entre outras situações.

Uma boa sapata depende fundamentalmente do concreto e da ferragem, e tem o interior constituído de malha de ferro.

Tipos de sapatas

As sapatas podem ser divididas em: sapata isolada, sapata corrida, sapata associada e sapata alavancada.

Sapata isolada

Sapata isolada é um dos tipos de fundação superficiais mais simples e comuns na construção civil. Ela é dimensionada para suportar a carga de apenas um pilar ou coluna. Podem ser de formato quadrado, retangular, circular, etc.

A sapata isolada é um elemento de concreto de forma piramidal (retangular) nos pontos que recebem as cargas dos pilares. Na realidade, as formas que a sapata isolada pode ter em planta são muito variadas, mas a retangular é a mais comum. Como ficam isoladas, essas sapatas são interligadas pelo baldrame.

Trata-se de um dos tipos de fundações superficiais mais simples e comuns na construção civil. Mesmo assim, é indicada para a composição de fundações assentadas em terrenos firmes.

Sapata corrida

A **sapata corrida** é utilizada para suportar cargas oriundas de elementos contínuos que possuem cargas distribuídas linearmente como muros, paredes e outro elementos alongados. Por ser uma fundação rasa sua escavação geralmente é feita à mão sem a necessidade do uso de máquinas ou equipamentos especiais. Normalmente é executada com concreto ciclópico (concreto e pedras de mão).

Esse tipo de sapata é comum em construções de pequeno porte. Como exemplo, podem ser citadas casas e edificações de baixa altura, galpões, muros de divisa e de arrimo, paredes de reservatórios e piscinas, entre outros.

Geralmente não há necessidade de usar máquinas especiais para a escavação. Assim como a anterior, é também indicada para a composição de fundações assentadas em terrenos firmes.

Sapata associada

A **sapata associada** ou [radier](#) parcial é uma sapata comum a vários pilares. São normalmente empregadas quando a posição de duas sapatas isoladas ficarem muito próximas por falta de espaço ou opção estrutural.

Neste caso, as bases das sapatas poderiam ficar sobrepostas ou influenciar na outra estruturalmente fazendo com que o uso de uma única sapata associada pudesse receber as cargas de dois ou mais pilares próximos.

Também chamada de sapata combinada é aquela comum a mais de um pilar. Ou seja, ela transmite ações de dois ou mais pilares, sendo utilizada como alternativa quando a distância entre duas ou mais sapatas é pequena.

Podemos definir esse tipo como fundação superficial, podendo ser projetada com ou sem uma viga de rigidez.

Esse tipo de fundação é dividido em sapata associada retangular, alavancada e trapezoidal. Tanto a retangular quanto a trapezoidal são sapatas geralmente utilizadas em divisas, quando o espaço é menor que a dimensão da mesma.

Sapata alavancada

A **sapata alavancada** ou com viga de equilíbrio é utilizada quando a base da sapata não coincide com o centro de gravidade do pilar por estar próximo a alguma divisa ou outro obstáculo. Deste modo, é criado uma viga entre duas sapatas de maneira a suportar o momento fletor gerado pela excentricidade.

Sapata com viga alavanca/viga de equilíbrio

De acordo com a NBR 6122, a sapata com viga alavanca ou viga de equilíbrio é o “elemento estrutural que recebe as cargas de um ou dois pilares (ou pontos de carga) e é dimensionado de modo a transmiti-las centradas às fundações. Da utilização de viga de equilíbrio resultam cargas nas fundações diferentes

das cargas dos pilares nelas atuantes”. Basicamente, é o tipo de fundação utilizado quando a base da sapata não coincide com o centro de gravidade do pilar por estar próximo a alguma divisa ou outro obstáculo. Desse modo, é criada uma viga entre duas sapatas de maneira a suportar o momento fletor gerado pela excentricidade.

Método de execução

As **sapatas** são de simples execução, o que não muda o fato de tomar bastante cuidado na sua construção. A sapata de cota mais baixa deve ser executada primeiro e de acordo com a NBR 6122, nenhuma sapata deve ter dimensão menor do que 60 cm.

Para a **execução de uma sapata**, são realizados os seguintes passos:

- Escavação do terreno onde será feita a **sapata**, de acordo com o projeto de fundações, seguindo as dimensões e cotas indicadas.
- Aplicar uma camada de concreto magro no fundo do terreno escavado e nas suas laterais. Essa camada de regularização no fundo deve ter no mínimo 5 cm e sua função é proteger a armadura da sapata contra a umidade do solo. Nas laterais, uma camada de chapisco já basta.
- Em seguida, coloca-se as fôrmas de acordo com o projeto de locação. Deve-se conferir as marcações dos pilares e checar o nível da sapata.
- Coloca-se então espaçadores na superfície de apoio onde foi aplicado o concreto magro, para evitar que o cobrimento do aço não seja atendido.
- Coloca-se a armadura, de acordo com o projeto de fundações.
- Posicionamento da armadura do pilar que sairá da sapata isolada. Deve-se fixar os arranques dos pilares com arames de aço.
- Realiza-se a concretagem da sapata.
- Depois de curado o concreto, realiza-se a desfôrma da sapata e o devido reaterro da cava da sapata.

Vantagens das sapatas

As **vantagens das sapatas** em uma fundação são o seu baixo custo, rapidez de execução e a capacidade de construção sem equipamentos e ferramentas especiais. Uma fundação em sapatas bem dimensionada pode ser executada com pouca escavação e baixo consumo de concreto.

É claro que as especificações da sapata são influenciadas de acordo com o tipo de estrutura a ser utilizada e o tipo de solo do local. As sapatas são indicadas para regiões onde o solo é estável e com boa resistência nas camadas superficiais e suportam grande capacidade de cargas comparadas a outros tipos de fundação rasa ou direto como blocos não armados, radier e viga baldrame.

O uso das sapatas na construção civil gera inúmeros benefícios. Um deles é oferecer um trabalho mais eficiente, já que são materiais construídos de forma direta no solo, dentro de alguma escavação. Além disso, entre as fundações rasas, as sapatas são as estruturas que aguentam maior capacidade de carga.

Entre as principais vantagens do uso desse elemento, destacam-se:

- Baixo custo;
- Rapidez de execução;
- Capacidade de construção sem equipamentos;
- Capacidade de construção sem ferramentas especiais;

Em resumo, uma fundação em sapatas bem dimensionada pode ser executada com pouca escavação e baixo consumo de concreto.

A importância do concreto para fundações

O concreto utilizado nas fundações deve apresentar propriedades específicas para desempenhar seu papel com segurança. Deve assegurar resistência às agressões do solo e garantir uma concretagem bem-sucedida, além de não sofrer rupturas ou deformações que comprometam a construção.

O primeiro passo para produzir um concreto adequado às exigências de um projeto de fundações é a elaboração de uma sondagem consistente.

No caso de fundações, é imprescindível contar com materiais de qualidade. Outro ponto importante é a quantidade de cada um dos elementos que compõem a mistura.

É válido salientar a importância do uso de produtos que garantam a durabilidade da estrutura, como a sílica ativa. Além de aumentar a durabilidade do concreto, prevenindo contra os ataques químicos (fechando os poros para o solo sulfatado, íons cloreto) e o calor de hidratação (com a redução do cimento) ela também aumenta consideravelmente a resistência do concreto e a diminuição da absorção da água do solo. Outro ponto importante para a durabilidade dessas estruturas, é a utilização da sílica ativa para a prevenção da reação álcali-agregado, muito comum em elementos de fundação.

Agora é sua vez de compartilhar seus conhecimentos e dúvidas com relação às sapatas e às funções desses elementos em uma obra. E continue seguindo nossas publicações para ficar ainda mais por dentro dos assuntos relacionados à construção civil.

ESTIMATIVA DAS DIMENSÕES DE SAPATAS ISOLADAS COM CARGA CENTRADA

A área de apoio da sapata pode ser estimada como:

$$S_{\text{sap}} = \frac{1,05N}{\bar{\sigma}_{\text{solo}}} \quad \text{ou} \quad S_{\text{sap}} = \frac{1,1N}{\bar{\sigma}_{\text{solo}}}$$

onde os fatores 1,05 e 1,1 estimam o peso próprio da sapata e do solo sobre a sapata.

TENSÃO E DEFORMAÇÃO

A denominação “corpo rígido” é uma abstração matemática conveniente, pois toda substância real em maior ou menor medida sofre deformações sob os efeitos de forças que forem aplicadas a ela. A mudança de forma, volume, comprimento, etc. de um corpo sob a ação de forças externas é determinada pelas forças entre as moléculas que o formam. Não entraremos no detalhe de estudar forças moleculares, que é tema de estudo de uma área da física que estuda as propriedades dos átomos de um elemento, inferindo o comportamento de sólidos a partir dessas propriedades.

Quando os corpos não são rígidos, mas deformáveis, são necessárias outras informações para determinar as forças no equilíbrio. O corpo rígido é um modelo idealizado útil, porém a dilatação, a compressão e a torção de corpos rígidos quando aplicamos forças sobre um corpo real são muito importantes e não podem ser desprezadas.

Alguns exemplos são:

- forças aplicadas a um carro com pneus com diferente enchimento;
- deformação de vigas, portanto das forças de apoio;
- alongamento de cordas no cálculo das tensões, deflexão dos cabos; etc.
- Um cabo submetido a um alongamento, dilatado por forças que atuam sobre as extremidades.
- Um submarino sob compressão, comprimido por todos os lados pela força de pressão da água.
- Uma barra de direção sob cisalhamento, torcida por forças em suas extremidades que produzem torques em torno do seu eixo.

Se um corpo sólido está sujeito a forças que tendem a esticá-lo, cortá-lo ou comprimi-lo, sua forma se altera. Se depois de removidas as forças o corpo volta à forma original, diz-se que ele é **elástico**. Em geral, os corpos são elásticos se as forças estiverem abaixo de um certo máximo, ou **limite elástico**. Se as forças excederem esse limite, o corpo não retorna a forma original e fica permanentemente deformado. Para cada tipo de deformação se define uma grandeza chamada **tensão**, que caracteriza a intensidade das forças que produzem a dilatação, a compressão ou a torção, usualmente descrita como força por unidade de área. A **deformação**, é a outra grandeza utilizada neste tipo de análises.

Tensão e deformação na dilatação e na compressão.

Seja uma barra sólida de comprimento L , sujeita a uma **força tensil** F (ou a uma tensão de dilatação) que atua por igual à esquerda e à direita. Neste caso a força atua em uma direção perpendicular à secção reta. Supõe-se que as forças em cada secção reta estejam uniformemente distribuídas sobre a secção. A barra está em equilíbrio, mas as forças tendem a aumentar o comprimento. A variação relativa do comprimento da barra, $\Delta L/L$ é a **deformação ou deformação por dilatação**. A razão entre a força F e a área da secção reta A é chamada de **tensão de tração ou tensão de dilatação**:

Tensão = F/A Essa grandeza é escalar, F é o módulo da força. A unidade no SI da Tensão é o Pascal, Pa. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. As unidades de tensão são as mesmas que as de pressão, que utilizaremos nos assuntos a seguir.

A razão entre a tensão e a deformação, para alguns materiais possui um comportamento linear, cuja inclinação é uma constante é chamado “**Módulo de Young**” Y :

$$Y = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} \text{ cujas unidades são N/m}^2.$$

Se uma barra sólida estiver sujeita a forças que tendem a comprimi-la em vez de alongá-la, a tensão é a tensão de compressão e a deformação ocasionada por essa compressão é a deformação de compressão. Para muitos materiais a tensão de compressão e a tensão de tração são iguais. No caso da compressão, o ΔL analisado como deformação, e a diminuição do comprimento da barra e não o alongamento. Se a tensão de tração ou de compressão for muito grande, haverá fratura da barra. A tensão de tração que provoca a ruptura da barra é denominada resistência à tração. No caso da compressão, resistência à compressão. Na tabela da pg. 336 do Tipler 5ta. ed. ou 419 da sexta ed., há valores desses parâmetros. Nela pode ser observado que para os ossos do corpo humano há tensões de compressão e de tração muito diferentes.

O módulo de cisalhamento também é conhecido como módulo de torção. É praticamente constante para pequenas tensões de onde a deformação de cisalhamento é uma função linear da tensão de cisalhamento. Esta é a lei de Hooke para a tensão de torção.

A relação entre cada um dos três tipos de tensão e suas correspondentes deformações desempenha um papel importante no ramo da física, teoria da elasticidade, e seu correspondente na engenharia, Resistência de materiais. Quando se faz um gráfico de qualquer tipo de tensão versus a deformação correspondente, obtém-se gráficos de tensão/deformação de várias formas, dependendo da natureza do material.

Analizando o comportamento da tensão em função da deformação no caso de um material dúctil, por exemplo de barra sólida, a tensão é de tração e a deformação é a percentagem da deformação. Vemos que a representação desses valores possui um comportamento linear até um ponto A (chamado limite de proporcionalidade, com uma deformação $< 1\%$). A relação proporcional entre tensão e deformação nesta região é chamada lei de Hooke (do comportamento de uma mola em espiral).

De A a B a tensão e deformação não são mais proporcionais mas, se a carga sobre o material for retirada em qualquer ponto entre 0 e B, o material voltará ao seu comprimento original. Na região 0B diz-se que o material é elástico, ou que apresenta um comportamento elástico, e o ponto B é chamado limite de elasticidade. Até esse ponto as forças são conservativas, mas, quando o material volta à sua forma primitiva, o trabalho realizado na produção de deformação é recuperado e a deformação é reversível. Aumentando-se ainda mais a carga sobre o material, a deformação crescerá rapidamente, mas quando a carga for retirada em algum ponto além de B, por exemplo em C, o material não retorna ao seu comprimento original e diz-se que o material apresenta uma deformação permanente. Maior aumento de carga além de C produz maior aumento na deformação até que o ponto D seja alcançado, quando então ocorre uma ruptura. De B a D diz-se que o material sofre um fluxo de deformação plástica, durante o qual ocorrem deslizamentos dentro do material ao longo dos planos de tensão máxima de cisalhamento. Se uma grande deformação plástica ocorrer entre o limite de elasticidade e o ponto de ruptura, diz-se que o material é dúctil. Se entretanto, a ruptura ocorrer logo depois do limite de elasticidade, diz-se que o material é frágil.

A curva tensão-deformação é uma descrição gráfica do comportamento de deformação de um material sob carga de tração uniaxial. A curva é obtida no chamado ensaio de tração.

O ensaio consiste em carregar um corpo de prova, submetendo-o a uma carga de tração que aumenta gradativamente. Os valores de carga e deslocamento são medidos continuamente ao longo do ensaio e traçada a curva de comportamento. As máquinas e equipamentos convencionais utilizados no ensaio de tração podem ser combinadas com equipamentos auxiliares que geram a curva de comportamento, tomando os valores de engenharia tanto para a tensão como para a deformação.

Pode-se dizer que para materiais metálicos existem dois formatos típicos de curvas: as curvas para os metais dúcteis e as curvas para os metais frágeis. Em termos genéricos pode-se dizer que:

- η Um material dúctil é aquele que pode ser alongado, flexionado ou torcido, sem se romper. Ele admite deformação plástica permanente, após a deformação elástica. A deformação plástica em geral é acompanhada de encruamento, que será explicado adiante. Na curva tensão deformação destes materiais, a região plástica é identificável. O ponto de escoamento determina a transição entre as fases elástica e plástica (com ou sem patamar na curva).
- η Um material frágil rompe-se facilmente, ainda na fase elástica. Para estes materiais o domínio plástico é praticamente inexistente, indicando sua pouca capacidade de absorver deformações permanentes. Na curva tensão deformação, a ruptura se situa na fase elástica ou imediatamente ao fim desta, não havendo fase plástica identificável.



Rua Leonice, Qd. 160, Lt. 12, Parque Estrela Dalva II, Luziânia-GO.

