



ESTATÍSTICA

Iniciaremos nosso curso fazendo uma breve introdução do conceito estatístico.

O que é Estatística?

É um conjunto de métodos e processos quantitativos que serve para estudar e medir os fenômenos coletivos.

Estatística descritiva ou dedutiva : é aquela que tem por objeto por descrever e analisar determinada população , sem pretender tirar conclusões de caráter mais genérico.

Estatística Indutiva: é a parte da estatística que baseando-se em resultados obtidos da análise de uma amostra da população procura inferir, induzir ou estimar as leis de comportamento da população da qual a amostra foi retirada.

Fases do Método Estatístico

- a) **Coleta de dados** : características mensuráveis do fenômeno que desejamos pesquisar, pode ser contínua , periódica (exemplo: de 10 em 10 anos) ou ocasional.
- b) **Crítica de dados** : é a conferência dos dados coletados , se ocorrer erros pode ser por motivos externos, ou seja erros por parte do informante ou motivos internos por parte do entrevistador ou da equipe de pesquisa.
- c) **Apuração dos dados**: soma e processamento dos dados obtidos e disposição mediante critérios de classificação.
- d) **Exposição ou apresentação dos dados**: pode ser feita mediante tabelas , gráficos ,relatórios da maneira mais clara possível que todos interessados possam compreender.
- e) **Análise dos resultados** : Conclusões sobre o trabalho realizado , análise e interpretação dos dados obtidos.

População e Amostra

População – é o todo pode ser finita ou infinita.

Finita – possui um número determinado de elementos exemplo: número de alunos da classe.

Infinita – um grande número de elementos exemplo: a população da cidade de São Paulo.

Amostra – é um subconjunto da população ou seja uma parte dela.

Quando há um número muito grande de elementos , fica difícil a observação dos aspectos a serem estudados de cada um dos elementos devido ao alto custo , ao intenso trabalho e ao tempo despendido para levar a cabo uma exaustiva observação de todos os elementos da população , nesse caso fazemos a seleção de uma amostra (cerca de 10% da população a ser estudada) , e através dessa observação estaremos aptos a analisar os resultados da mesma forma que se estudássemos toda a população.

QUESTIONÁRIO

1-) O que é Estatística?

2-) Quais as fases do método estatístico? Explique cada um deles.

3-) Analise as afirmativas a seguir:

- I. Estatística é um conjunto de métodos e processos quantitativos que serve para estudar e medir os fenômenos coletivos.
- II. População finita é um grande número de indivíduos onde se torna difícil quantificar e realizar os trabalhos de coleta de dados.
- III. População finita é um determinado número de indivíduos como por exemplo número de alunos em sala de aula.

Pode-se dizer que são corretas as afirmações:

- a) Somente I.
- b) Somente I e II.
- c) Somente II e III.
- d) I, II e III.

4-) Qual dessas fases do método estatístico corresponde a pesquisa com indivíduos.

- a) Crítica de dados.
- b) Coleta de dados.
- c) Análise dos resultados.
- d) Exposição ou apresentação dos dados.

Temática: Ferramentas de cálculos para o estudo da estatística .

Nessa aula iremos revisar alguns cálculos que serão de extrema importância no estudo da Estatística e também para o estudo em física.

Fração

É uma parte do todo ou seja um par ordenado onde o segundo número é diferente de zero.

a/b , com $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}^*$. (a pertence ao conjunto dos números naturais e b pertence ao conjunto dos números naturais não nulos (com exclusão do zero).

Fração Própria – é aquela onde o numerador é menor que o denominador como por exemplo: $3/5$, $2/7$, $13/17$, etc.

Fração imprópria é aquela onde o numerador é igual ou maior que o denominador. Exemplo: $7/2$, $4/4$, $12/4$ etc.

Fração aparente é a fração onde o numerador é múltiplo do denominador. Exemplo $12/4$ representa o número 3 pois $12:4 = 3$; se o numerador é zero , a fração apresenta o número zero. Assim $0/5 = 0$; todo número natural pode ser apresentado por uma fração com denominador 1. Assim 7 pode ser apresentado por $7/1$.

Frações Equivalentes – duas frações são equivalentes quando os produtos do numerador de um pelo denominador das outras são iguais.

Exemplo: para $1/2$ e $2/4$ onde temos: $1 \times 4 = 2 \times 2$

Simplificação de frações

Basta dividir ambos os termos por um divisor comum.

Exemplo : $3/6 = 3:3$ e $6:3 = 1/2$

Fração irredutível é aquela que os números são primos entre si (isto é , não possuem outro divisor comum a não ser o número 1.

Exemplo: $7/17$ é uma fração irredutível , pois 7 e 17 são números primos entre si.

Comparação de frações

Para compararmos duas ou mais frações devemos reduzi-la ao mesmo denominador e lembrar que , de duas frações com o mesmo denominador, a maior é aquela que contém o maior numerador.

Operações com frações

Adição e subtração

a) Frações homogêneas – conserva-se o denominador e adicionam-se ou subtraem os numeradores.

Exemplo:

$$2/5 + 7/5 = 9/5 \text{ ou } 7/3 - 2/3 = 5/3$$

b) Frações heterogêneas – reduzem-se as frações ao mesmo denominador, obtendo-se dessa forma frações homogêneas.

Exemplo:

$$4/5 + 2/3 = 12+10/15 = 22/15$$

Reduzindo ao mesmo denominador – vamos calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores como no exemplo acima:

$$2,3 \quad 2$$

$$1,3 \quad 3$$

$$1, 1 \text{ logo m.m.c de 2 e 3} = 2 \times 3 = 6$$

$$6/7 - 1/2 = 12-7/14 = 5/14$$

Observe que reduzimos ao mesmo denominador 7 e 2 = 14

Nota: Sempre que possível simplificar o resultados como vimos no tópico de simplificação de frações.

Multiplicação de frações

Produto de numeradores por numeradores e denominadores por denominadores.

Exemplo: $3/7 \times 4/3 = 3 \times 4 = 12$ e $7 \times 3 = 21$ o que resulta em $12/21$.

O processo da multiplicação pode ser facilitado usando a simplificação pelo cancelamento dos fatores comuns dos numeradores e dos denominadores.

Exemplo:

$2/3 \times 3/5$ nesse caso é possível simplificar 3 por 3 ou seja $3:3 = 1$ ficando dessa forma $2 \times 1 = 2$ e $1 \times 5 = 5$ o que resulta em $1/7$.

Divisão de frações

Produto da primeira pelo inverso da segunda.

Exemplo : $1/2 : 3/7 = 1/2 \times 7/3 = 7/6$

Potenciação de Frações

Devemos elevar o numerador e o denominador a esse expoente. $(2/5)^2 = 2^2/5^2 = 4/25$

Porcentagem ou Percentagem

Denominamos razões percentuais as razões cujos conseqüentes sejam iguais a 100.

Exemplo : 30/100(trinta por cento) ; 20/100 (vinte por cento)

30/100 corresponde a 30% e 20/100 corresponde a 20%.

Exemplo:

1) Em uma classe de 30 alunos , 15 fora aprovados. Qual a taxa percentual de aprovação?

$$30 - 100$$

$$\text{onde: } 30x = 100 \times 15$$

$$15 - x$$

$$30x = 1500$$

$$x = 1500/30 = 50\%$$

2) Ao comprar um livro , obtive um desconto de R\$. Qual o preço do livro sabendo que a taxa de desconto foi de 5%?

$$3 - 5x = 300$$

$$x - 100x = 300/5 = 60$$

Agora responda os testes a seguir:

1. Qual o resultado de $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$:

- a) $\frac{31}{20}$
- b) $\frac{30}{20}$
- c) $\frac{22}{20}$
- d) $\frac{1}{4}$

2. Quanto é $\frac{6}{12} \times \frac{2}{9}$:

- a) $\frac{1}{9}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{3}{5}$
- d) $\frac{1}{25}$

3. Eu uma classe de 50 alunos faltaram 15. Qual a quantidade de alunos presentes em porcentagem?

- a) 30%
- b) 70%
- c) 25%
- d) 35%

4. Por quanto devo vender um objeto que me custou R\$ 150, para ter um lucro de 20% sobre o custo?

- a) R\$ 170,00
- b) R\$ 180,00
- c) R\$ 185,00
- d) R\$ 190,00

Nessa aula podemos revisar cálculos importantes como frações e porcentagens que serão de muita utilidade em Estatística, na próxima aula aprenderemos sobre as regras de arredondamento de acordo com as normas do IBGE.

Regras de arredondamento

Resolução 886/66 IBGE

Hoje iremos estudar arredondamentos que é de fundamental importância para nossos estudos, principalmente valores que tem muitas casas decimais.

Muitas vezes, é conveniente suprimir unidades inferiores às de determinada ordem. Esta técnica é denominada arredondamento de dados ou valores.

De acordo com a resolução 886/66 do IBGE:

1) < 5 (ou seja 0,1,2,3,4) – o último algarismo a permanecer fica inalterado exemplo: se quiser arredondar para o mais próximo décimo (uma casa após a vírgula) o seguinte número 53,24, podemos observar que abandonaremos o 4 que é menor que 5 portanto nosso arredondamento ficará 53,2; se desejarmos arredondar para o mais próximo centésimo 53,242 abandonaremos o dois, logo 53,24;

Obs: inteiro 53,2 - 53

2) > 5 (ou seja 6,7,8,9) – o último número a permanecer aumentará em uma unidade exemplo : 53,26 logo abandonamos o 6 (> 5) – 53,3 (quando décimo), desejando arredondar para o centésimo mais próximo 53,267 – 53,27; obs: inteiro 53,6 - 54

3) $= 5$ – Se o 5 for o último algarismo ou se ao 5 só seguirem zeros, o último algarismo a permanecer só será aumentado se for ímpar exemplo : arredondar para o mais próximo décimo 53,25 – abandonamos o cinco e o dois como número par permanecerá 53,2, se caso fosse 53,35 – o três como número ímpar seria aumentado em uma unidade ou seja 53,4 e essa regra se sucede como centésimos.

Vamos fazer alguns exercícios para fixar o aprendizado.

1. Arredondar de acordo com o que se pede:

a) Para o inteiro mais próximo

53,02 _____ 23,5 _____ 99,900 _____ 26,5 _____
98,49 _____ 108 _____ 1,008 _____ 49,98 _____
71,50002 _____ 739,5 _____ 40,900 _____ 128,53 _____

b) Para o centésimo mais próximo

20,742 _____ 46,727 _____ 28,255 _____
205,2384 _____ 12,352 _____ 253,65 _____
5,385 _____ 45,097 _____ 39,49 _____

c) Para o décimo mais próximo

0,061 _____ 23,40 _____ 120,4500 _____
0,223 _____ 234,7832 _____ 26,55 _____
7,7 _____ 129,98 _____ 12,235 _____

2. Uma transportadora entregou em um mês:

6,19655 toneladas de produtos eletrônicos;

15,8561 toneladas de brinquedos;

13,6455 toneladas de alimentos;

09,7450 toneladas de papel;

10,3400 toneladas de remédio;

12,2350 toneladas de tecidos.

Calcule quanto a transportadora entregou nesse mês, em toneladas:

a) sem arredondar;

b) arredondando para o centésimo mais próximo e o inteiro mais próximo.

Variáveis

Significado de variável no dicionário – mutável, que muda, que sofre transformações, flexível;
Significado estatístico – característica que vamos estudar em determinada população.

Quanto à classificação de variáveis temos:

Qualitativas (nominal / ordinal)

Variável qualitativa nominal – Quando os elementos dessa variável são identificados por nome exemplo: cor do cabelo, cor dos olhos (azuis, castanhos, verdes);

Variável qualitativa ordinal – quando os elementos entre elas indicam uma ordem entre elas exemplo: ótimo, bom, regular, ruim, péssimo.

Quantitativas (contínua / discreta) Variável quantitativa discreta – valor muda em saltos ou passos (não existe continuidade) exemplo: número de filhos de um casal, número de carteiras da sala de aula, etc.

Variável quantitativa contínua – admite infinitos valores dentro de um espaço ou intervalo exemplo: pesos das pessoas 75,2 (setenta e cinco quilos e duzentos gramas) ou altura 1,72 (um metro e setenta e dois centímetros), notas de 0 a 10 – 7,5.

Resolva o exercício abaixo:

Classifique as em qualitativas ou quantitativas (contínuas ou discretas):

- a) alunos de uma escola
- b) raça de cachorros
- c) altura de determinada pessoa
- d) peso de um bebê
- e) número de filhos
- f) cor de pele
- g) os pontos obtidos na jogada de um dado
- h) Valor do salário
- i) Sexo
- j) idade

ESTATÍSTICA GRÁFICA

Temática: Tabulação

Antes de realizarmos qualquer relatório ou trabalho gráficos devemos primeiramente efetuar a tabulação dos dados devidamente coletados evitando dessa forma possíveis erros dentro do método estatístico.

a) Estrutura da tabela e do gráfico

Uma tabela e até mesmo um gráfico devem ser estruturados da seguinte maneira – Cabeçalho, corpo e rodapé.

Cabeçalho : é a apresentação do que a tabela está procurando estudar e representar , deve conter o necessário para que sejam respondidas as seguintes questões: O QUÊ ? (referente ao fato), ONDE? (relativo ao lugar), QUANDO? (correspondente ao tempo – anos , meses , dias). Exemplo: acidentes na Rodovia Castelo Branco em 1994.

Exemplo:

O que? – (fato): Acidentes

Onde? – (lugar): Rodovia Castelo Branco

Quando? – (tempo): 1994

Estatística Indutiva: é a parte da estatística que baseando-se em resultados obtidos da análise de uma amostra da população procura inferir, induzir ou estimar as leis de comportamento da população da qual a amostra foi retirada.

Corpo : o corpo de uma tabela é representado por uma série de colunas e subcolunas onde ficam alocados os dados apurados. Segundo o corpo, as tabelas podem ser de entradas simples, de dupla entrada e de múltipla entrada.

Exemplo: Entrada simples

Previsão da população para a cidade de São Paulo 1990-2019

ANOS	População (1.000 Hab.)
1990	11.170
1994	12.226
2001	13.415
2009	14.913
2019	15.533

Exemplo: Entrada dupla

Contingente da empresa Estatísticos y em 2006

Sexo/ Tipo	Homens	Mulheres	Total
Maiores	50	35	85
Menores	30	15	45
Total	80	50	130

Existe também entradas múltiplas onde envolve mais colunas, linhas e muito mais dados, regiões.
Exemplo: entrada múltipla

População presente nas regiões sul e sudeste – 1940 /1980

Regiões	01/09/1940	01/07/1950	01/09/1960	01/09/1970	01/09/1980
SUL	5.735.305	7.840.870	11.753.075	16.496.493	19.038.95
Paraná	1.236.276	2.115.547	4.268.239	6.929.868	7.629.405
Santa Catarina	1.178.340	1.560.502	2.118.116	2.901.734	3.631.368
R.Grande do sul	3.320.689	4.164.821	5.366.720	6.664.891	7.778.162
SUDESTE	18.345.831	22.548.494	30.630.728	39.853.498	51.746.318
Minas Gerais	6.763.368	7.782.188	9.657.738	11.487.414	13.389.605
Espírito Santo	790.149	957.238	1.170.858	1.599.333	2.019.877
Rio de Janeiro	1.847.857	2.297.194	3.363.038	4.742.884	11.300.665
Guanabara	1.764.141	2.377.451	3.247.710	4.251.918	-
São Paulo	7.180.316	9.134.423	12.809.231	17.771.948	25.036.171

Fonte: IBGE.Diretoria técnica, Departamento de Censo Demográfico

1. População residente

2. resultados preliminares da publicação “Tabulações Avançadas do censo Demográfico” baseados em uma amostra probabilística, de fração um pouco inferior a 1% da população e dos domicílios recenseados.

Rodapé: Nessa parte da tabela devemos colocar a legenda e todas as observações que venham esclarecer a interpretação da tabela, também é no rodapé que se coloca a fonte dos dados , em alguns casos ela pode ser colocada também no cabeçalho. A fonte serve para dar maior autenticidade à tabela. Agora resolva o seguinte exercício.

Calcule a porcentagem de crescimento populacional da seguinte tabela: de 1990 a 1994; de 1994 a 2001; de 2001 a 2009 e 2009 a 2019.

ANOS	População (1.000 Hab.)
1990	11.170
1994	12.226
2001	13.415
2009	14.913
2019	15.533

Nessa aula estudamos como elaborar uma tabela e seus elementos e também reforçamos o estudo de porcentagem com o exercício solicitado.

Temática: Gráficos Estatísticos

O gráfico é uma forma de apresentação dos dados estatísticos, com o objetivo de produzir no investigador ou no público em questão uma impressão mais rápida e compreensível do fenômeno estudado , através dos gráficos podemos entender melhor as séries estatísticas.

O gráfico deve ser composto de simplicidade, clareza e veracidade , ou seja deve expressar a verdade e possibilitar um claro entendimento ao público interessado.

Diagramas: são gráficos geométricos de no máximo, duas dimensões; para sua construção, em geral, fazemos uso do sistema cartesiano.

Vamos apresentar os gráficos mais utilizados

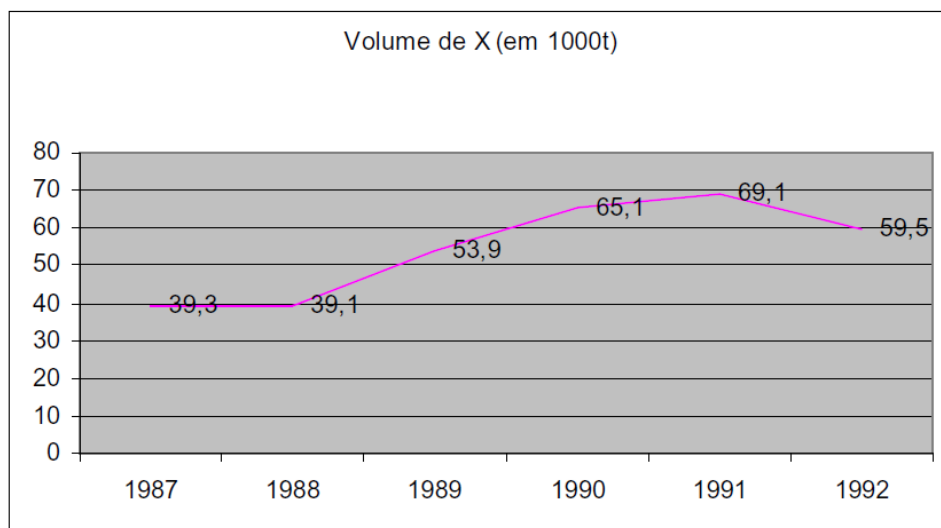
Gráfico em linha: constitui uma aplicação do processo de representação de funções num sistema de coordenadas cartesianas.

Fazemos uso de duas retas perpendiculares; as retas são o eixo x (eixo das abcissas) e o eixo y (eixo das ordenadas).

Para o melhor entendimento vamos consideremos a seguinte série:

PRODUÇÃO BRASILEIRA DE ÓLEO DE SOJA 1987-1992

ANOS	QUANTIDADE (1.000 t)
1987	39,3
1988	39,1
1989	53,9
1990	65,1
1991	69,1
1992	59,5



Vamos considerar os anos como eixo x (abcissas) e as quantidades como ordenadas (eixo y). Assim um ano dado e sua respectiva quantidade formam um par ordenado.

Veja a construção do gráfico:

Gráfico em colunas ou em barras

É a representação de uma série por meio de retângulos, dispostos verticalmente (gráfico em colunas) ou na forma horizontal (gráfico em barras).

Exemplos:

PRODUÇÃO BRASILEIRA DE CARVÃO MINERAL BRUTO 1989-1992

ANOS	QUANTIDADE PRODUZIDA (1.000t)
1989	18.196
1990	11.168
1991	10.468
1992	9.241

Veja abaixo as representações gráficas em colunas e barras:

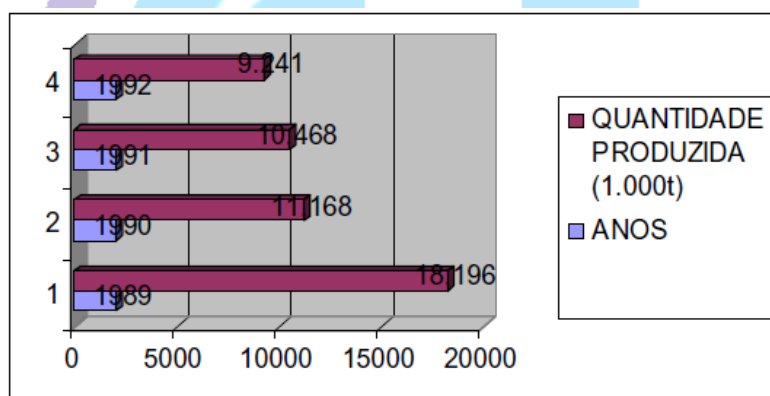
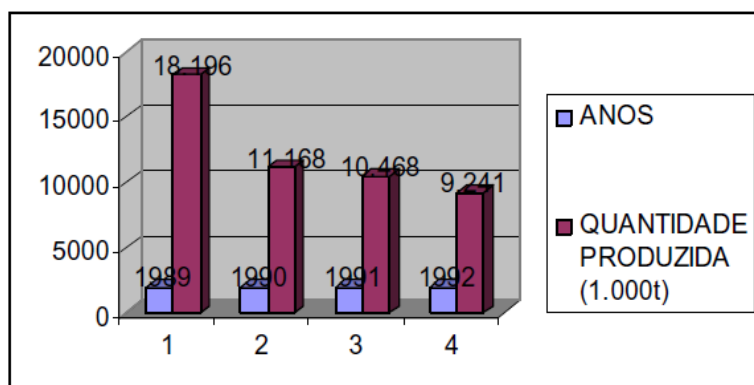


GRÁFICO EM COLUNAS OU EM BARRAS MÚLTIPLAS

Este tipo de gráfico é geralmente empregado quando queremos representar dois ou mais fenômenos estudados com a finalidade de comparação.

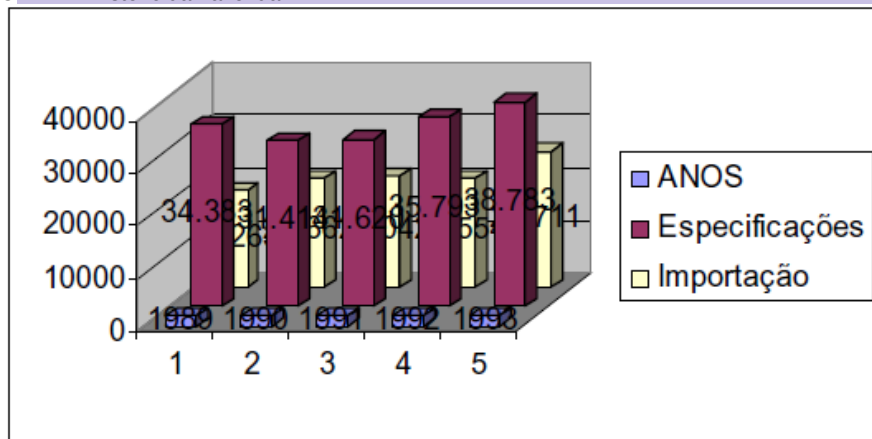
Exemplo:

Balanco Comercial do Brasil

Valor US\$

Especificações	1989	1990	1991	1992	1993
Exportação (FOB)	34.383	31.414	31.620	35.793	38.783
Importação	18.263	20.661	21.041	20.554	25.711

FONTE: Ministério da Fazenda



Gráficos em Setores

Gráfico construído com base em um círculo, e é empregado sempre que desejamos ressaltar a participação do dado no total.

O total é representado pelo círculo, que fica dividido em tantos setores quantas são as partes.

Obtemos cada setor por meio de uma regra de três simples e direta, lembrando que o total da série corresponde a 360°.

Exemplo:

Dada a série:

ESTADOS	QUANTIDADE (1.000 cabeças)
Minas Gerais	3.363,7
Espírito Santo	430,4
Rio de Janeiro	308,5
São Paulo	2.035,9
Total	6.138,5

Utilizando a regra de três:

$$\begin{array}{ccc} 6.138 & 360^\circ & \\ 3.363,7 & X & \end{array}$$

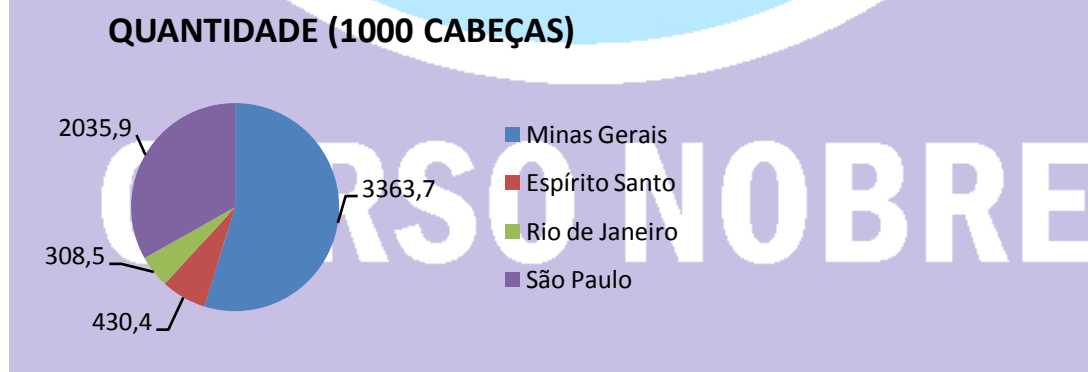
$$X \ 1 = 197^\circ$$

$$X \ 2 = 25^\circ$$

$$X \ 3 = 18^\circ$$

$$X \ 4 = 120^\circ$$

Com esses dados (valores em graus), marcamos num círculo de raio arbitrário, com um transferidor, os arcos correspondentes, obtendo o gráfico abaixo:



Notas:

O gráfico em setores só deve ser empregado, quando há, no máximo sete dados;

Se a série já é apresentada de forma percentual, obteremos os seguintes valores em graus multiplicando por 3,6.

Resolva os exercícios abaixo:

- 1) Utilizar um gráfico de setores para representar a tabela:

Especificação	Quantidade
Norte	301
Nordeste	2.937
Sudeste	7.071
Sul	4.542
Centro Oeste	979
TOTAL	15.830

- 2) Represente a série abaixo usando o gráfico em linhas

Comércio exterior Brasil 1984-1993

ANOS	Exportação
1984	141.737
1985	146.351
1986	133.832
1987	142.378
1988	169.666
1989	177.033
1990	168.095
1991	165.974
1992	167.295
1993	182.561

- 3) Usando o gráfico em barras, represente a tabela:

Produção de ovos de galinha Brasil – 1992

Regiões	Quantidade (1.000 dúzias)
Norte	57.297
Nordeste	414.804
Sudeste	984.659
Sul	615.978
Centro-Oeste	126.345

Na aula de hoje estudamos os gráficos mais utilizados e que dão melhor entendimento a população para interpretar os fatos e os fenômenos coletivos.

Tabela de frequência e medidas de tendência central

Temática: Tabela de Frequência.

Tanto os dados qualitativos como os quantitativos, podem e devem ser agrupados em frequências para se construir uma tabela. As frequências associadas aos dados constituem a distribuição de frequência.

Uma tabela é constituída por dados organizados em linhas e colunas. A frequência de um dado é o número de ocorrências ou repetições de um dado.

Elementos de uma distribuição de frequência

- 1) Tabela Primitiva: conjunto de elementos que não foram organizados.
- 2) Rol: é a tabela obtida após a ordenação dos dados.
- 3) Classe: são intervalos de variação da variável.
- 4) Limites de classe: são os extremos de cada classe. O menor é o limite inferior (li) e o maior número, o limite superior da classe (Li).
- 5) Amplitude de um intervalo de classe: ou simplesmente intervalo de classe é a medida do intervalo que define a classe. Esta medida é obtida pela diferença entre os limites superior e inferior. A amplitude é indicada por h . Assim:
$$H = Li - li$$
- 6) Ponto médio: Como o próprio nome indica, é o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais. Será representado por Xi .
Para obtermos o ponto médio de uma classe, calculamos a soma dos limites e dividimos por 2, ou seja, só existe o ponto médio se existir o intervalo de classe. A fórmula utilizada será:
$$Xi = li + Li / 2$$

Tipos de Frequências

- 1) Frequência simples ou absoluta (fi): são os valores que realmente representam o número de dados de cada classe, ou seja, o número de vezes que se repetiram.
- 2) Frequência absoluta acumulada (fac): é o total de frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.
- 3) Frequência Relativa (fr): são os valores das razões entre a frequência absoluta e a frequência total ($fr (\%) = fi/n$) sendo n = número total de elementos de uma amostra ou tabela.
- 4) Frequência relativa acumulada ($fr.acum.$): é o acúmulo das porcentagens de uma tabela.

Amplitude de um intervalo de classe

A primeira preocupação que temos, na construção de uma distribuição de frequência com intervalo de classe, é a determinação das amplitudes do intervalo.

O nosso intervalo de classe sempre começará pelo menor elemento da amostra e a sua amplitude será determinada pela fórmula:

$$h = n^{\circ} > - n^{\circ} < / \sqrt{n}$$

O resultado da amplitude sempre deverá ser arredondado para o inteiro mais próximo.

Exemplo de tabela de frequência:

Para a variável estado civil, construímos a seguinte tabela de frequência:

Estado Civil	Frequência absoluta (fi)	Frequência Relativa (fr)	Porcentagem
Solteiro	9	$9/20 = 0,45$	45%
Casado	8	$8/20 = 0,40$	40%
Separado	3	$3/20 = 0,15$	15%
Total	20	1,00	100%

Exemplo de tabela de frequência com intervalo de classe

Utilizando 5 classes de intervalo, todas com o mesmo comprimento, é possível reunir os dados referentes à renda mensal da tabela seguinte:

Classes de Valores	Frequência absoluta(f_i)	Frequência relativa (fr)	Porcentagem
[5 ; 8[	2	$2/20 = 0,1$	10%
[8 ; 11[	5	$5/20 = 0,25$	25%
[11 ; 14[	7	$7/20 = 0,35$	35%
[14 ; 17[	4	$4/20 = 0,2$	20%
[17 ; 20[	2	$2/20 = 0,1$	10%
Total	20	1,00	100%

Exemplo utilizando a tabela primitiva e o rol:

Um dentista anotou o número de clientes atendidos por dia, durante um período de 30 dias, e obteve os seguintes dados:

4 ; 6 ; 7 ; 4 ; 4 ; 5 ; 4 ; 6 ; 5 ; 5 ; 4 ; 5 ; 7 ; 5 ; 5 ; 4 ; 7 ; 5 ; 6 ; 5 ; 4 ; 5 ; 5 ; 6 ; 5 ; 7 ; 4 ; 6 ; 6 ; 7

Rol: 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 7 ; 7 ; 7 ; 7

Organize esses dados em forma de uma tabela total de frequência.

X_i	Frequência absoluta (f_i)	Frequência acumulada (f_{ac})	Frequência relativa (fr)	Porcentagem
4	08	8	$8/30 = 0,267$	26,7%
5	11	19	$11/30 = 0,366$	36,6%
6	06	25	$6/30 = 0,20$	20,0%
7	05	30	$5/30 = 0,167$	16,7%
Totais	30		1,00	100%

Resolva os exercícios abaixo :

1) conhecidas as notas de 40 alunos de uma classe, obtenha uma tabela total de distribuição de frequência com intervalo de classe (com frequência individual, frequência acumulada, frequência relativa, porcentagem).

1;2;3;4;5;6;6;7;7;8
2;3;3;4;5;6;6;7;8;8
2;3;4;4;5;6;6;7;8;9
2;3;4;5;5;6;6;7;8;9
2;3;4;5;5;6;7;7;8;9

1. Complete a tabela abaixo:

Idade	Frequência absoluta (fi)	Frequência acumulada	Frequência relativa	Porcentagem
[0 ; 8[	04			
[8 ; 16[	10			
[16 ; 24[	14			
[24 ; 32[	09			
[32 ; 40[	03			

Na aula de hoje podemos aprender como elaborar uma tabela de frequência a partir de um conjunto de dados.

TEMÁTICA – MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Começaremos estudar as medidas de tendência central **média**, mediana e moda dividiremos em 3 aulas e começaremos hoje por média.

Média aritmética / ponderada

Para amostra

A média aritmética, ou simplesmente média, é a soma de todos elementos de uma amostra e dividida pelo número de elementos, vamos representar a média com o símbolo $\bar{X}$.

Para calcularmos a média usaremos:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Exemplo: Sabendo-se que a produção leiteira diária de uma cabra, durante uma semana foi de 10, 14, 13, 15, 16, 18, e 12 litros, sendo assim, quanto foi a produção média da semana?

$$\bar{X} = \frac{10+14+13+15+16+18+12}{7} = \frac{68}{7} = 9,71$$

Para dados agrupados sem classe

A coluna de frequência de uma tabela de indica a repetição de um elementos. Neste caso, a média será calculada através do produto entre o valor da variável e sua respectiva frequência e o resultado dividido pelo número total de elementos da tabela. A fórmula usada para este cálculo é $\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$

Ex: de acordo com dados apresentados na tabela abaixo calcule a média.

Idade	Número de pessoas	$X_i.F_i$
21	02	$21 \times 2 = 42$
22	05	$22 \times 5 = 110$
23	08	$23 \times 8 = 184$
24	06	$24 \times 6 = 144$
25	05	$25 \times 5 = 125$
26	04	$26 \times 4 = 104$
Σ	30	709

$$X = 709/30 = 23,63$$

Para dados agrupados em classes é muito parecida com o cálculo dos dados agrupados sem classe. O que difere é a presença do ponto médio, sendo assim, o $\bar{X}$, não é mais a variável e sim o seu ponto médio e sua respectiva frequência e o resultado dividido pelo número total de elementos da tabela. A fórmula será:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi fi}{n}$$

Classes	Fi	Xi (ponto médio)	Xi.Fi
[4 ; 5[	01	4,5	4,5 x 1 = 4,5
[5 ; 6[	04	5,5	5,5 x 4 = 22,0
[6 ; 7[	11	6,5	6,5 x 11 = 71,5
[7 ; 8[	07	7,5	7,5 x 7 = 52,5
[8 ; 9[	02	8,5	8,5 x 2 = 17,0
Σ	25		167,5

Exemplo: Considerando os dados da tabela abaixo calcule a média.

$$\bar{X} = 167,5/25 = 6,7$$

Resolva os exercícios de média abaixo:

1) Na série abaixo, composta de notas de matemática: 6,2,8,6,3,0,4,2,6,7,10,3,6 a média é :

- a) 4,85
- b) 5,33
- c) 5,16
- d) 4,75
- e) 6,3

1) Calcule a média ponderada dos dados abaixo:

X_i	F_i
4	2
5	3
7	4
9	1

2) Determine a média aritmética da distribuição abaixo

Estaturas (cm)	Nº de pessoas
[120 ; 126[	06
[126 ; 132[	12
[132 ; 138[	16
[138; 144[	15
[144 ; 150[	07
[150; 156[	04

3) Numa avaliação 6 alunos obtiveram nota 5 ; 8 alunos obtiveram nota 7 ; 5 alunos obtiveram nota 9 e um aluno obteve nota 10. Qual a média desses alunos? Assinale a correta:

- a) 7,05
- b) 6,5
- c) 7,5
- d) 7,0

Nessa aula aprendemos um pouco de média que usamos muito no nosso dia a dia por exemplo: as empresas calculam a média salarial de sua folha de pagamento , o professor calcula a média de seus alunos e vários outros usos.

TEMÁTICA: MEDIANA

A mediana é o valor que divide um conjunto de dados ordenados ao meio, ou seja, ela nos fornece o elemento central desse conjunto de dados.

- a) para amostra para com número de elementos impar
 $Md = n+1/2$

Exemplo:

Se considerarmos 2,3,3,6,7 – temos 5 elementos logo $Md = n+1/2 = 5+1/2 = 3^o$ elemento que é justamente o 3(que é o termo central da amostra).

Nota: os dados devem ser colocados em ordem crescente. para amostra com número de elementos par:

$$Md = n/2 \text{ e } n/2 + 1$$

Exemplo:

Se considerarmos 2,3,3,6,7,8

Temos 6 elementos logo – $Md = n/2 = 6/2 = 3^o$ elemento e $n/2+1 = 6/2+1 = 4^o$ elemento , daí tiramos a média entre o 3º e 4º elemento logo: $3 + 6 / 2$ (3 + 6 dividido por 2) = 4,5 portanto $Md = 4,5$ para dados agrupados sem classe Uma vez que os dados da tabela encontram-se ordenados, podemos obter a mediana através da frequência acumulada. O cálculo ocorrerá da mesma maneira dos resultados obtidos na amostra.

De acordo com a tabela abaixo calcule a mediana.

Idade	Fi	Fac
11	02	02
12	05	07
13	08	15
14	06	21
15	05	26
16	04	30
Σ	30	

Podemos observar que o número de elementos é par, logo: $n/2 = 30/2 = 15^\circ$ elemento e $n/2 + 1 = 30/2 + 1 = 15 + 1 = 16^\circ$ elemento. Pela coluna da frequência acumulada identificamos que o 15º elemento encontra-se na classe dos 13 anos enquanto o 16º encontra-se na classe dos 14 anos encontraremos a média entre 13 e 14 = $13+14/2 = 13,5$ Md=13,5 ou seja, idade mediana é 13,5

Para dados agrupados em classes

Para calcular a mediana, devemos primeiramente, identificar na tabela através da coluna de frequência acumulada, a classe da mediana através da fórmula:

$$Md = lmd + [n/2 - \Sigma f_{ant}] \times h / f_{md}$$

Onde:

Lmd = limite inferior da classe da mediana.

Fant é a frequência acumulada anterior a classe da mediana

Fmd é a frequência absoluta da classe da mediana

h é a amplitude da classe da mediana

n é o número de elementos da tabela

Exemplo:

De acordo com a distribuição abaixo, calcule a mediana.

Altura (cm)	Fi	Fac
[155 ; 160[	05	05
[160 ; 165[	09	14
[165 ; 170[	10	24
[170 ; 175[	12	36
[175 ; 180[	05	41
Σ	41	

Classe da mediana = $n/2 = 41/2 = 21,5^\circ$ elemento = 21º elemento

$$Md = 165 + [20,5 - 14] \times 5 / 10 = 165 + 3,25 = 168,25$$

Resolva os exercícios abaixo:

1) Calcule a mediana das séries abaixo:

- a) 5,6,8,10 e 15
- b) 27,10,28,31 e 27
- c) 10,11,17,15,18,21,27 e 30
- d) 31,20,7,16,30,42,9,27,12 e 34

2) Calcule a mediana das distribuições abaixo:

Xi	Fi
07	02
08	05
10	07
15	06
20	01

3) Calcule a mediana das distribuições abaixo:

Classes	Fi
[12;16[	10
[16;20[	18
[20;24[	20
[24;28[	12
[28;32[	08
[32;36[	02
Σ	70

4) Em um projeto foi pesquisado o número de anos de estudo de uma população. Uma amostra de 5 pessoas apresentou as seguintes respostas: 6,4,11,6,8 a mediana dessa amostra é:

- a) 11
- b) 8
- c) 6
- d) 4

Nessa aula estudamos a mediana que também faz parte das medidas de tendência central.

Temática : Moda

A moda de um conjunto de dados é o valor que se repete mais, isto é, aquele com maior frequência. Existem casos que ocorrem mais de uma moda, e outros em que a moda não existe. Iremos representá-la por **Mo**.

a) Para amostra

Exemplo: o número de livros vendidos a cada hora foi coletado, em três livrarias (A, B e C).

Os dados em um período de oito horas foram:

Livraria A : 0,1,2,2,2,2,3,4 a moda é 2

Livraria B : 1,2,2,2,3,3,3,5 as modas são 2 e 3 (bimodal)

Livraria C : 0,0,1,1,2,2,3,3 não existe moda

b) Para dados agrupados sem classe

Ex: A tabela abaixo mostra as horas de atraso em 30 vôos, de uma companhia aérea ,

Determine a moda:

Horas	Frequência
0	15
1	08
2	04
3	02
4	01

Sendo assim $M = 0$ horas

c) Para dados agrupados em classes

Neste caso precisaremos inicialmente achar a classe de maior frequência, a qual chamamos de classe modal. Através desta classe é que iremos calcular a moda através da fórmula:

$$Mo = lmo + \Delta 1 / \Delta 1 + \Delta 2 \times h$$

Sendo:

lmo – limite inferior da classe modal

$\Delta 1$ – f_i da classe modal – f_i anterior

$\Delta 2$ – f_i da classe modal – f_i posterior

h – amplitude da classe modal (intervalo)

Exemplo:

De acordo com a tabela abaixo calcule a moda:

Altura (cm)	Nº de pessoas
[155;160[	05
[160;165[	09
[165;170[	10
[170;175[	12
[175;180[	05
Σ	41

$$\Delta 1 = 12 - 10 = 2$$

$$\Delta 2 = 12 - 5 = 7$$

$$h = 5$$

$$Mo = 170 + 2 \times 5 / 2 + 7 = 170 + 10 / 9 = 171,11$$

$$Mo = 171,11$$

Resolva os exercícios abaixo:

1) Obtenha a moda das seguintes séries:

- a) 2,3,4,4,5,2,3 e 2
- b) 10,9,8,10,5,9 e 7
- c) 2,3,3,3,4,5,7,7,7,9,9 e 9
- d) 16,15,14,11,12 e 18

2) Determine a moda das distribuições abaixo:

Nº de acidentes	Nº de dias
0	12
1	08
2	05
3	04
4	01
Σ	30

Determine a moda da tabela com intervalo de classes abaixo:

Peso (Kg)	Nº de alunos
[40;45[	03
[45;50[	08
[50;55[	12
[55;60[	08
[60;65[	06
[65;70[	03
Σ	

Nessa aula estudamos moda também pertencente as medidas de tendência central.

Exercícios

1) Calcule média , mediana e moda das séries abaixo:

- a) 5,6,8,10 e 15
- b) 27,10,28,31 e 27
- c) 10,11,17,15,18,21,27 e 30
- d) 31,20,7,16,30,42,9,27,12 e 34

2) Calcule a média , mediana e moda das distribuições abaixo:

a)

XI	FI
120	03
123	10
126	12
129	09
130	11
145	05

b)

XI	FI
120	03
123	10
126	12
129	09
130	11
145	05

c)

XI	FI
1,4	12
1,7	10
2,1	08
3,3	05

d)

Nº de filhos	Frequência
0	08
1	10
2	14
3	09
4	04
5	02
6	03

e)

Salário (R\$)	Nº de funcionários
[500;700[	11
[700;900[	23
[900;1100[	18
[1100;1300[	06
[1300;1500[	03
[1500;1700[	02

CURSO NOBRE



www.cursonobre.com.br