

TOPOGRAFIA



SUMÁRIO

Introdução à Topografia	3
Divisões.....	3
Equipamentos topográficos e suas aplicações.....	4
Estação total.....	4
Nível	11
Acessórios complementares utilizados nos levantamentos topográficos	13
Piquetes	13
Balizas.....	13
Marcos de concreto.....	14
Medidas angulares	14
Ângulos horizontais	14
Ângulos verticais	19
Levantamento topográfico utilizando coordenadas cartesianas arbitrárias ou reais (UTM)	20
Cálculos de rumos, azimutes, distâncias e áreas de polígonos	23
Cálculos de distâncias, rumos e azimutes entre pontos.....	24
Área do polígono: utilizando a fórmula de Gauss.....	29
Cálculos de coordenadas	30
Nivelamento geométrico.....	31
Execução do nivelamento geométrico.....	32
Cálculo	36
Curvas de nível	39
Geração de curvas de nível.....	40
Os principais acidentes geográficos naturais	43
GEOPROCESSAMENTO.....	52
BASES CONCEITUAIS.....	53
SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA.....	53
SISTEMAS DE COORDENADAS	55
SISTEMA DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS – SIG.....	59
FUNDAMENTOS BÁSICOS DE UM SIG	59

ESTRUTURA BÁSICA DE UM SIG.....	61
Aquisição de dados	61
Armazenagem de Dados.....	62
Sistema de Gerenciamento de Dados.....	62
Edição de Dados	62
Conversão, Importação e Exportação de Arquivos de Dados	63
Análise Geográfica	63
REFERÊNCIAS.....	66

Introdução à Topografia

Topografia basicamente é a descrição do lugar. Não através de texto ou foto, mas sim através de um desenho que contenha elementos que possam pormenorizar as dimensões do lugar, sua orientação, localização em relação ao globo terrestre, implantações que tenham ocorrido no local como estradas, túneis, casas etc.

No desenho é representado ainda o relevo do lugar, acidentes naturais e artificiais, tudo com precisão, para que se possa planejar com maior eficiência algum empreendimento agrícola, algum projeto de açude ou tão somente verificar seus limites e confrontantes, entre outros. Por fim, Topografia é a representação exata do terreno numa folha de papel. Todas as distâncias no desenho são distâncias horizontais, articuladas a partir de técnicas e cálculos de projeções em um plano. Um exemplo são as curvas de nível que representam as formas do relevo local no plano.

Divisões

A topometria nada mais é que um conjunto de operações em campo com aparelhos topográficos, com o objetivo de se levantar elementos geométricos a partir de cálculos aplicados da Geometria que garantem uma representação real do terreno em um desenho. A topometria pode ser dividida em planimetria e altimetria.

Planimetria é a técnica pela qual as medidas tanto angulares como lineares são reproduzidas em um plano horizontal de referência, levando em conta apenas a locação dos objetos da área, se assemelha à foto da área tirada de um avião. Não estarão representados os relevos e as diferenças de níveis.

Altimetria é a técnica pela qual as medidas são realizadas sob o ponto de vista vertical, obtendo diferenças de níveis e ângulos verticais. Nesse tipo de levantamento se dá maior importância ao relevo do terreno.

Ainda abordaremos um pouco de topologia, que ao se utilizar dos dados obtidos através da topometria, estuda as formas da superfície terrestre e as

leis que regem o seu formato. Tem como principal elemento as curvas de nível.

Equipamentos topográficos e suas aplicações

Há vários equipamentos topográficos.

Estação total

O equipamento moderno mais utilizado nos levantamentos planimétricos é a estação total. Ela também é utilizada na altimetria em nivelamentos trigonométricos, mas é na área de locação, transporte de coordenadas e levantamentos de áreas patrimoniais que ela mais se destaca.



Figura: Estação total vista de frente, teclados de comandos e *display* de visualização



Figura: Estação total vista de costa. Repare na seta indicando a posição do nível de bolha



Figura: Estação total vista de lado sobre tripé, luneta apontada para o horizonte.

A estação total usa como acessórios principais o tripé, o prisma, e o bastão para o prisma.

Para ser operada terá que ser fixada ao tripé aproximadamente na altura do topógrafo, centrada em um ponto (marco topográfico ou piquete com elementos topográficos conhecidos), nivelada (ela contém duas bolhas de

nível que precisam ser caladas) e, por fim, orientada em algum outro ponto conhecido, onde será zerada com o auxílio dos retículos da luneta (sistema de mira da estação) apontados para o bastão com o prisma colocado no outro ponto.



Figura: a) Estação total vista de lado sobre tripé, luneta apontada a 45° do horizonte; e b) luneta apontada para o zênite

A estação total contém um círculo vertical e um outro horizontal, divididos em graus, minutos e segundos. Seu sistema de operação é todo automatizado.



Figura: Prisma sobre bastão de 2,70 m de altura

Elementos geométricos levantados em campo através de operações com a estação total

a) Ângulos horizontais obtidos através do círculo horizontal, com um giro em torno do seu eixo vertical.

O ângulo horizontal (Hz): é medido entre dois alinhamentos do terreno levando-se em conta apenas o plano horizontal. Imagine um canto de cerca de uma propriedade, o ângulo formado entre os dois lances de cercas de direções diferentes é um exemplo de ângulo horizontal. Veja a Figura.

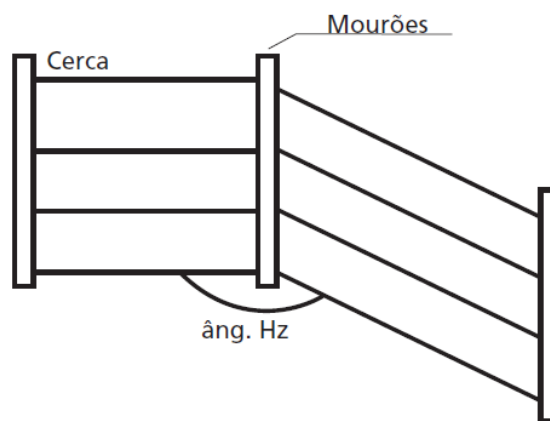


Figura: O ângulo horizontal (Hz)

b) Ângulos verticais obtidos através do círculo vertical, medido com o giro em torno do eixo horizontal da estação total.

O círculo vertical da estação geralmente já é zerado no zênite quando o aparelho é nivelado, e para se obter o ângulo vertical subtrai-se ou soma-se com o ângulo zenital, medido no aparelho.

Vejam os o que é um ângulo vertical.

Ângulo vertical (v): é medido entre a direção inclinada de um ponto (vértice do ângulo) e outro (mais alto ou mais baixo do que o primeiro) em relação à linha do horizonte. Pode ser *ascendente (+)* ou *descendente (-)*, conforme se encontre acima (active) ou abaixo (declive) da linha do horizonte.

Veja o exemplo da cerca abaixo: uma das estacas está formando um ângulo vertical com outra estaca.

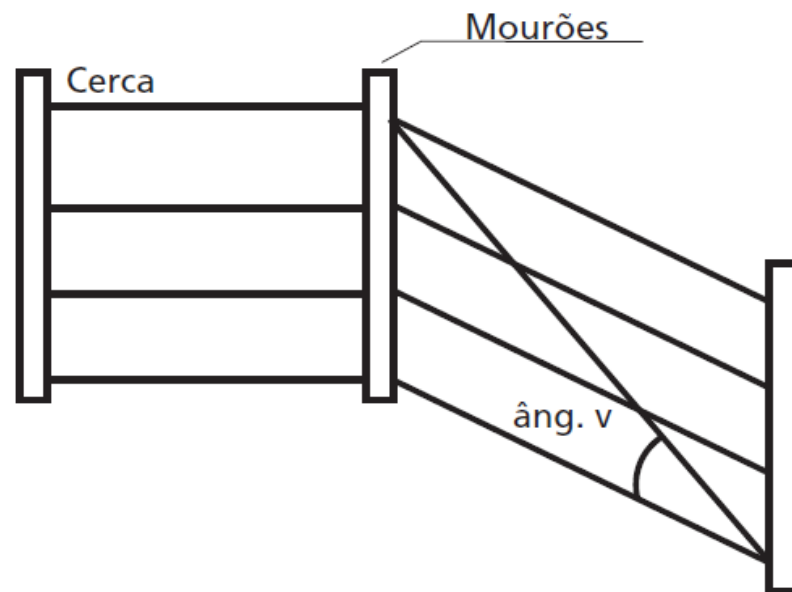


Figura: Ângulo vertical (v)

O zênite (z) encontra-se no infinito vertical superior, e o nadir no infinito vertical inferior. Deles partem os ângulos zenitais e nadirais.

Veja a exemplificação na figura a seguir.

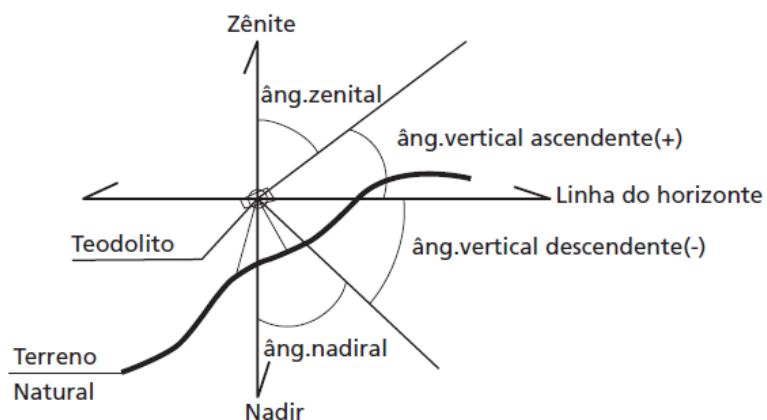


Figura: O zênite(z)

O teodolito é um equipamento topográfico mais antigo que a estação total, em termos de operação com ângulos ele se assemelha à estação, porém

suas demais operações perdem muito em eficácia quando comparadas com a estação total.

c) Distâncias: com o auxílio do prisma, a estação, através de um raio laser acionado pelo topógrafo, lê as distâncias horizontal, vertical e inclinada, com precisões milimétricas, o alcance, dependendo do equipamento, é de mais de dois quilômetros entre o ponto da estação e o ponto onde está o prisma.

Apesar de o equipamento realizar esses cálculos, é importante que conheçamos algumas relações entre essas distâncias, bem como suas definições.

Vejamos a figura a seguir. A linha mais escura é a linha do terreno. O ponto A está no nível mais baixo que o ponto B. Entre eles temos três diferentes distâncias. Note que o triângulo formado entre essas distâncias é um triângulo retângulo, e ainda que a distância inclinada é a hipotenusa, a distância vertical é o cateto oposto ao ângulo vertical e a distância horizontal é o cateto adjacente ao ângulo vertical.

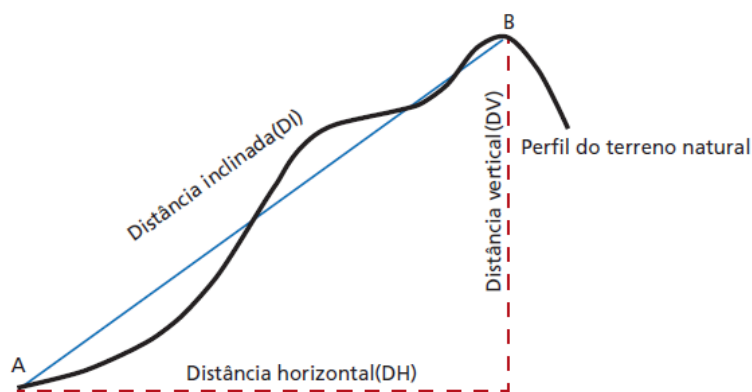


Figura: Relações entre as distâncias horizontal, vertical e inclinada

- Distância horizontal (DH): é a distância medida entre dois pontos no plano horizontal. O ângulo formado no vértice A, pelas retas da distância horizontal e inclinada é o ângulo vertical (V).

Conforme vimos, para calcular a distância horizontal (DH) = (cateto adjacente) a partir do ângulo vertical (V) = (ângulo $\hat{a}$) e da distância inclinada = (hipotenusa), temos:

$$\cos(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \cos(v) = \frac{(DH)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DH) = (DI).x.\cos(V)$$

$$(DH) = (DI).x.\cos(V)$$

Para calcular a distância horizontal a partir do ângulo e da distância vertical, temos:

$$\tan(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} \Rightarrow \tan(v) = \frac{(DV)}{(DH)} \Rightarrow$$

$$(DH) = \frac{(DV)}{\tan(V)}$$

Quando nos referimos às distâncias, nos vem logo a ideia de uma distância horizontal como, por exemplo, a distância de uma cidade a outra, o local que temos de ir e precisamos pegar mais de um ônibus, a distância do parente que nos enche de saudade, entre outras, porém a palavra distância exprime a ideia de tudo que não está perto. Um exemplo é o espaço entre uma pessoa que está em cima de um prédio distante de outra que está embaixo do mesmo prédio. A essa distância chamamos de altura. Aqui, essa distância será tratada como distância vertical.

• **Distância vertical ou diferença de nível:** é a distância medida entre dois pontos num plano vertical, que é perpendicular ao plano horizontal.

Para calcular a distância vertical em relação ao ângulo vertical e a distância inclinada, temos:

$$\sin(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \sin(v) = \frac{(DV)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DV) = (DI).x.\sin(V)$$

Para calcular a distância vertical a partir do ângulo vertical e da distância horizontal, temos:

$$\text{Tan}(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} \Rightarrow \text{Tan}(v) = \frac{(DV)}{(DH)} \Rightarrow$$

$$(DV) = (DH) \times \text{Tan}(V)$$

• **Distância inclinada:** é a distância medida entre dois pontos, seguindo a inclinação da superfície do terreno.

Para calcular a distância inclinada, temos:

$$\text{Sen}(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \text{Sen}(v) = \frac{(DV)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DI) = \frac{(DV)}{\text{Sen}(V)}$$

$$\text{Cos}(\hat{\alpha}) = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} \Rightarrow \text{Cos}(v) = \frac{(DH)}{(DI)} \Rightarrow$$

$$(DI) = \frac{(DH)}{\text{Cos}(V)}$$

Nível

O nível é o equipamento mais preciso para o levantamento altimétrico. Seus acessórios principais são o tripé (suporte para o nível), a mira (que é uma régua graduada em metros, decímetros e centímetros, com os milímetros estimados por aproximação e geralmente tem quatro metros de altura), e uma trena para medir as distâncias entre os pontos nivelados.

Ao contrário da estação total, o nível só tem um eixo, o vertical, sua luneta é fixa na linha do horizonte, ou seja, seu ângulo vertical é fixo em 0°, e para operá-lo é necessário que o coloque no tripé numa altura conveniente, nivele sua única bolha, e a partir daí o topógrafo sairá lendo a mira

primeiramente num ponto de altitude conhecida e depois em outros pontos aos quais se deseja transportar a altitude.



Figura: Nível sobre tripé. A luneta do nível é fixa sob o eixo horizontal, ou seja, ela aponta sempre para o horizonte



Figura: Mira de quatro metros, graduada em metros, decímetros e centímetros



Figura: Tripé em alumínio para suporte de estação total e nível

Acessórios complementares utilizados nos levantamentos topográficos

Vamos citar quatro acessórios para levantamentos topográficos. Preste bastante atenção e, se for o caso, releia atentamente cada uma de suas funcionalidades.

Piquetes

São feitos geralmente de madeira, pontiagudos, com uma altura média de 15 cm, são utilizados cravados no solo para materializar os pontos em campo, geralmente são acompanhados de um piquete maior chamado de estaca testemunha, que é cravado próximo ao piquete e serve para facilitar a sua localização no campo.

Balizas

São feitas de ferro, pontiagudas, com dois metros de altura e pintadas de vermelho e branco. São utilizadas como apoio para abertura de picadas alinhadas no mato e também em medidas de distâncias (com a trena) em linha reta sem o auxílio de outros equipamentos, bem como na projeção do piquete na vertical para facilitar a observação feita a partir do equipamento topográfico, entre outras utilidades.

Trenas

Geralmente de 50 ou 20 metros, são utilizadas para medições diretas de distância.

Marcos de concreto

Na forma de tronco de pirâmide, são usados para marcação de áreas patrimoniais, como pontos definitivos de coordenadas e altitudes conhecidas, e são protegidos por lei, não podendo ser tirados do local, principalmente quando colocados por algum órgão federal. Acima de cada marco vem uma descrição indicando seu registro e o órgão que o implantou.

Bem, espero que até aqui você tenha entendido que a Topografia é prática, é amplamente usada em qualquer serviço de engenharia, sem os equipamentos adequados não se consegue evoluir em qualquer levantamento topográfico.

Planimetria

Medidas angulares

Conhecer Topografia não é apenas fazer medições angulares e/ou lineares, você tem que entender é que durante sua vida profissional, você terá que tomar decisões quanto à contratação ou não de um levantamento topográfico, e quanto mais conhecimento obtiver da área mais facilidade terá em saber o que contratar, quanto pagar, quanto tempo vai durar etc, para que tudo saia como o planejado.

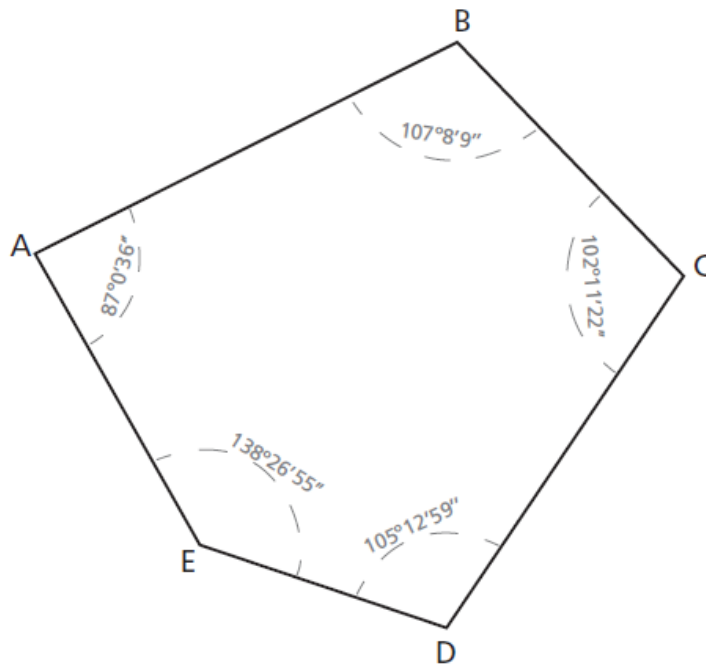
Os conceitos aqui abordados são conceitos simplificados com o objetivo de apresentar uma visão geral da Topografia, evidentemente estes conceitos podem ser ampliados pelo aluno pesquisando em livros específicos da área de Topografia.

Podemos classificar os ângulos medidos em Topografia como ângulos horizontais e verticais, sendo:

Ângulos horizontais

Ângulos internos

São ângulos medidos no interior de uma poligonal, ou seja, são ângulos de dentro da figura que representa a área.



Note que a soma dos ângulos internos desse polígono é:

$$\text{Soma } \text{âng.int.}(H_{zi}) = 87^{\circ}00'36'' + 107^{\circ}08'09'' + 102^{\circ}11'22'' + 105^{\circ}12'59'' + 138^{\circ}26'55'' = 540^{\circ}00'00''.$$

Esse valor pode ser conseguido a partir da fórmula:

$$\text{Soma } (H_{zi}) = 180^{\circ} \times (n - 2)$$

Onde n é o número de lados do polígono.

Ela é importante, pois é uma forma de controlar a qualidade do levantamento de campo, ou seja, se o somatório dos ângulos não der o esperado, algum ângulo do polígono foi levantado errado.

Ângulos externos

São os ângulos da parte externa da poligonal, a soma do ângulo interno e externo de um único vértice da poligonal é igual 360° .

Note que a soma dos ângulos externos desse polígono é:

$$\text{Soma } \text{âng.ext.}(H_{ze}) = 272^{\circ}59'24'' + 252^{\circ}51'51'' + 257^{\circ}48'38'' + 254^{\circ}47'01'' + 221^{\circ}33'05'' = 1260^{\circ}00'00''.$$

Esse valor pode ser conseguido a partir da fórmula:

$$\text{Soma (Hzi)} = 180^\circ \times (n + 2)$$

Onde n é o número de lados do polígono.

Exemplo

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono de 5 lados é:

$$180^\circ \times (5+2) = 180^\circ \times 7 = 1260^\circ$$

Os ângulos horizontais *internos* e *externos* variam de 0° a 360° .

Ângulos horizontais de orientações: azimutes e rumos

Você com certeza, intuitivamente, já se utilizou de palavras como “rumo”.

Quando você fala a alguém que “algum lugar fica para aquele rumo”, você está com certeza orientando essa pessoa como chegar àquele lugar.

Tanto o azimuth quanto o rumo servem para orientar o deslocamento de um lugar a outro, sem que o destino esteja sendo avistado, isto é, andando pela linha imaginária que é um rumo ou um azimuth, com certeza, se chegará ao destino pretendido.

Esses ângulos têm como partida o norte (verdadeiro ou magnético). Sendo que:

- **O norte verdadeiro** é único e sempre aponta para o polo norte da terra, ou seja, de qualquer lugar que você esteja sempre terá uma orientação que apontara para o norte verdadeiro da terra, em outras palavras, não existe lugar que não se possa norrear um alinhamento.

a) O norte magnético é variável com o passar dos anos e também depende da região que se esteja, é o norte apontado pela agulha imantada da bússola, ou seja, ela aponta para as “massas magnéticas” que se impõem no local.

b) O azimuth (AZ): É um ângulo horizontal que parte do norte, no sentido horário, até o alinhamento desejado, varia de 0° a 360° , e pode ser azimuth verdadeiro ou magnético dependendo de sua partida.

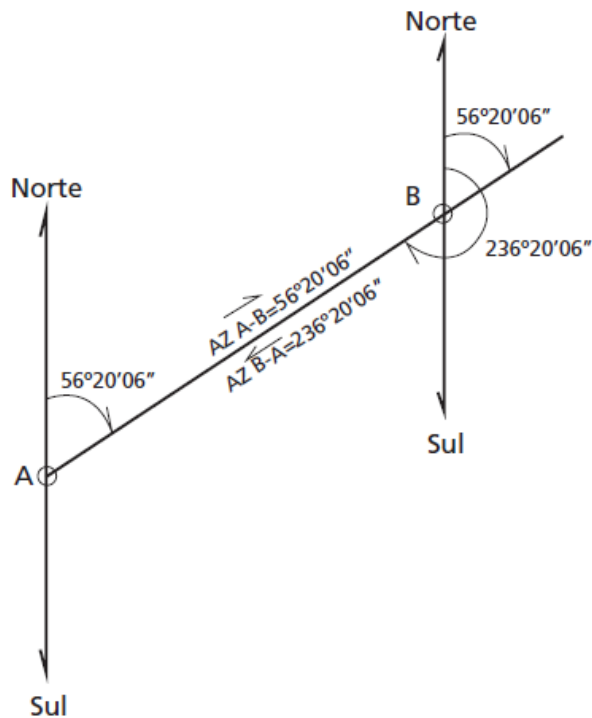


Figura: Azimute (AZ)

O contra azimute (CAZ) é o azimute no sentido contrário.

Quando o azimute é maior que 180° , o contra azimute é igual a:

$$CAZ = AZ - 180^\circ$$

Quando o azimute é menor que 180° , o contra azimute é igual a:

$$CAZ = AZ + 180^\circ$$

Exemplo: veja a Figura O azimute de A para B é igual a $56^\circ20'06''$, então o contra azimute de A para B será igual ao azimute B para A. Veja:

$$CAZ(A \rightarrow B) = AZ(B \rightarrow A) = 180^\circ + 56^\circ20'06'' = 236^\circ20'06''$$

b) O rumo (R): pode ser definido como o ângulo horizontal que parte do norte ou do sul no sentido horário ou anti-horário até o alinhamento desejado, varia de 0° a 90° , podendo ser NE (Nordeste), NO (Noroeste), SE (Sudeste), SO (Sudoeste) e pode ser rumo verdadeiro ou magnético dependendo de sua partida.

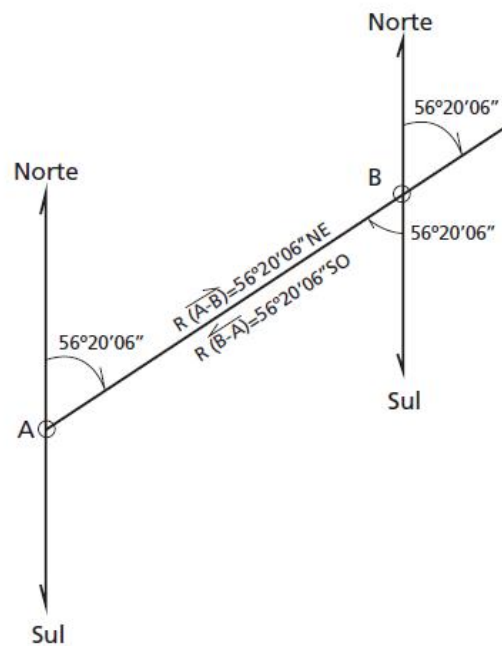


Figura: Rumo (R)

Note na Figura que os valores dos rumos do ponto A para B e B para A são iguais, diferenciando-se apenas pelos indicativos NE e SO (indicativos de quadrante).

Veja a figura a seguir para exemplificar os ângulos em seus quadrantes.

Indicações de rumos: R(0-1), R(0-2), R(0-3), R(0-4).

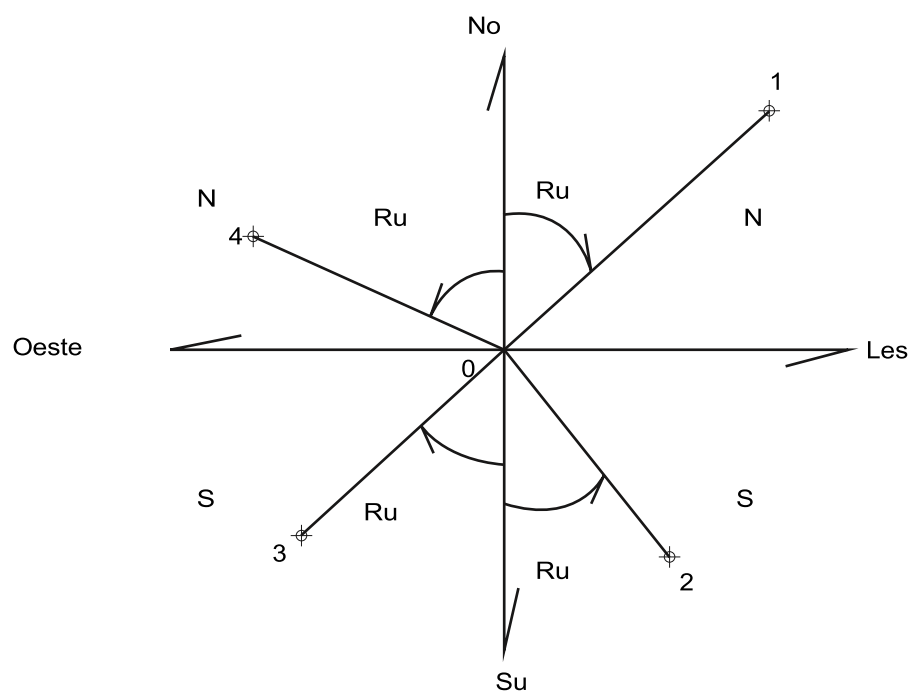


Figura : Indicações de rumos nos quadrantes: R(0-1), R(0-2), R(0-3), R(0-4) Indicações de azimutes: AZ(0-1), AZ(0-2), AZ(0-3), AZ(0-4).

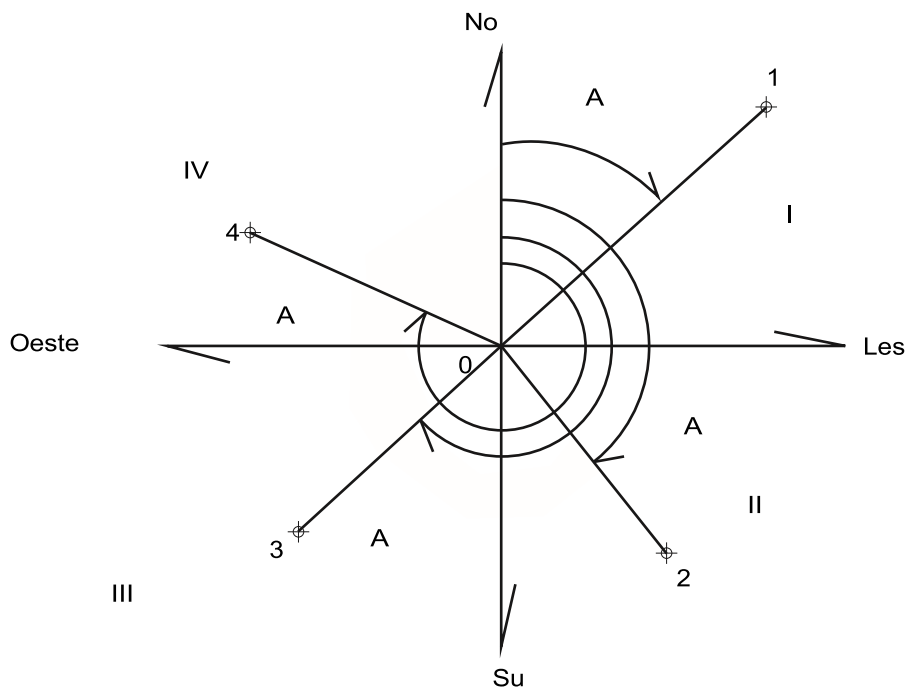


Figura: Indicações de azimutes nos quadrantes: AZ(0-1), AZ(0-2), AZ(0-3), AZ(0-4)

Note as seguintes relações entre azimutes (AZ) e Rumos (R):

No 1º quadrante $R(NE) = AZ$, então $AZ = R(NE)$

No 2º quadrante $R(SE) = 180^\circ - AZ$, então $AZ = 180^\circ - R(SE)$

No 3º quadrante $R(SO) = AZ - 180^\circ$ então $AZ = 180^\circ + R(SO)$.

No 4º quadrante $R(NO) = 360^\circ - AZ$, então $AZ = 360^\circ - R(NE)$

Ângulos verticais

Já falamos sobre os ângulos horizontais. A primeira informação é que os ângulos verticais podem ser classificados como:

a) Com origem no horizonte.

Quando recebe o nome de *ângulo vertical* ou *inclinação*, variando de 0° a 90° em direção ascendente (acima do horizonte) ou em direção descendente (abaixo do horizonte).

b) Com origem no zênite ou no nadir

Quando recebe o nome de *ângulo zenital (Z)* ou *nadiral (N)*, variando de 0° a 360° .

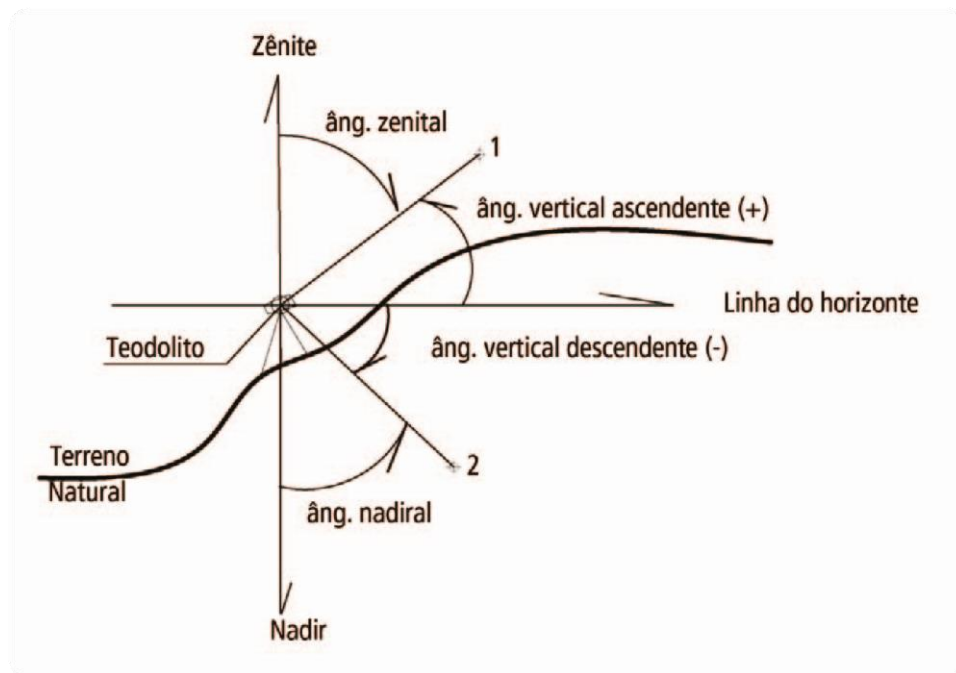


Figura: Indicações de ângulos verticais, zenital e nadiral em relação à linha do horizonte

As relações entre o *ângulo zenital* (Z) e o *vertical* (V) são as seguintes:

Ângulo zenital = $90^\circ - V$ (ascendente)

Ângulo zenital = $90^\circ + V$ (descendente)

Levantamento topográfico utilizando coordenadas cartesianas arbitrárias ou reais (UTM)

O sistema cartesiano na Topografia consiste em definir para cada figura plana coordenadas (x,y), que em Topografia representaremos por coordenadas (E,N), cujos vértices são dados a partir de um ponto de origem (0;0), que pode ser arbitrário (o topógrafo diz onde é sua partida) ou pode ser georreferenciado (referenciamento mundial), onde o ponto de partida pertence a todo o globo terrestre. Praticamente, nesse caso, o ponto de partida seria a linha do equador para a direção norte-sul, e o meridiano Greenwich na direção Leste-Oeste.

Quando as coordenadas são arbitrárias, existe a desvantagem de o levantamento servir apenas para aquela área em particular, não podendo ser agregado a outro, pois com sistemas diferentes haveria incoerências nos dados, ou seja, eles não se encaixariam.

Quando os levantamentos são georreferenciados servem para todo o globo terrestre. As coordenadas recebem o nome de sistema de projeção UTM (Universal Transverso de Mercator), nome dado devido ao seu idealizador o holandês Gerhard Kremer (1512-1594), conhecido como Mercator.

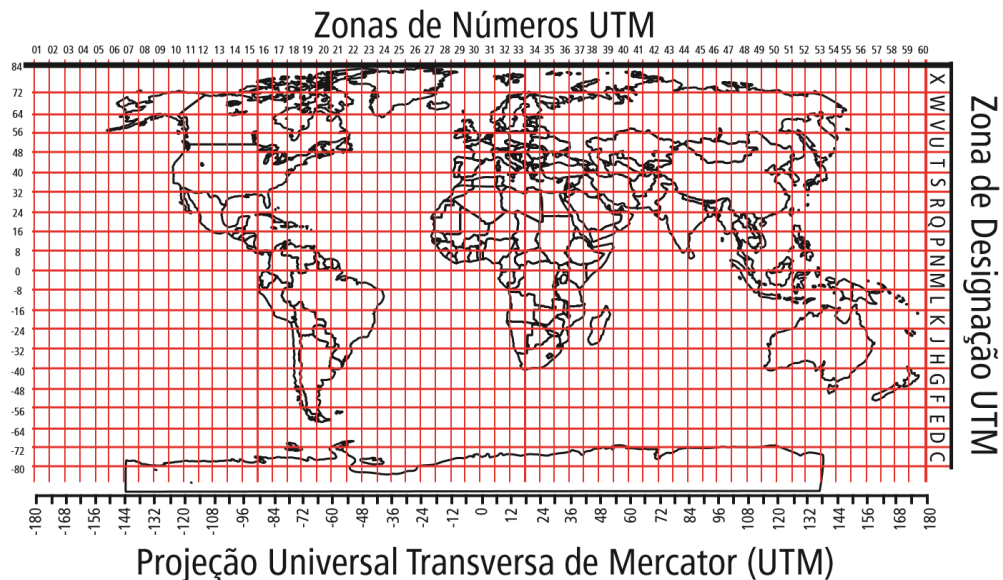


Figura- Projeção Universal Tranversa de Mercator (UTM)

Fonte: <http://portalgeo.rio.rj.gov.br/armazenzinho/web/imagens/fig26_utmzones.jpg>.

As coordenadas quando se referem à Terra como um todo “esférico” recebem o nome de latitude e longitude (são dadas em graus, minutos e segundos), sendo a latitude norte(N) ou sul(S) dependendo se o ponto estiver acima ou abaixo da linha do equador (latitude = 0°), e a longitude leste(E) ou oeste(O) dependendo se o ponto estiver à direita ou à esquerda do meridiano de Greenwich (longitude = 0°). Já as coordenadas quando se referem à Terra como um plano, a Terra, que é “esférica”, é dividida em 60 arcos de 6° (60 x 6° = 360°).

Cada arco representa um plano ou um fuso UTM. Esses fusos podem ser comparados à superfície da casca de um gomo de uma laranja.

As coordenadas UTM são trabalhadas em metros, pois, como já vimos anteriormente, elas são relacionadas à Terra como se a mesma fosse um plano. Essas coordenadas são trabalhadas por setores terrestres denominados fusos para diminuir as discrepâncias entre as distâncias retas e

as distâncias curvas (levando em conta a esfericidade da Terra). Cada fuso tem como origem a interseção do meridiano central do fuso com a parte da linha do equador compreendida entre os extremos do fuso.

São convencionados os valores de 500.000 m para o meridiano central (E) de cada fuso e 10.000.000 m para a linha do equador (N). Assim é para que não se trabalhe com coordenadas negativas.

É importante você saber que nesse último texto houve uma simplificação de certos conceitos devido à complexidade do assunto, serve apenas para ampliar um pouco os seus conhecimentos e melhorar a assimilação nos próximos assuntos. Espero que esta pequena explicação tenha lhe mostrado o quanto é bonita e universal esta matéria.

Devido a nossa carga horária, esse assunto ficará resumido ao uso do GPS, que nos fornecerá com certa precisão as coordenadas UTM que precisaremos sempre que quisermos nos posicionar em relação ao globo terrestre, e encontrar limites de propriedades rurais e urbanas, quando os mesmos já tiverem sido levantados dentro do sistema UTM.

O GPS de mão funciona como um receptor de satélites definindo o tempo toda a sua posição, através de coordenadas reais do local.



Figura: GPS de mão

Fonte: <http://www.apetrexo.com.br/Imagens/produtos/62/862/862_Ampliada.jpg>.

O uso desse GPS é muito simplificado, devendo o operador ler o seu manual. Sempre que ligá-lo em uma área descoberta verá que automaticamente ele já irá fornecer em sua tela as coordenadas do local e quanto mais tempo ele ficar parado no ponto mais precisas serão essas coordenadas.

O importante para nós é sabermos manusear essas coordenadas, quer sejam arbitrárias ou reais, e como devemos tirar proveito delas.

Como por exemplo:

- Efetuar o cálculo de distância entre dois pontos com coordenadas conhecidas.
- Calcular o azimuth entre esses dois pontos.
- Calcular uma área patrimonial através das coordenadas de seus vértices, entre outros.

Cálculos de rumos, azimuthes, distâncias e áreas de polígonos

Veremos a seguir os cálculos referentes às coordenadas UTM (E,N) entre dois pontos. Sugiro que antes de entrar nesse assunto reveja em livros do terceiro ano do Ensino Médio o assunto geometria analítica e veja a semelhança com os cálculos aqui apresentados. Note que as coordenadas cartesianas (X,Y) do assunto geometria analítica, aqui são apresentadas como (E,N).

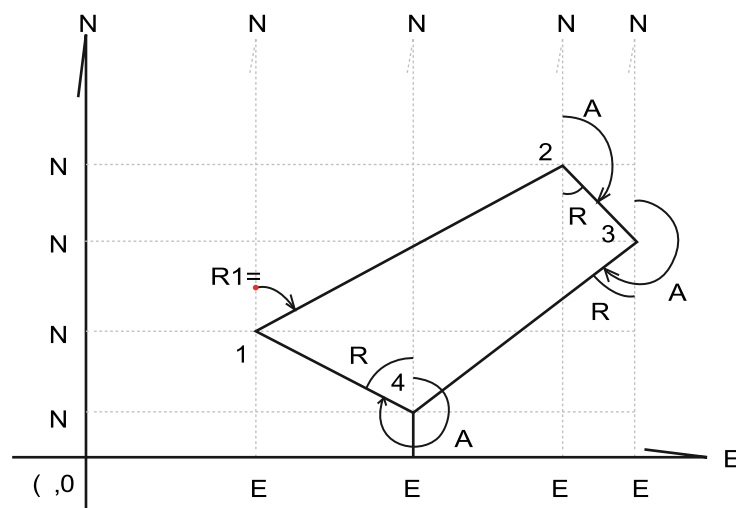


Figura: Poligonal inserida no plano cartesiano com coordenadas UTM (E,N)

Com a figura acima, calcularemos as distâncias, os rumos e os azimutes entre os pontos, e ainda a área da figura utilizando as coordenadas.

Até o momento só estudamos a figura (uma poligonal de quatro lados desenhada num sistema cartesiano), extraíndo dela os objetos topográficos aqui já estudados, e verificamos o seu comportamento em relação aos lados do polígono e ao norte (N). Vimos ainda a relação entre azimutes e rumos, a qual poderá ser percebida graficamente se observarmos com atenção.

Cálculos de distâncias, rumos e azimutes entre pontos

Vamos calcular distâncias, rumos e azimutes. É interessante que você lembre as relações entre rumos e azimutes e como identificá-las num alinhamento qualquer. Tenha controle total sobre sua calculadora com os cálculos referentes à trigonometria e a ângulos, e tenha bastante atenção para cada detalhe aqui exposto. Você verá que tudo estudado até esse momento está sendo empregado de maneira direta ou indireta nesse assunto.

Cálculos entre os pontos 1 e 2

Observe que o lado do polígono 1-2 que está em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE , sendo estes os catetos desse triângulo, e a distância entre 1-2, a hipotenusa. Note que o azimute parte do norte (N), que tem a mesma direção do ΔN , no sentido horário até o alinhamento 1-2.

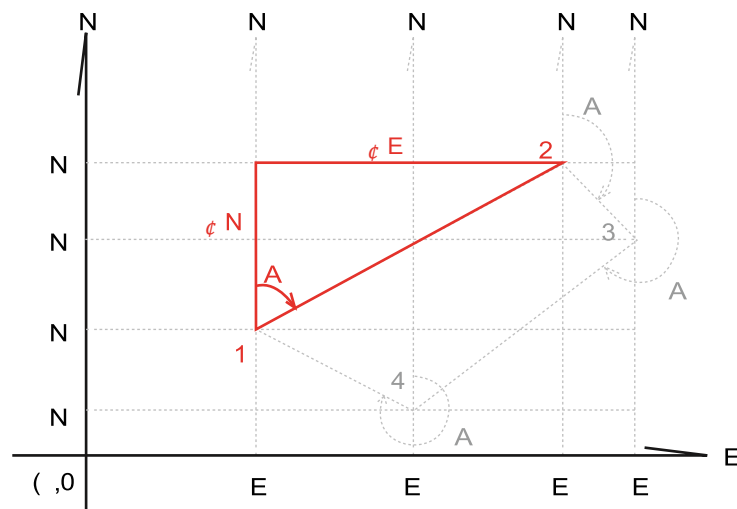


Figura: Distância e azimute do alinhamento 1-2 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são:

Ponto 1 = (E_1, N_1) ; ponto 2 = (E_2, N_2) .

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_2 e E_1 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_2 e N_1 dos pontos, facilmente verificado no desenho. Veja que existem vários triângulos retângulos nessa figura, tomaremos o que está em destaque.

Já que $\Delta E = (E_2 - E_1)$; e $\Delta N = (N_2 - N_1)$, temos pelo Teorema de Pitágoras que

$$\text{Distância (1-2)} = \sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$$

Analisando o triângulo retângulo, temos:

$$R1(NE) = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E}{\Delta N} \right)$$

$AZ (1 \rightarrow 2) = R1(NE)$, pois o mesmo está no primeiro quadrante.

As coordenadas que vamos trabalhar referentes à Figura são coordenadas reais, portanto os seus valores absolutos são elevados. Teremos exemplos cujas coordenadas serão arbitrárias, com isso seus valores absolutos para facilitar os cálculos serão menores.

Cálculos entre os pontos 2 e 3

Observe que o lado do polígono 2-3 que está em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE , sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 2-3, a hipotenusa. Dessa vez, o ΔN e o ΔE são referentes aos pontos 2 e 3. Note que o azimuth parte do norte (N), que tem a mesma direção do ΔN , no sentido horário até o alinhamento 2-3.

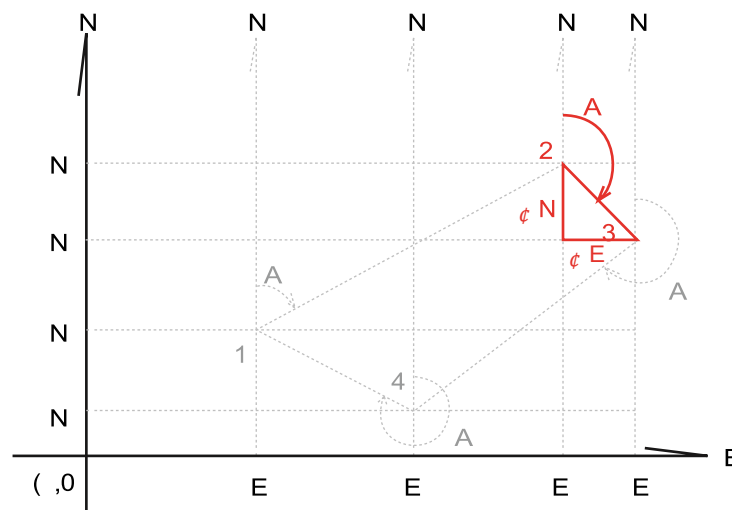


Figura: Distância e azimuth do alinhamento 2-3 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são: ponto 2 = (E_2, N_2) ; ponto 3 = (E_3, N_3) .

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_3 e E_2 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_3 e N_2 dos pontos.

$\Delta E = (E_3 - E_2)$ e $\Delta N = (N_3 - N_2)$, então, pelo Teorema de Pitágoras:

$$\text{Distância (2 - 3)} = \sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$$

Analisando o triângulo retângulo e ainda notando que o azimuth é o ângulo que parte do norte(N) até o alinhamento 2-3 no sentido horário, temos:

$$R2(SE) = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E}{\Delta N} \right)$$

$$AZ(2 \rightarrow 3) = 180^\circ - R2(SE)$$

Cálculos entre os pontos 3 e 4

Note que as observações são repetitivas e que não muda o modo de analisar a poligonal no que se refere ao ΔE , ΔN , azimutes, rumos e distâncias, pois os mesmos são aplicados a qualquer alinhamento utilizando apenas as suas definições.

O lado do polígono 3-4 que está em evidência forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE , sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 3-4, a hipotenusa. Dessa vez, o ΔN e o ΔE são referentes aos pontos 3 e 4. Note que o azimuth parte do norte(N), que tem a mesma direção do ΔN , no sentido horário até o alinhamento 3-4.

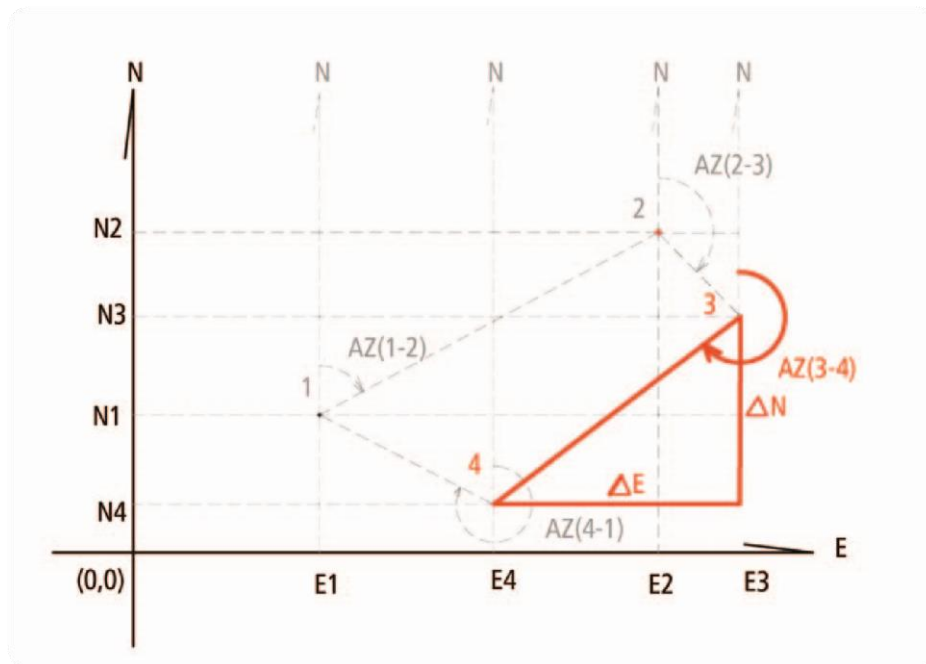


Figura: Distância e azimuth do alinhamento 3-4 destacados da poligonal

Na Figura, as coordenadas dos pontos são:

Ponto 3 = (E_3, N_3) ; ponto 4 = (E_4, N_4) .

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_4 e E_3 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_4 e N_3 dos pontos.

$\Delta E = (E_4 - E_3)$ e $\Delta N = (N_4 - N_3)$, então, pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$\text{Distância (3-4)} = \sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$$

Analisando o triângulo retângulo e ainda notando que o azimuth é o ângulo que parte do norte(N) no sentido horário até o alinhamento, temos:

$$R3(SO) = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E}{\Delta N} \right)$$

$$AZ(3 \rightarrow 4) = 180^\circ + R3(SO)$$

Cálculos entre os pontos 4 e 1

Observando a Figura, note que o lado 4-1 do polígono forma um triângulo retângulo com o ΔN e o ΔE , sendo estes os catetos deste triângulo, e a distância entre 4-1, a hipotenusa. Observe ainda que o azimuth (4-1) é um ângulo maior que 270° e que não perde a sua característica que é partir do norte(N) no sentido horário até o alinhamento. Mais uma vez o norte esta na mesma direção do ΔN .

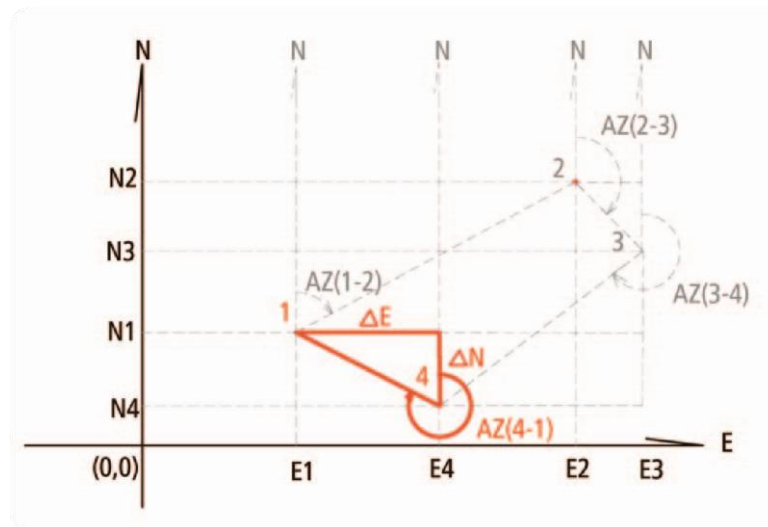


Figura: Distância e azimuth do alinhamento 4-1 destacados da poligonal

Na figura, as coordenadas dos pontos são:

Ponto 4 = (E_4, N_4) ; ponto 1 = (E_1, N_1) .

O ΔE é a diferença entre as abscissas E_1 e E_4 dos pontos e o ΔN é a diferença entre as ordenadas N_1 e N_4 dos pontos.

$\Delta E = (E_1 - E_4)$ e $\Delta N = (N_1 - N_4)$, então, pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$\text{Distância}(4 \rightarrow 1) = \sqrt{(\Delta N)^2 + (\Delta E)^2}$$

Analisando o triângulo retângulo, temos:

$$R4(NO) = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E}{\Delta N} \right)$$

Perceba que, independente do quadrante, a fórmula do rumo é sempre a mesma.

$$AZ(4 \rightarrow 1) = 360^\circ - R4(NO)$$

Área do polígono: utilizando a fórmula de Gauss

Na **Figura**, as coordenadas dos pontos são:

ponto 1 = (E_1, N_1) ; ponto 2 = (E_2, N_2) ; ponto 3 = (E_3, N_3) ; ponto 4 = (E_4, N_4) .

Por Gauss, temos:

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_1 \\ N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_1 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{2} |(E_1 \times N_2) + (E_2 \times N_3) + (E_3 \times N_4) + (E_4 \times N_1) - (E_2 \times N_1) - (E_3 \times N_2) - (E_4 \times N_3) - (E_1 \times N_4)|$$

Esse método de cálculo é obtido colocando as coordenadas do polígono na disposição N sobre E ou E sobre N, conforme a fórmula, não esquecendo de repetir no final a primeira coordenada, em seguida multiplica-se na diagonal a linha superior com a linha inferior, a multiplicação da diagonal à direita é positiva e da esquerda é negativa.

Executam-se as devidas somas e subtrações, por fim, divide-se o resultado por dois, o módulo do valor obtido é o da área.

Essa forma de calcular área de polígonos pode ser utilizada para polígonos fechados de quaisquer números de lados.

Cálculos de coordenadas

Conhecidas as coordenadas do ponto A (E_a ; N_a), o azimuth AZ ($A \rightarrow B$) de A para B e a distância D (AB), calcularemos as coordenadas de B (E_b ; N_b), da seguinte forma:

1. $N_b = N_a + \Delta N$, sendo: $\Delta N = \cos AZ(A \rightarrow B) \times \text{Distância}(AB)$
2. $E_b = E_a + \Delta E$, sendo:

$$\Delta E = \sin AZ(A \rightarrow B) \times \text{Distância}(AB)$$

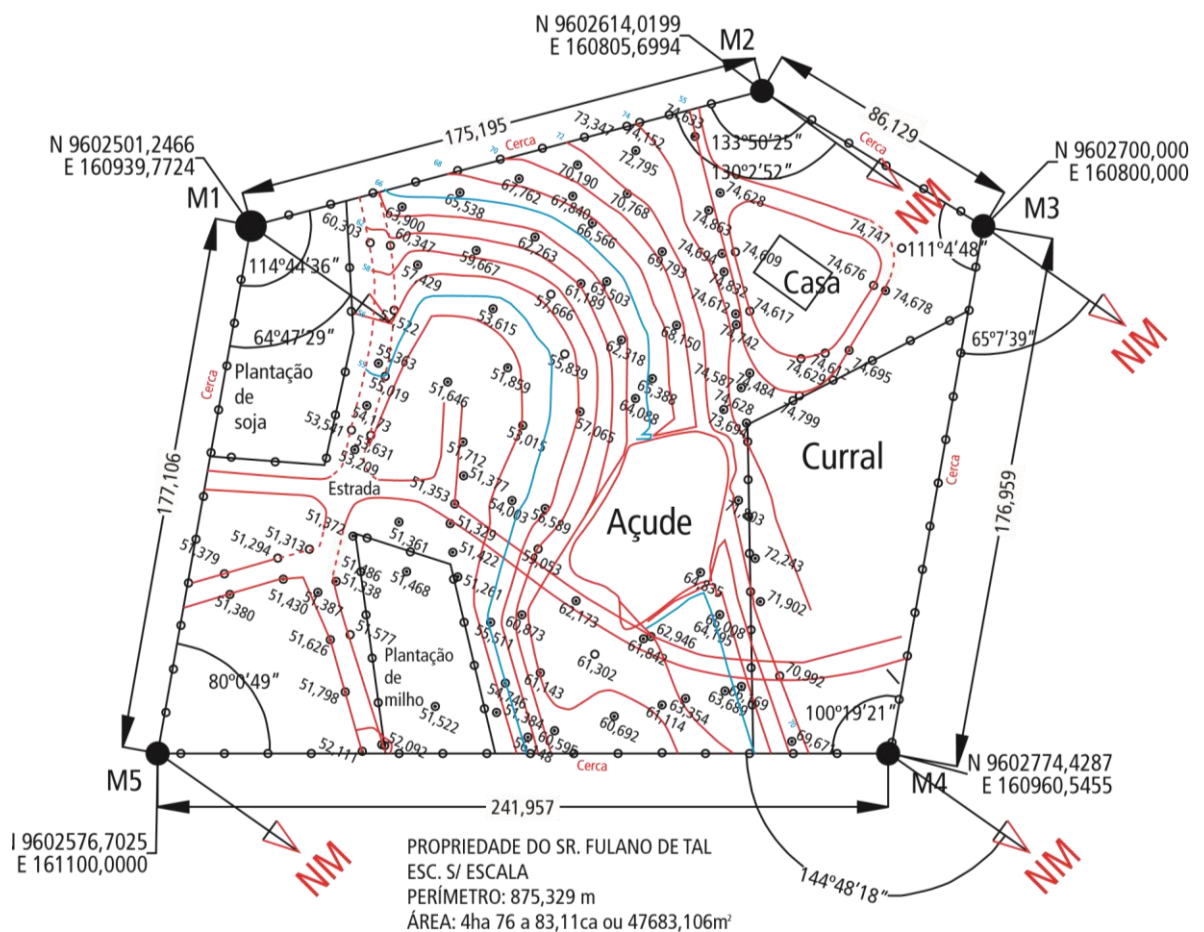


Figura: Levantamento planialtimétrico de uma propriedade rural

Altimetria

Nivelamento geométrico

Abordaremos apenas o nivelamento geométrico, primeiro devido a sua precisão e segundo porque seríamos um tanto repetitivos se tocássemos novamente em assuntos como ângulos zenitais, por exemplo. Devo lembrar somente que o nivelamento trigonométrico, por usar ângulos verticais, só pode ser executado com equipamentos tipo estação total. Enquanto que o nivelamento geométrico é levantado com o nível.

A altimetria compreende dois métodos gerais de nivelamento geométrico. O primeiro método refere-se a todas as medidas ao nível verdadeiro, o segundo ao nível aparente.

O nivelamento referente ao nível verdadeiro tem como partida um ponto com altitude conhecida. Já o nivelamento com nível aparente tem como referência uma cota (geralmente arbitrada pelo nivelador). Assim, temos as definições:

Altitude de um ponto da superfície terrestre pode ser definida como a distância vertical deste ponto a superfície média dos mares (denominada Geóide).

(GARCIA; PIEDADE, 1984 apud BRANDALIZE, [20-?] p. 84).

Cota é a distância vertical que vai do ponto a uma superfície de referência arbitrária.

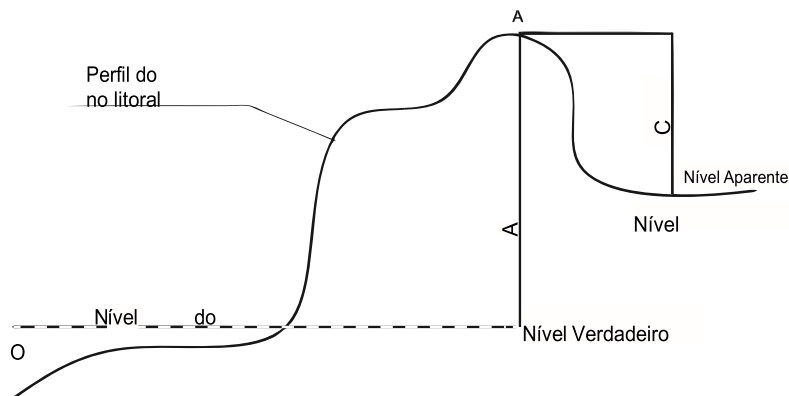


Figura: Esquema gráfico mostrando a altitude e a cota de um ponto no terreno

Fonte: Garcia (1984 apud BRANDALIZE, [20-?], p. 84).

A superfície de altitude zero, que é a mesma altitude do nível médio dos mares, é determinada por meio de mareógrafos (instrumentos registradores de variação das marés), e a partir destes pontos, as altitudes são transportadas para todo o interior do continente.

Execução do nivelamento geométrico

Para iniciar um nivelamento geométrico com o objetivo de transportar altitudes para outros pontos, precisamos instalar o nível adequadamente de maneira que dê visada livre (ou seja, que não tenha obstáculos entre o observador e o ponto a ser observado) para um ponto de altitude conhecida, onde será colocada a mira e feito a leitura inicial, que a chamamos de visada ré (primeira leitura feita com o aparelho instalado).

Feita essa leitura, leva-se a visada do aparelho através de uma rotação sobre o seu eixo vertical para outros pontos, onde se deseja determinar as altitudes. Com a mira nesses pontos executam-se leituras em cada um deles, leituras estas que chamamos de visadas vante.

O método de cálculo é muito simples

Soma-se a altitude do primeiro ponto a leitura ré, ou seja, a primeira leitura feita na mira, em um ponto de altitude conhecida, com o equipamento já instalado, adquirindo desta forma a altura do instrumento ou referência de nível.

Já com a determinação da altura do instrumento, todas as leituras a vante, ou seja, as leituras feitas na mira, em pontos onde se deseja determinar a altitude, serão subtraídas da altura do instrumento, obtendo-se assim as altitudes destes pontos.

Veja agora o cálculo do transporte de altitude do ponto A para o ponto B, visualizando a figura abaixo.

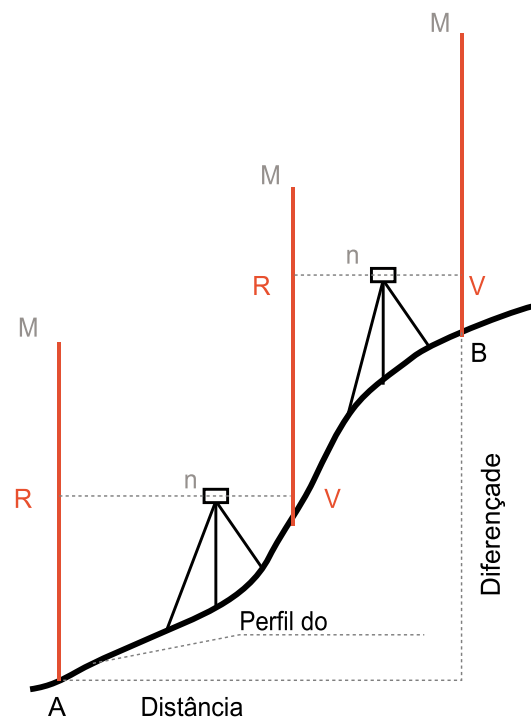


Figura: Esquema gráfico do transporte de altitude no terreno do ponto A para o ponto B

Em resumo, temos:

- Altitude do ponto (A) + leitura ré (A) = plano de referência do aparelho na primeira posição;
- Plano de referência - leitura vante = altitude do ponto intermediário;
- Altitude do ponto intermediário + a segunda leitura ré = plano de referência 2;
- Plano de referência - leitura vante B = altitude ponto B.

Note que a diferença da altitude do ponto B subtraído da altitude do ponto A é igual à diferença de nível.

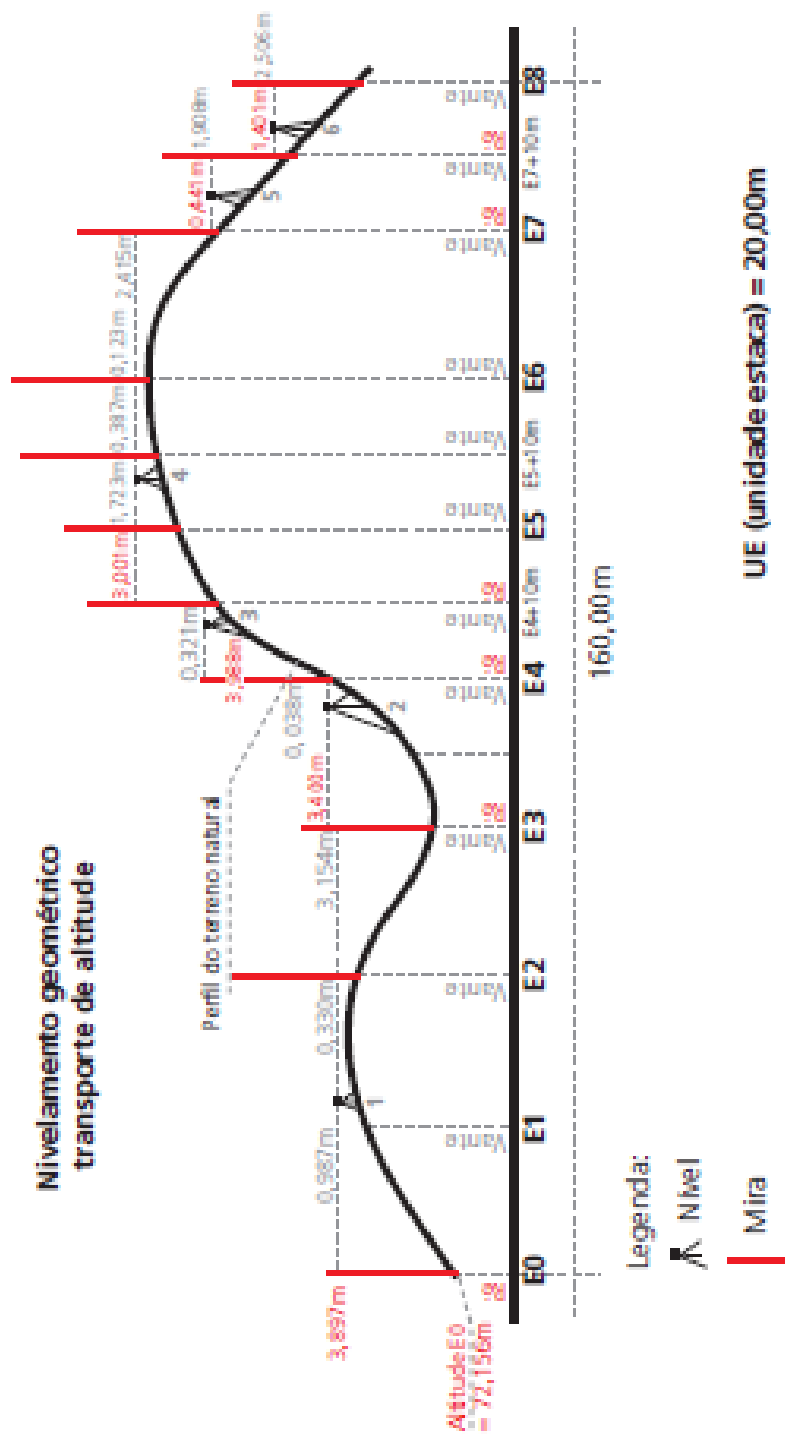
Realizaremos agora um nivelamento geométrico, com um exemplo numérico, da estaca E0 a estaca E8 utilizando a figura abaixo, note que cada ponto terá a sua altitude. Os valores em metros são as leituras ré e vante feitas nos pontos indicados.

1. O termo leitura ré, ou visada ré, é um termo topográfico de campo, que quer dizer que esta leitura é a primeira feita com o equipamento instalado e pronto para o uso. Geralmente essa leitura é feita em um ponto de altitude conhecida a qual se deseja transportar.

2. O termo leitura vante, ou visada vante, é um termo topográfico de campo, que quer dizer que esta leitura foi feita em um ponto onde se deseja determinar a altitude. Geralmente vem logo em seguida da leitura ré. Pode ser feita mais de uma leitura vante com o equipamento instalado na mesma posição.

O aparelho muda de posição sempre que ele não alcança com sua visada à mira.

Nesta figura, apesar de mostrar vários aparelhos, ele é somente um, mudando de posição para continuar o levantamento.



A Figura é um esquema de como seria em campo o transporte de uma altitude.

Note que o terreno é mostrado em perfil e que ele apresenta da esquerda para direita uma elevação, em seguida uma depressão e, logo depois, outra elevação, desta vez mais alta que a primeira.

Os traços coloridos são os posicionamentos da mira no decorrer de todo o levantamento, a mira vai sendo levada por um auxiliar de topógrafo para todos os pontos onde se deseja determinar as altitudes.

A leitura ré é feita sempre que o aparelho é mudado de local para a determinação de um novo plano de referência ou altura do aparelho. A partir desta leitura, são feitas todas as vantes desde que não haja nenhum obstáculo entre o aparelho e a mira. Perceba que o aparelho só é mudado de local quando a visada que é a linha horizontal tracejada intercepta o perfil do terreno.

A linha horizontal que percorre toda a figura na parte de baixo está graduada de 20 em 20 metros, totalizando uma distância horizontal de 160,00 metros. Note que a distância de E0 para E1 é igual a 20,00 metros. As distâncias são previamente locadas através da estação total e materializadas em campo através de piquetes cravados no chão.

Cálculo

Antes de iniciarmos os cálculos, vamos analisar novamente a Figura. Veja que nela existe um transporte de altitude do ponto A para o ponto B.

Vejamos que no momento em que é feita a leitura ré no ponto A, temos uma distância do ponto onde a visada (linha tracejada) toca a mira até o chão, onde temos o ponto A de altitude conhecida. Ora, se você adicionar a leitura da mira que é uma distância vertical dada em metros com a altitude do ponto A que também é dada em metros, teremos a altitude da altura do instrumento que é a mesma altitude do plano de referência.

Virando o nível e efetuando a visada vante na mira, teremos novamente uma distância deste ponto que toca a mira até o chão, esta distância é lida na mira e é dada em metros. Ora, o nível está com a bolha

calada, isto é, não importa para onde ele esteja virado, sua visada estará sempre paralela à linha do horizonte e terá sempre a mesma altitude que é aquela calculada anteriormente. Então, subtraindo esta altitude (plano de referência) da leitura vante, teremos a altitude do ponto intermediário entre A e B.

Transportando o aparelho para um lugar mais alto que o anterior e o instalando convenientemente, conforme estudado, faremos novamente uma leitura ré num ponto conhecido. Dessa vez no ponto intermediário, já que sua altitude foi transportada do ponto A e é conhecida. Adicionando novamente a nova leitura ré com a altitude do ponto intermediário, teremos um novo plano de referência.

Com um novo plano de referência não é difícil perceber que só nos restará fazer a leitura vante no ponto B, para que através da diferença do plano de referência com esta leitura vante tenhamos a altitude do ponto B. E assim, a altitude do ponto B pode ser transportada para qualquer outro ponto seguindo o mesmo procedimento.

Todo o transporte de altitude segue esse mesmo raciocínio. Vejamos agora exemplos numéricos deste cálculo utilizando os dados da Figura.

Exemplo numérico de transporte de altitude.

Altitude da estaca E0 = 72,156 m

Plano de referência 1 = 72,156 m + 3,897 m = 76,053 m

Altitude da estaca E1 = 76,053 m - 0,987 m = 75,066 m

Altitude da estaca E2 = 76,053 m - 0,330 m = 75,723 m

Altitude da estaca E3 = 76,053 m - 3,154 m = 72,899 m

Altitude da estaca E3 = 72,899 m

Plano de referência 2 = 72,899 m + 3,400 m = 76,299 m

Altitude da estaca E4 = 76,299 m - 0,038 m = 76,261 m

Altitude da estaca E4 = 76,261 m

Plano de referência 3 = 76,261 m + 3,988 m = 80,249 m

Altitude da estaca E4 +10 = 80,249 m - 0,321 m = 79,928 m

Altitude da estaca E4 +10 = 79,928 m

Plano de referência 4 = $79,928 \text{ m} + 3,001 \text{ m} = 82,929 \text{ m}$

Altitude da estaca E5 = $82,929 \text{ m} - 1,723 \text{ m} = 81,206 \text{ m}$

Altitude da estaca E5+10 = $82,929 \text{ m} - 0,387 \text{ m} = 82,542 \text{ m}$

Altitude da estaca E6 = $82,929 \text{ m} - 0,123 \text{ m} = 82,806 \text{ m}$ Altitude da estaca E7 = $82,929 \text{ m} - 2,415 \text{ m} = 80,514 \text{ m}$

Altitude da estaca E7 = $80,514 \text{ m}$

Plano de referência 5 = $80,514 \text{ m} + 0,441 \text{ m} = 80,955 \text{ m}$

Altitude da estaca E7 +10 = $80,955 \text{ m} - 1,908 \text{ m} = 79,047 \text{ m}$

Altitude da estaca E7 +10 = $79,047 \text{ m}$

Plano de referência 6 = $79,047 \text{ m} + 1,401 \text{ m} = 80,448 \text{ m}$

Altitude da estaca E7 +10 = $80,448 \text{ m} - 2,506 \text{ m} = 77,942 \text{ m}$

Analisando os cálculos anteriores, você deve perceber que são simples e repetitivos. Na realidade, eles seguem uma lógica, na qual ficam simplificados quando são feitos diretamente numa caderneta de nivelamento. As operações neles utilizadas são apenas a adição e a subtração. Note que toda leitura ré foi adicionada a altitude em que ela foi lida, e toda leitura vante foi subtraída do plano de referência que lhe é correspondente. Veja agora esse cálculo numa caderneta de nivelamento.

CARDENETA DE NIVELAMENTO				
Estaca	Leitura ré	Leitura vante	Plano de referência	Altitude
E0	3,897	-	76,053	72,156
E1	-	0,987	-	75,066
E2	-	0,330	-	75,723
E3	-	3,154	-	72,899

E3	3,400	-	76,299	72,89 9
E4	-	0,038	-	76,26 1
E4	3,988	-	80,249	76,26 1
E4+10		0,321	-	79,92 8
E4+10	3,001		82,929	79,92 8
E5	-	1,723	-	81,20 6
E5+10	-	0,387	-	82,54 2
E6	-	0,123	-	82,80 6
E7	-	2,415	-	80,51 4
E7	0,441	-	80,955	80,51 4
E7+10	-	1,908	-	79,04 7
E7+10	1,401	-	80,448	79,04 7
E8	-	2,506	-	77,94 2

Curvas de nível

O método mais comum de representar o relevo de uma área em particular é o uso de curvas de nível.

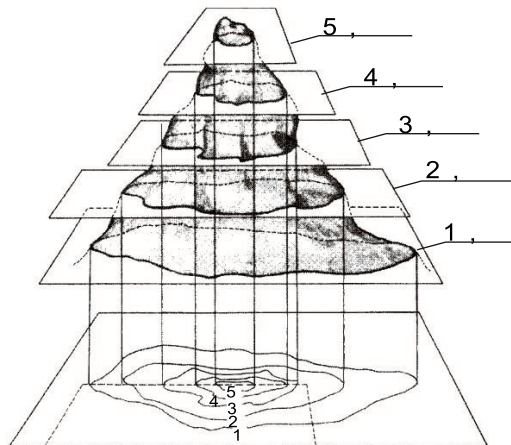


Figura: Curvas de nível

Fonte:

<http://2.bp.blogspot.com/_ZIFoXbe19kE/SwVuvyRXxdI/AAAAAAAAAFQg/6j7MKHAsjB4/s1600/15.2-Representaci%C3%B3n+de+curvas+de+nivel.jpg>.

Uma curva de nível é uma linha imaginária que conecta pontos de mesma cota. Se fosse possível usar uma grande faca e dividir um topo de uma montanha em diversas fatias com intervalos de alturas uniforme, as linhas de corte em torno da montanha seriam as linhas de curvas de nível. Da mesma forma, a margem de um lago é uma linha de igual cota ou curva de nível. Se a água do lago é diminuída ou aumentada, a borda de sua nova posição representará outra curva de nível (MCCORMAC, 2007, p. 219).

Geração de curvas de nível

As curvas de nível são geradas a partir de um levantamento altimétrico, no qual se executa uma malha formada por diversos pontos de altitude conhecida, esta malha é chamada de plano cotado. Observe a Figura, pois representa muito bem esta situação.

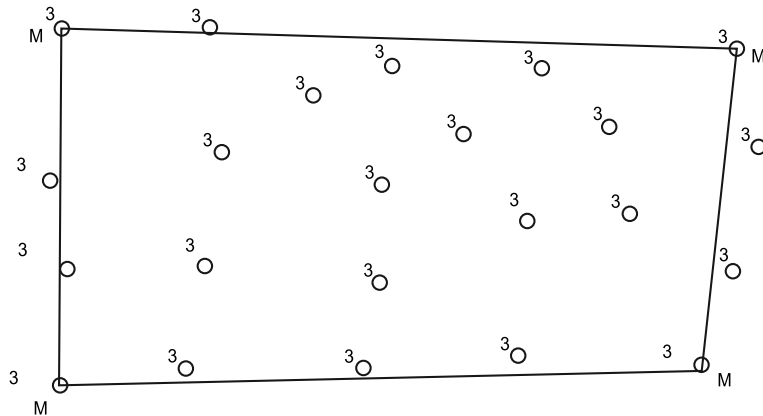


Figura: Plano cotado no polígono com vértices M1,M2,M3 e M4

Com o plano cotado executa-se o traçado das curvas através de proporções entre as distâncias horizontais dos pontos e suas diferenças de nível. Quando a escala é bastante pequena, as curvas de nível podem ser traçadas intuitivamente entre os pontos (no olho), devido a não exigência de uma melhor precisão.

Vejamos a figura abaixo.

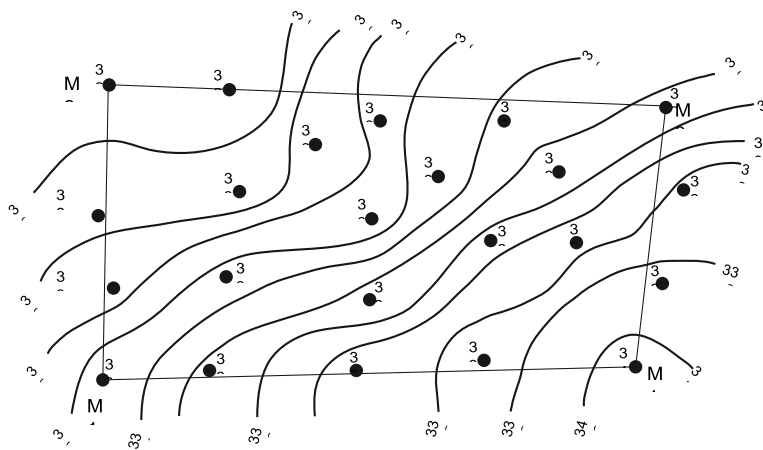


Figura: Curvas de nível traçadas a partir de um plano cotado

Veja que as curvas indicadas na figura são traçadas a partir de diversos pontos conhecidos, porém, eles não têm a mesma altitude.

O objetivo do traçado das curvas de nível é justamente traçar linhas que tenham a mesma altitude uma a uma, para facilitar a visão, mesmo na planta tridimensional do terreno, ou seja, embora este desenho esteja em

um único plano, posso ver com clareza que ele cresce em altitude do M2 esquerda para M4, ou seja, andando neste terreno do M2 para M4 estaria subindo um morro.

Posso também ver os locais onde ele tem a mesma altitude, altitude esta que pode ser usada num projeto de irrigação, por exemplo.

Note que o terreno decresce em curvas de nível de 340,00m a 330,00m, com um desnível de 10,00m. Não esqueça que cada ponto foi nivelado segundo os métodos de transporte de altitude.

1. Trace intuitivamente as curvas de nível do plano cotado abaixo:

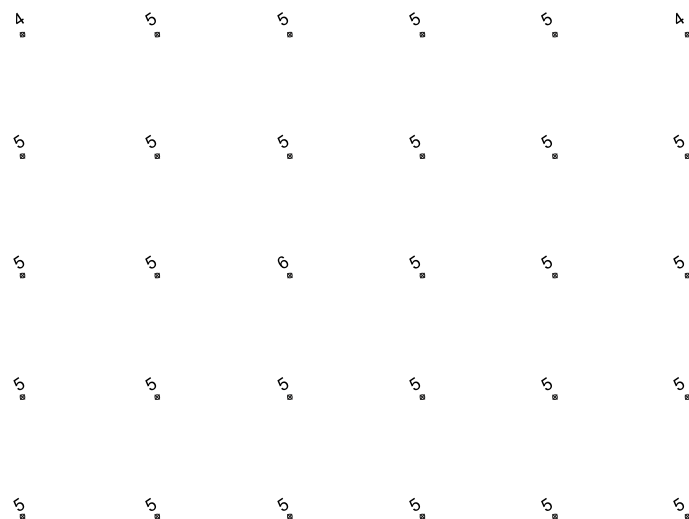


Figura: Plano cotado para traçados de curvas de nível Fonte: Brandalize ([20-?], p. 99).

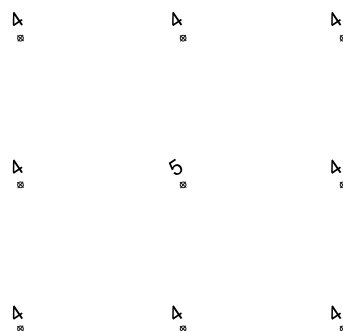


Figura: Plano cotado para traçados de curvas de nível

Normas para o desenho das *curvas de nível* Duas curvas de nível jamais devem se cruzar.

Duas ou mais curvas de nível jamais poderão convergir para formar uma curva única, com exceção das paredes verticais de rocha.

Uma curva de nível inicia e termina no mesmo ponto, portanto, ela não pode surgir do nada e desaparecer repentinamente.

Uma curva pode compreender outra, mas nunca ela mesma.

Nos *cumes* e nas *depressões* o relevo é representado por pontos cotados.

Os principais acidentes geográficos naturais

Espero que neste patamar de aprendizagem você já esteja familiarizado com os elementos topográficos e suas aplicações. Veremos agora dois dos principais acidentes geográficos, seus perfis e sua apresentação com curvas de nível.

a) Elevação

Vista em perfil e curvas de nível de uma elevação com 40m de altura. Note que esta primeira visão é da elevação vista no sentido sul-norte.

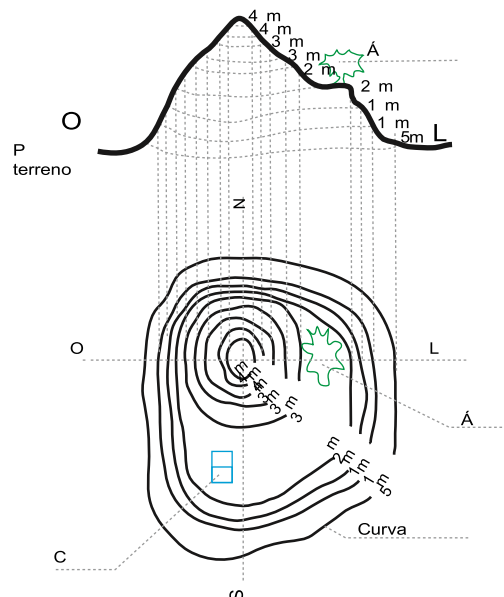


Figura: Vista em perfil e curvas de nível de uma elevação com 40m de altura (vista no sentido sul-norte)

A figura está mostrando o comparativo entre a visão de uma elevação em perfil (visão feita no sentido sul-norte) e a sua visão em curvas de nível demonstra o relevo da elevação em planta.

Note a posição da árvore e veja que o corte imaginário de toda a elevação passa por ela, mostrando-a em perfil.

Esse desenho é uma amostra que de fato as curvas de nível dão uma visão tridimensional a uma figura no plano.

Vejamos a figura que demonstra a mesma elevação vista no sentido leste-oeste.

Observe que, dessa vez, a árvore não aparece no perfil, a linha de corte não passou por ela, porém, a vista da casa na horizontal e depois na vertical nos posiciona no desenho e nos dá uma visão que essa elevação fica bem representada somente com o traçado das curvas de nível.

Note que quanto mais próximas às curvas de nível estão umas das outras, mais acentuada é a subida ou descida da elevação. Ao contrário das curvas mais afastadas que nos relatam que aquele local é plano.

Visão da elevação no sentido leste-oeste.

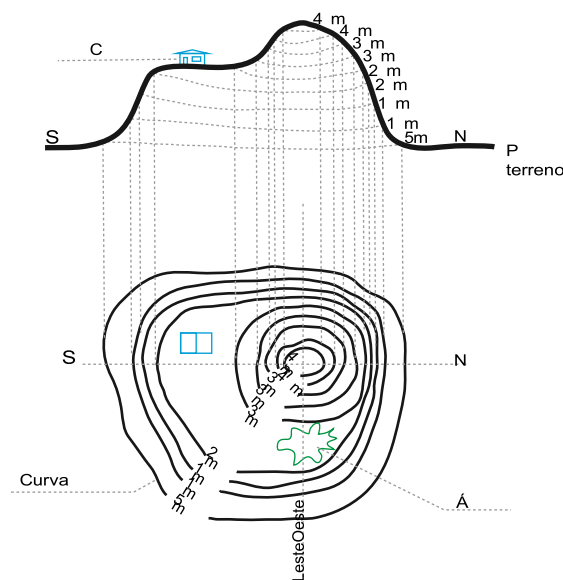


Figura: Vista em perfil e curvas de nível de um morro com 40m de altura (vista no sentido leste-oeste)

b) Depressão

Vista em perfil e curvas de nível de um buraco com 15 m de altura.

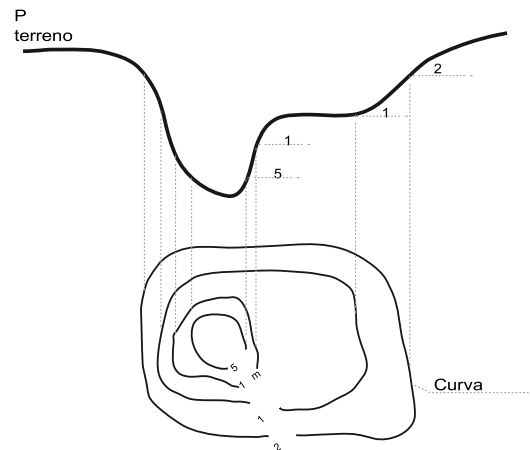


Figura: Vista em perfil e curvas de nível de uma depressão com aproximadamente 15 metros de profundidade

A Figura nos mostra o perfil e as curvas de nível de uma depressão (buraco). Note que a curva de 5 metros está no interior da figura mostrando a parte mais profunda da depressão. Aqui também se pode observar que onde as curvas são mais espaçadas o terreno é plano, e onde elas são mais próximas o terreno tem o desnível mais acentuado.

Mais informações para você estudar

O modelado terrestre

Para compreender melhor as feições (acidentes geográficos) que o terreno apresenta e como as curvas de nível se comportam em relação às mesmas, algumas definições geográficas do terreno são necessárias. São elas:

Colo: quebrada ou garganta, é o ponto onde as linhas de talvegue (normalmente duas) e de divisores de águas (normalmente dois) se curvam fortemente mudando de sentido.

Contraforte: são saliências do terreno que se destacam da serra principal (cordilheira) formando os vales secundários ou laterais. Destes partem ramificações ou saliências denominados espigões e a eles correspondem os vales terciários.

Cume: cimo ou crista, é o ponto mais elevado de uma montanha.

Linha de aguada: ou talvegue, é a linha representativa do fundo dos rios, córregos ou cursos d'água.

Linha de crista: cumeada ou divisor de águas, é a linha que une os pontos mais altos de uma elevação dividindo as águas da chuva.

Serra: cadeia de montanhas de forma muito alongada donde partem os contrafortes.

Vertente: flanco, encosta ou escarpa, é a superfície inclinada que vem do cimo até a base das montanhas. Pode ser à esquerda ou à direita de um vale, ou seja, a que fica à mão esquerda e direita respectivamente do observador colocado de frente para a foz do curso d'água. As vertentes, por sua vez, não são superfícies planas, mas sulcadas de depressões que formam os vales secundários.

As curvas de nível e os principais acidentes geográficos naturais

Colina, monte e morro: segundo Espartel (1987), a primeira é uma elevação suave, alongada, coberta de vegetação e com altura entre 200 a 400 m. A segunda é uma elevação de forma variável, abrupta, normalmente sem vegetação na parte superior e com altura entre 200 a 300 m. A terceira é uma elevação semelhante ao monte, porém, com altura entre 100 e 200 m. Todas aparecem isoladas sobre o terreno.

Espigão: constitui-se numa elevação alongada que tem sua origem em um contraforte.

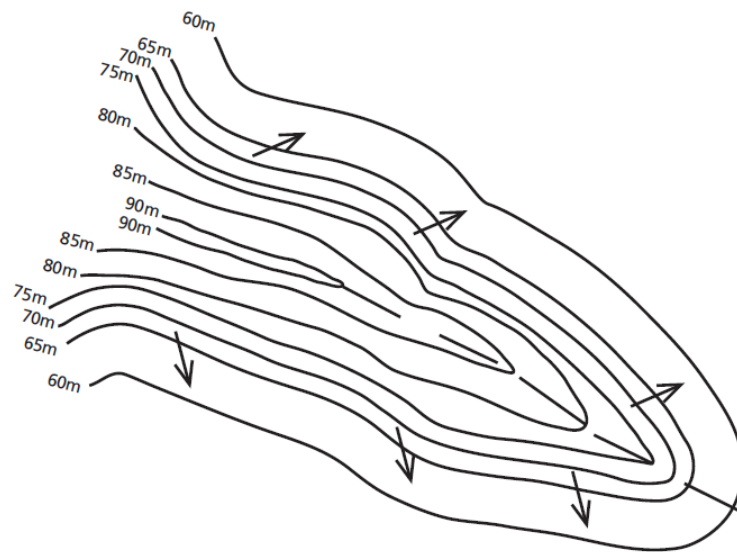


Figura: Formato de um espigão em curvas de nível

Corredor: faixa de terreno entre duas elevações de grande extensão.

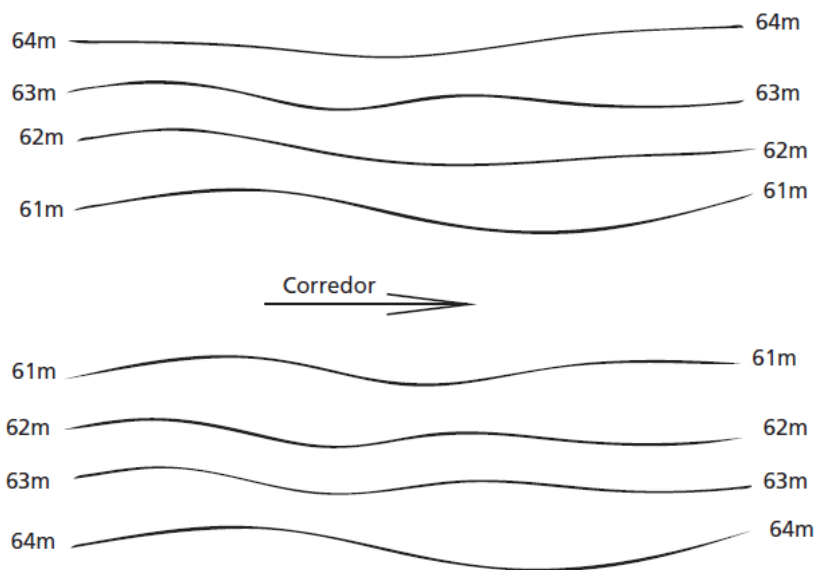


Figura: Formato de um corredor em curvas de nível

Talvegue: linha de encontro de duas vertentes opostas (pela base) e segundo a qual as águas tendem a se acumular formando os rios ou cursos d'água.

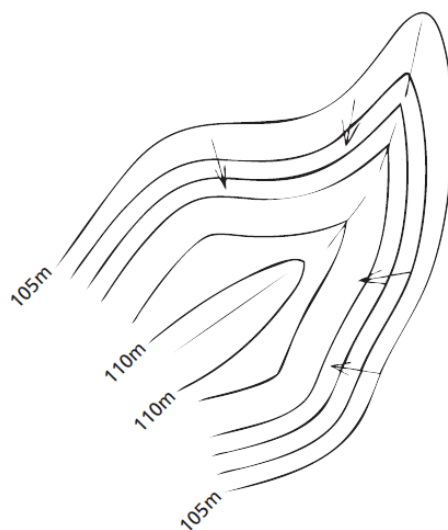


Figura: Talvegue

Vale: superfície côncava formada pela reunião de duas vertentes opostas (pela base). Segundo Domingues (1979), podem ser de fundo côncavo, de fundo de ravina ou de fundo *chato*. Neste, as curvas de nível de maior valor envolvem as de menor.

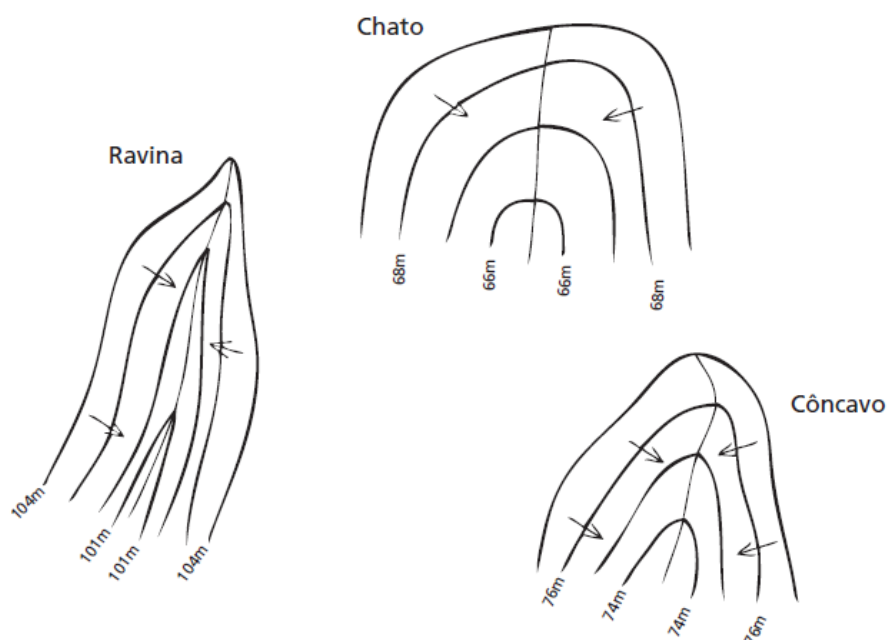


Figura: Formas de vales

Divisor de águas: linha formada pelo encontro de duas vertentes opostas (pelos cumes) e segundo a qual as águas se dividem para uma e outra destas vertentes.

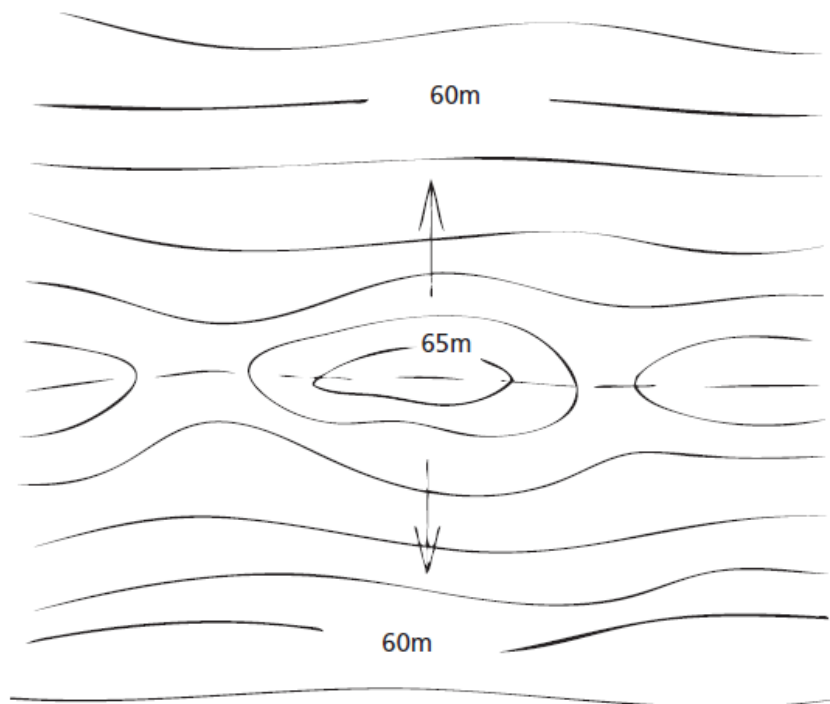


Figura: Divisor de águas

Dorso: superfície convexa formada pela reunião de duas vertentes opostas (pelos cumes). Segundo Espartel (1987) podem ser alongados, planos ou arredondados.

Neste, as curvas de nível de menor valor envolvem as de maior.

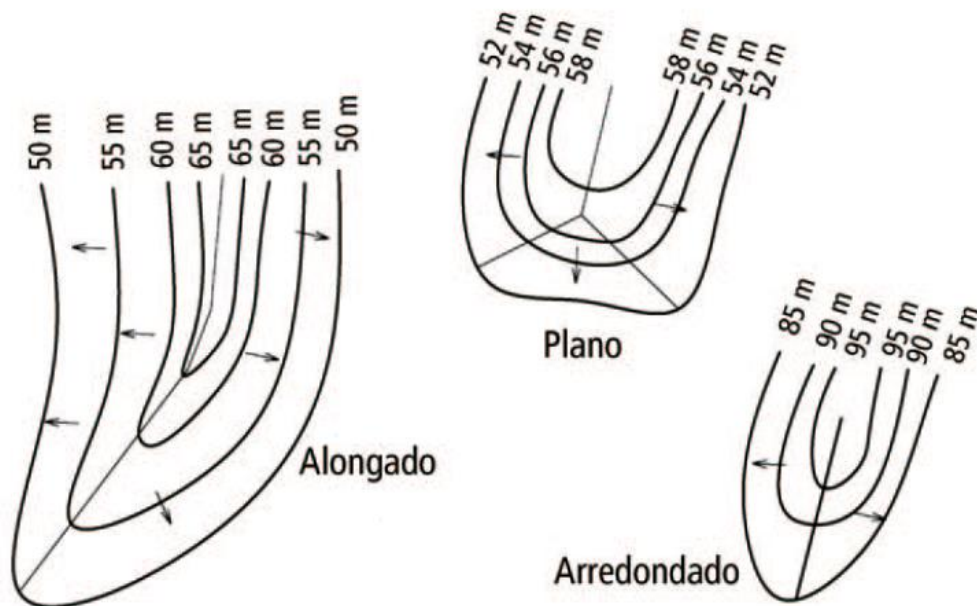


Figura: Formas de dorsos

O talvegue está associado ao vale, enquanto o divisor de águas está associado ao dorso.

Leis do modelado terrestre

Por serem as águas (em qualquer estado: sólido, líquido e gasoso) as grandes responsáveis pela atual conformação da superfície terrestre, é necessário que se conheçam algumas das leis que regem a sua evolução e dinâmica, de forma a compreender melhor a sua estreita relação com o terreno e a maneira como este se apresenta.

Leis:

1a. Lei: Qualquer curso d'água está compreendido entre duas elevações cujas linhas de crista vão se afastando à medida que o declive da linha de aguada vai diminuindo.

2a. Lei: Quando dois cursos d'água se encontram, a linha de crista que os separa está sensivelmente orientada no prolongamento do curso d'água resultante.

3a. Lei: Se dois cursos d'água descem paralelamente uma encosta e tomam depois direções opostas, as linhas que separam os cotovelos indicam a depressão mais profunda entre as vertentes.

4a. Lei: Se alguns cursos d'água partem dos arredores de um mesmo ponto e seguem direções diversas, há, ordinariamente, na sua origem comum, um ponto culminante.

5a. Lei: Se duas nascentes ficam de um lado e de outro de uma elevação, existe um cume na parte correspondente da linha de crista que as separa.

6a. Lei: Em uma zona regularmente modelada, uma linha de crista se baixa quando dois cursos d'água se aproximam e vice-versa. Ao máximo afastamento corresponde um cume, ao mínimo, um colo.

7a. Lei: Em relação a dois cursos d'água que correm em níveis diferentes, pode-se afirmar que a linha de crista principal que os separa aproxima-se, sensivelmente, do mais elevado.

8a. Lei: Sempre que uma linha de crista muda de direção lança um contraforte na direção de sua bissetriz. Este contraforte pode ser pequeno, mas sempre existente.

9a. Lei: Quando dois cursos d'água vizinhos nascem do mesmo lado de uma encosta um contraforte ou uma garupa se lança entre os dois e os separa, na interseção da linha de crista desse contraforte com a linha de crista principal existe um ponto culminante.

10a. Lei: Se um curso d'água se divide em muitos ramos sinuosos e forma ilhas irregulares, pode-se concluir que o vale é largo e a linha de aguada tem pouca inclinação. Se, ao contrário, existe um único canal, pode-se concluir que o vale é estreito e profundo e a linha de aguada é bastante inclinada.

Geoprocessamentos Aplicados

A Informação pode ser considerada como um conjunto de registros e dados interpretados e dotados de significado lógico. Por sua vez sistema pode ser entendido como um conjunto integrado de elementos interdependentes, estruturado de tal forma que estes possam relacionar-se para a execução de determinada função. Aglomerando os conceitos, Sistema de Informação é um sistema utilizado para coletar, armazenar, recuperar, transformar, e visualizar dados e informações a ele vinculados.

Desta forma, um **SIG** – Sistema de informações Geográficas – é um sistema computacional que trabalha um número infinito de informações de cunho geográfico.

Ampliando este conceito temos que um SIG ‘é um poderoso conjunto de ferramentas para coleta, armazenamento, recuperação, transformação e visualização de dados espaciais do mundo real para um conjunto de propósitos específicos’.

Chegamos a uma definição mais clara em ‘Sistema constituído por um conjunto de programas computacionais, o qual integra dados, equipamentos e pessoas com o objetivo de coletar, armazenar, recuperar, manipular, visualizar e analisar espacialmente referenciados a um sistema de coordenadas conhecido’.

Faz-se a diferenciação de **Geoprocessamento**, que é a Tecnologia, ou o conjunto de tecnologias, que possibilita a manipulação, a análise, a simulação de modelagens e a visualização de dados georreferenciados.

Técnica que agrega ao uso de m SIG.

Os produtos gerados por um SIG vinculam o espaço físico, podendo, entretanto, relacionar aos fenômenos climáticos, humanos, sociais e econômicos, entre outros. Assim, as aplicações desses sistemas são incontáveis. Ações vinculadas ao planejamento e ao planejamento urbano, gestão, monitoramento, ao manejo, a caracterização de espaços podem ser melhor trabalhadas com o auxílio de um SIG.

Para exemplificar, na esfera de planejamento urbano, podem-se extrair as seguintes aplicações:

- Mapeamento atualizado;
- Zoneamento diversos (ambiental, socioeconômico, turístico, etc)
- Monitoramento de áreas de risco e de proteção ambiental;
- Estruturação das redes de energia, água e esgoto;
- Adequação tarifária de impostos;
- Estudos de modelagens de expansão urbana;
- Controle de ocupações e construções irregulares;
- Estabelecimentos e/ou adequação de modais de transporte.

BASES CONCEITUAIS

Após exaustivas discussões e com a evolução da tecnologia e da ciência, chegou-se a um consenso sobre o formato da Terra. Inicialmente, acreditava-se que a superfície terrestre era um plano. Da Grécia Antiga já se acreditava que o formato da Terra era esférica. Hoje, se convencionou que a Terra estaria próxima de um elipsoide, cuja figura matemática é gerada pela rotação de uma elipse em torno de seus eixos.

Outro termo utilizado para definir a forma do planeta é o geoide, que é a superfície coincidente com o nível médio e inalterado dos mares e gerada por um número infinito de pontos, cuja medida do potencial do campo gravitacional da Terra é constante e com direção exatamente perpendicular a esta. Por isso, o geoide seria a superfície que melhor representaria a forma da superfície real do planeta, não fosse as dificuldades em sua modelagem e representação matemática.

SISTEMA GEODÉSICO DE REFERÊNCIA

Um Sistema Geodésico de Referência (SGR), do ponto de vista prático, permite que se faça a localização espacial de qualquer feição sobre a superfície

terrestre. Este sistema é definido com base num conjunto de parâmetros e convenções, junto a um elipsóide ajustado às dimensões da Terra e devidamente orientado, constituindo um referencial adequado para a atribuição de coordenadas a pontos sobre a superfície.

Ao elipsoide de referência é vinculado uma posição e uma orientação, podendo se ajustar a um determinado país, região, continente ou até mesmo um ajuste global. Os primeiros SGR, eram ajustados à pequenas áreas da superfície terrestre em virtude dos recursos limitados para os modelos matemáticos complexos. Nestes casos, as superfícies são denominadas topocêntrica, e cada região do planeta teria o seu sistema próprio. Com o advento da Geodésia Espacial e os avanços tecnológicos e computacionais foi possível fazer SGR globais que se ajustassem a qualquer parte do planeta. Neste caso, a origem do sistema coincide com o centro de massa da Terra e o sistema é denominado geocêntrico

O estabelecimento do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) foi iniciado na década de 40. O SGB caracteriza-se pelo conjunto de estações que representam o controle horizontal e vertical necessários à localização e representação cartográfica no território brasileiro, seu estabelecimento e manutenção são atribuições do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

Oficialmente, o primeiro SGB foi instituído na década de 50 e vigorou até os anos 70, tinha como referência o vértice Córrego Alegre (MG). A realização do Sistema Córrego Alegre, de precisão compatível com as técnicas e equipamentos da época, aliada à menor precisão da densificação do apoio terrestre, faz com que os produtos gerados com base neste sistema, principalmente os em escalas grandes, percam em qualidade quando comparados aos produtos gerados com base em sistemas de referência e tecnologias mais atuais. (Dalazoana, 2005). Apesar de já está em desuso, este sistema deve ainda ser avaliado considerando que grande parte do mapeamento do território brasileiro foi realizado neste sistema e deve-se adotar parâmetros de transformação para o sistema vigente.

No final da década de 70 entrou em vigor o South American Datum – SAD69, projeto que foi recomendado pelo comitê de Geodésia e apresentado no relatório final do Grupo de Trabalho do Datum sul americano em 1969, criando um sistema geodésico único para o continente da América do Sul, tendo também como referência um elipsoide topocêntrico ajustado para este continente. Posteriormente, com os avanços computacionais e das técnicas de posicionamento por satélites, este datum passou por diversos ajustes nos seus parâmetros até ser substituído pelo atual datum brasileiro o SIRGAS 2000.

Desde fevereiro de 2015 acabou o período de transição entre o SAD-69 e o SIRGAS 2000, ou seja, todo novo mapeamento a ser executado deve ser realizado com este novo datum. Diferentemente dos anteriores, seu elipsoide de referência é geocêntrico, ou seja, sua origem coincide com o centro de massa da Terra. Este sistema utiliza o mesmo elipsoide de revolução que sistema WGS-84, referencial adotado para as imagens de satélite, com isso permite que os dois sistemas sejam compatíveis entre si e dados cartográficos nos dois sistemas podem ser utilizados simultaneamente sem passar por modelos matemáticos de transformação e com isso, reduz os erros gerados no processo de transformação.

SISTEMAS DE COORDENADAS

Coordenadas Geodésicas

Todos os sistemas geodésicos de referências estão apoiados na figura de um elipsoide a qual é dotada de um sistema de coordenadas definidos por duas posições principais:

A Latitude, que representa o ângulo entre o paralelo do equador e os polos, sendo que mede 0° na Linha e 90° nos polos. Esta linha de referência divide a Terra em Norte, acima da Linha do Equador, e Sul, abaixo da linha do Equador (figura 16).

A Longitude, que representa o ângulo formado entre o Meridiano de Greenwich e os extremos, sendo que mede 0° no meridiano e 180° em cada

extremo. Este meridiano divide a Terra em Leste, de 0° a 180° à direita do meridiano e Oeste, de 0° a 180° à esquerda do meridiano, conforme apresentado na figura abaixo.

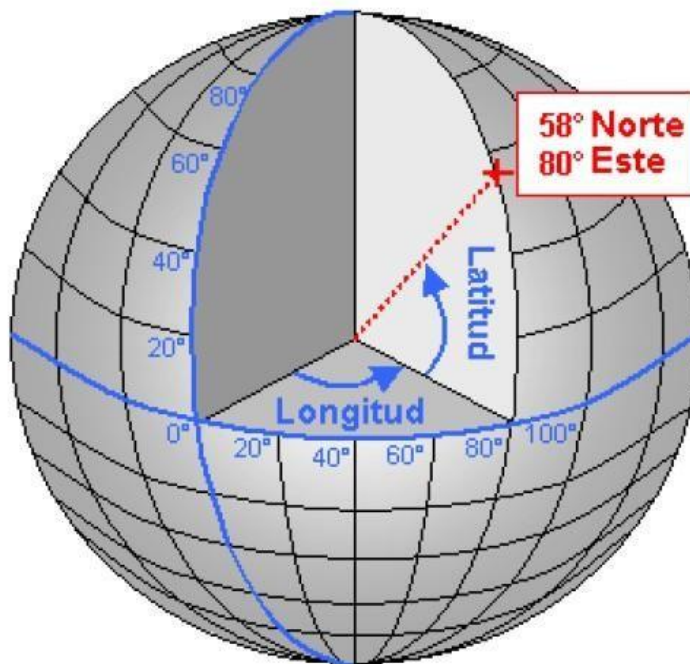


Figura 16: Latitude e Longitude Geodésica

Sistema de Coordenadas Geográficas

A forma mais utilizada para a representação de coordenadas em um mapa se dá pela aplicação de um sistema sexagesimal, onde os valores dos pontos localizados na superfície terrestre são expressos por coordenadas geográficas latitude e longitude, contendo medidas angulares, ou seja, graus, minutos e segundos. Na utilização deste sistema de coordenadas adota-se duas linhas imaginária de referência: (a) Linha do Equador – referência para as latitudes e divide a Terra em hemisférios norte(N) e sul (S) e (b) Meridiano de Greenwich referencial para as longitude e divide a Terra nos hemisférios Leste (E) e oeste (W). (Figura 17)



Figura 17: Linhas de Referência

Neste sistema, o ponto localizado na superfície terrestre deve conter o valor sexagesimal e a indicação do hemisfério correspondente, N ou S para a coordenada Norte ou Sul da latitude, ou ainda positivo para Norte e negativo para Sul. W ou E para a coordenada Oeste ou Leste, respectivamente, da coordenada longitude, ou ainda positivo para Leste e negativo para Oeste.

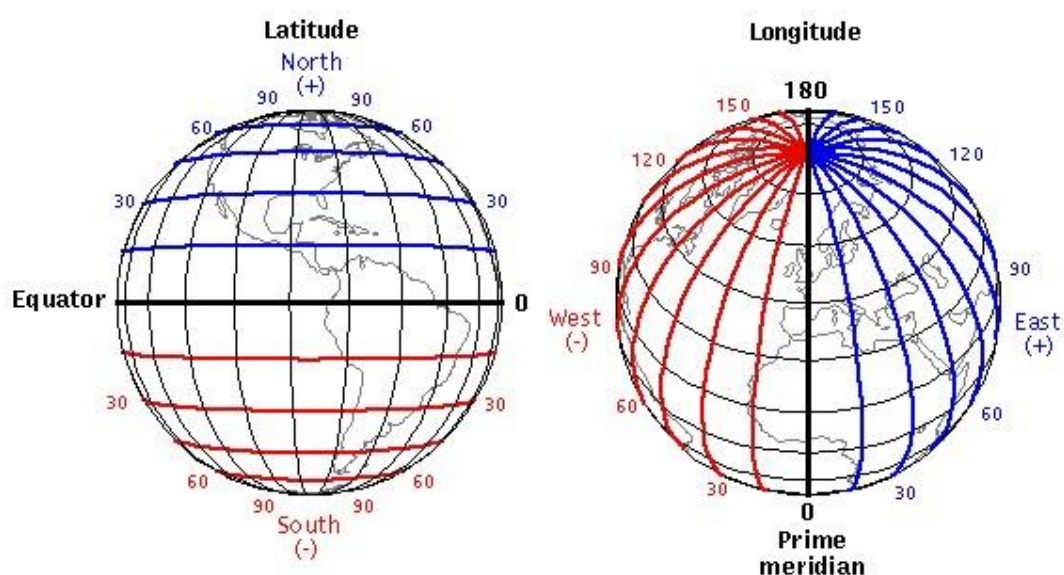
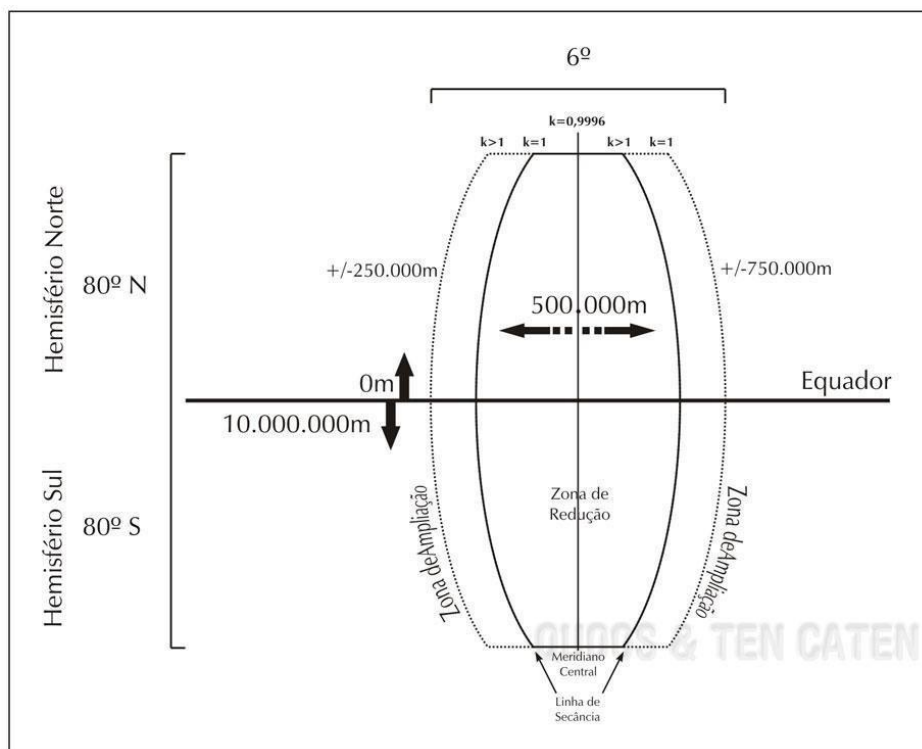


Figura 18: Latitude e Longitude Geográfica

Sistema de Coordenadas UTM

De acordo com FITZ (2010), o Sistema Universal Transversa de Mercator (UTM) tem grande aplicabilidade nos projetos de mapeamento em virtude de suas facilidades que dizem respeito à adoção de uma projeção cartográfica que trabalha com paralelos e meridianos retos e equidistantes. Este sistema caracteriza-se por adotar coordenadas métricas planas ou planas retangulares.

No Sistema UTM, a Terra é dividida em 60 fusos com 6° de amplitude e tem sua contagem se origina no antimeridiano de Greenwich (sentido oeste-leste). Cada fuso é composto por um sistema cartesiano formado pela Linha do Equador (eixo X) e o meridiano central do fuso (eixo Y). Para evitar coordenadas negativas, convencionou-se o valor 500.000 para origem em X e 10.000.000 para a origem em Y (apenas para o hemisfério Sul).



SISTEMA DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS – SIG

De acordo com Câmara, Sistema de Informações Geográficas (SIG): Sistemas de Informação Geográfica (SIG) são sistemas que realizam o tratamento computacional de dados geográficos e recuperam informações não apenas com base em suas características alfanuméricas, mas também através de sua localização espacial; oferece ao administrador (urbanista, planejador, engenheiro) uma visão inédita de seu ambiente de trabalho, em que todas as informações disponíveis sobre um determinado assunto estão ao seu alcance, interrelacionadas com base no que lhes é fundamentalmente comum -- a localização geográfica. Para que isto seja possível, a geometria e os atributos dos dados num SIG devem estar georreferenciados, isto é, localizados na superfície terrestre e representados numa projeção cartográfica:

Para cada elemento geográfico (associado a um par de coordenadas), o SIG armazena os atributos destes objetos e suas várias representações gráficas a qual estão associadas. Devido a sua ampla gama de aplicações, nos quais estão inseridos temas como planejamento urbano e cadastro territorial, os SIG's podem ser utilizados:

- Como ferramenta para produção de mapas;
- Como suporte para análise espacial dos fenômenos;
- Como um banco de dados geográficos, com função de armazenamento e recuperação de informação espacial.

FUNDAMENTOS BÁSICOS DE UM SIG

Numa visão abrangente, pode-se indicar que um SIG tem os seguintes componentes:

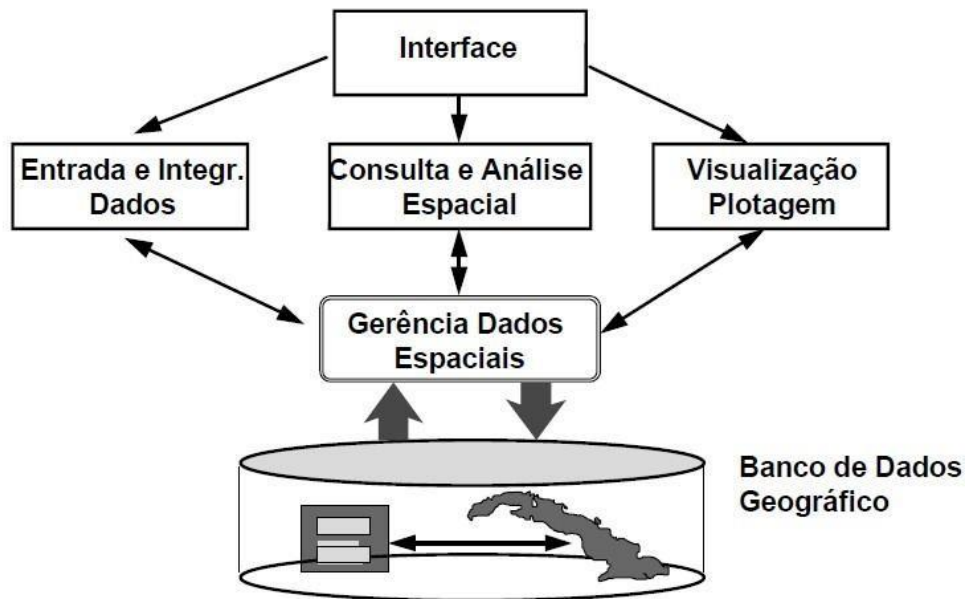
- Interface com usuário;
- Entrada e integração de dados;
- Funções de consulta e análise espacial

- Visualização e plotagem;
- Armazenamento e recuperação de dados (organizados sob a forma de um banco de dados geográficos).

Estes componentes se relacionam de forma hierárquica. No nível mais próximo ao usuário, a interface homem-máquina define como o sistema é operado e controlado. No nível intermediário, um SIG deve ter mecanismos de processamento de dados espaciais (entrada, edição, análise, visualização e saída). No nível mais interno do sistema, um sistema de gerência de bancos de dados Arquitetura de SIG Fundamentos de Geoprocessamento 3-3 geográficos oferece armazenamento e recuperação dos dados espaciais e seus atributos. De uma forma geral, as funções de processamento de um SIG operam sobre dados em uma área de trabalho em memória principal. A ligação entre os dados geográficos e as funções de processamento do SIG é feita por mecanismos de seleção e consulta que definem restrições sobre o conjunto de dados. Exemplos ilustrativos de modos de seleção de dados são: ·

- "Recupere os dados relativos à carta de Guajará-Mirim " (restrição por definição de região de interesse);
- "Recupere as cidades do Estado de São Paulo com população entre 100.000 e 500.000 habitantes" (consulta por atributos não-espaciais).
- "Mostre os postos de saúde num raio de 5 km do hospital municipal de S.J.Campos" (consulta com restrições espaciais).

A Figura abaixo indica o relacionamento dos principais componentes ou subsistemas de um SIG. Cada sistema, em função de seus objetivos e necessidades, implementa estes componentes de forma distinta, mas todos os subsistemas citados devem estar presentes num SIG.



ESTRUTURA BÁSICA DE UM SIG

Dentre os vários sistemas que compõem um SIG, as funções podem ser entendidas como os próprios módulos do sistema sendo estes a aquisição de dados, gerenciamento de banco de dados, análise geográfica de dados e a representação de dados.

Aquisição de dados

A incorporação de dados no sistema segue determinadas etapas. Pode ser executada através da aquisição direta, em meio digital, de dados alfanuméricos ou espaciais, pela confecção e lançamento de em planilhas, uso de posicionamento por satélites, topografia convencional, aerofotogrametria, sensoriamento remoto e pelos processos de digitalização e vetorização.

Armazenagem de Dados

Um SIG deve ser capaz de armazenar e relacionar os dados para que possam ser analisadas espacialmente, ou seja, transformá-las em informações geográficas.

Sistema de Gerenciamento de Dados

Pode ser entendido como a porção do sistema que permite a sua manipulação. Esse organismo deve controlar a organização físico-lógica dos dados, seu armazenamento, recuperação e atualização. O sistema de gerenciamento também é responsável pela integridade dos dados, permitindo o acesso simultâneo por parte de vários usuários, bem como definir restrições a manipulação e acesso aos dados. Compreende, portanto, todas as fases do desenvolvimento de dados, o qual pode ser considerado como cérebro do sistema, respondendo por todas as suas conexões.

Edição de Dados

Maneira pela qual o sistema pode adicionar, suprimir ou substituir dados nele contidos. Pode ser realizada em arquivos alfanuméricos e gráficos.

Quanto aos arquivos alfanuméricos, deve-se tomar cuidado aos erros de edição, principalmente quanto à inserção de coordenadas geográficas advindas de sistemas de referência diferentes e tratados como de mesma origem. Um exemplo de edição deste tipo de dados é a atualização de dados censitários, sendo esta regida por procedimentos padrão e executada por usuário habilitado.

Em se tratando de arquivos gráficos, tem-se a edição de arquivos vetoriais e matriciais. Para os arquivos vetoriais existe uma estruturação topológica constituída de relações entre os elementos gráficos. Essas relações são de;

- Conectividade: se os elementos estão ligados ou não;

- Contiguidade: identificação do contato de elementos;
- Proximidade: distância entre dois elementos.

Deve-se tomar cuidado aos erros de vetorização para melhorar a consistência (qualidade e precisão) do arquivo. Assim, polígonos abertos, por exemplo, devem ser editados a fim de que os nós (ponto inicial e final de uma linha) sejam conectados, a fim de que adquira características de um polígono, como compute de sua área, perímetro entre outros.

Para um SIG, os arquivos matriciais têm como possibilidade mais importante a capacidade em executar a sobreposição de camadas de dados, também conhecidos como overlay. Os dados gráficos normalmente são divididos em camadas de informação (layers), sendo que estas são georreferenciadas e com possibilidade de manipulação, gerando informações adicionais preexistentes.

Conversão, Importação e Exportação de Arquivos de Dados

O sistema deve comportar e permitir a exportação de diferentes formatos de arquivos devido a quantidade de programas variados que possuem funcionalidades diferentes que produzem formatos diferentes de arquivos.

Análise Geográfica

Essa aplicação é o que diferencia dos demais softwares gráficos, pois possuem a característica de realizar análises de dados espaciais e atributos alfanuméricos simultaneamente. Dentre as técnicas mais conhecidas, destacam-se:

Representação de Dados

O sistema deve ser capaz de produzir gráficos, tabelas, mapas e relatórios a fim de gerar resultados visualmente agradáveis e compreensivos.

Recuperação de Dados

É a possibilidade aberta pelo sistema de consultar dados por meio de atributos específicos, localizados nas planilhas que formam o BD e pelas coordenadas dispostas nas imagens e/ou mapas. Assim, é possível conhecer informações georreferenciadas de um polígono, cujos dados estão conectados ao banco de dados, com um simples clique. Desta forma, se este polígono representar uma região, pode-se obter informações como área, quantidade de população, densidade demográfica, entre outros.

Sobreposição

Existem duas formas de substituição, a lógica e a aritmética. A substituição lógica utiliza operadores lógicos (análise booleana) para o empilhamento de diversas camadas de dados, sendo estes vetoriais ou matriciais. As operações booleanas empregadas são; and ('e', significa intersecção), or ('ou' significa união), xor (ou, significa desunião), not (operador não, significa negação).

Reclassificação

Constitui-se na substituição de valores de entidades gráficas por outros através de agrupamentos realizados de acordo com a necessidade do usuário, gerando outro arquivo.

Vizinhança e Contextualização

Fazem relação com o entorno do espaço analisado. Neles incluem-se operadores de distância, cálculos do melhor caminho a ser seguido, interpolação de pontos, gerando mapas de isolinhas, modelos numéricos do terreno, análise de proximidade de redes, calculam de volumes, entre outros.

Análises Estatísticas

É a utilização de funções estatística, sendo muitas desses presentes no SIG, para extrair informações com dados disponíveis em tabelas, gráficos ou mapas derivados. Dentre essas funções, estão as regressões, interpolações, correlações, médias, desvio padrão, variância, entre outros.

REFERÊNCIAS

BATISTA, Getúlio. Apostila Introdutória de Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento. Universidade de Taubaté; 2003. Disponível em: andersonmedeiros.com. Acesso em: 25 de setembro de 2015.

CÂMARA, G.; DAVIS, C.; MONTEIRO, A. M. V. Introdução à ciência da Geoinformação.

BATISTA, Getúlio. Apostila Introdutória de Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento. Universidade de Taubaté; 2003. Disponível em: andersonmedeiros.com. Acesso em: 25 de setembro de 2015.

FITZ, Paulo R. Geoprocessamento sem Complicação. São Paulo: Oficina de Textos, 2008

INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Introdução ao Sensoriamento Remoto. São José dos Campos; 2001.

MORAES, Elisabete. Fundamentos de Sensoriamento Remoto. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais; 2001.

FIGUEIREDO, Divino. Conceitos Básicos de Sensoriamento Remoto; 2005. Disponível: www.conab.gov.br. Acesso em: 22 de setembro de 2015.

BRANDALIZE, Maria Cecília Bonato. Apostila 1: Topografia. PUC/PR. Disponível em: <www.Topografia.com.br/downloads.asp>. Acesso em: 29 nov. 2010.

_____. Apostila 2: medidas angulares. PUC/PR. Disponível em: <www.Topografia.com.br/downloads.asp>. Acesso em: 29 nov. 2010.

DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José de Nicola. Fundamentos de matemática elementar. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. (Geometria Plana, 9).

LEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. (Trigonometria, 3).

McCORMAC, Jack C. Topografia. Tradução Daniel Carneiro da Silva; Revisão Técnica Daniel Rodrigues dos Santos, Douglas Corbari Corrêa, Felipe Coutinho Ferreira da Silva. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

SPARTEL, Lelis. Curso de Topografia. Editora Globo, 1975.