TÉCNICO EM
ELETROTÉCNICA

MÓDULO I
MATEMÁTICA APLICADA

Ineprotec

2025 - INEPROTEC

Diretor Pedagógico	EDILVO DE SOUSA SANTOS
Diagramação	MICHEL MARTINS NOGUEIRA
Capa	MICHEL MARTINS NOGUEIRA
Elaboração	INEPROTEC

Direitos Autorais: É proibida a reprodução parcial ou total desta publicação, por qualquer forma ou meio, sem a prévia autorização do INEPROTEC, com exceção do teor das questões de concursos públicos que, por serem atos oficiais, não são protegidas como Direitos Autorais, na forma do Artigo 8º, IV, da Lei 9.610/1998. Referida vedação se estende às características gráficas da obra e sua editoração. A punição para a violação dos Direitos Autorais é crime previsto no Artigo 184 do Código Penal e as sanções civis às violações dos Direitos Autorais estão previstas nos Artigos 101 a 110 da Lei 9.610/1998.

Atualizações: A presente obra pode apresentar atualizações futuras. Esforçamo-nos ao máximo para entregar ao leitor uma obra com a melhor qualidade possível e sem erros técnicos ou de conteúdo. No entanto, nem sempre isso ocorre, seja por motivo de alteração de software, interpretação ou falhas de diagramação e revisão. Sendo assim, disponibilizamos em nosso site a seção mencionada (Atualizações), na qual relataremos, com a devida correção, os erros encontrados na obra e sua versão disponível. Solicitamos, outros sim, que o leitor faça a gentileza de colaborar com a perfeição da obra, comunicando eventual erro encontrado por meio de mensagem para contato@ineprotec.com.br.

VERSÃO 2.0 (01.2025)

Todos os direitos reservados à
Ineprotec - Instituto de Ensino Profissionalizante e Tecnico Eireli
Quadra 101, Conjunto: 02, Lote: 01 - Sobreloja
Recanto das Emas - CEP: 72.600-102 - Brasília/DF
E-mail: contato@ineprotec.com.br
www.ineprotec.com.br

Sumário

MÓDULO I

MATEMÁTICA APLICADA

Abertura

SOBRE A INSTITUIÇÃO

Educação Tecnológica, Inteligente e Eficiente

O Instituto de Ensino Profissionalizante e Técnico (INEPROTEC) é uma instituição de ensino que valoriza o poder da educação e seu potencial de transformação.

Nascemos da missão de levar educação de qualidade para realmente impactar a vida dos nossos alunos. Acreditamos muito que a educação é a chave para a mudança.

Nosso propósito parte do princípio de que a educação transforma vidas. Por isso, nossa base é a inovação que, aliada à educação, resulta na formação de alunos de grande expressividade e impacto para a sociedade. Aqui no INEPROTEC, o casamento entre tecnologia, didática e interatividade é realmente levado a sério e todos os dias otimizado para constante e contínua evolução.

Missão

A nossa missão é ser símbolo de qualidade, ser referência na área educacional presencial e a distância, oferecendo e proporcionando o acesso e permanência a cursos técnicos, desenvolvendo e potencializando o talento dos estudantes, tornando-os, assim, profissionais de sucesso e cidadãos responsáveis e capazes de atuar como agentes de mudança na sociedade.

Visão

O INEPROTEC visa ser um instituto de ensino profissionalizante e técnico com reconhecimento nacional, comprometido com a qualidade e excelência de seus cursos, traçando pontes para oportunidades de sucesso, tornando-se, assim, objeto de desejo para os estudantes.

Valores

Ciente das qualificações exigidas pelo mercado de trabalho, o INEPROTEC tem uma visão que prioriza a valorização de cursos essenciais e pouco ofertados para profissionais que buscam sempre a atualização e especialização em sua área de atuação.

SOBRE O CURSO

O curso TÉCNICO EM ELETROTÉCNICA pertence ao Eixo Tecnológico de CONTROLE E PROCESSOS INDUSTRIAIS. Vejamos algumas informações importantes sobre o curso TÉCNICO EM ELETROTÉCNICA relacionadas ao **perfil profissional de**

conclusão e suas habilidades, **quesitos fundamentais para atuação, campo de atuação** e, também, algumas sugestões interessantes para continuação dos estudos optando por **Especializações Técnicas** e/ou **Cursos de Graduação.**

Perfil profissional de conclusão e suas habilidades

- Planejar, controlar e executar a instalação e a manutenção de sistemas e instalações elétricas industriais, prediais e residenciais, considerando as normas, os padrões e os requisitos técnicos de qualidade, saúde e segurança e de meio ambiente.
- Elaborar e desenvolver projetos de instalações elétricas industriais, prediais e residenciais, sistemas de acionamentos elétricos e de automação industrial e de infraestrutura para sistemas de telecomunicações em edificações.
- Aplicar medidas para o uso eficiente da energia elétrica e de fontes energéticas alternativas.
- Elaborar e desenvolver programação e parametrização de sistemas de acionamentos eletrônicos industriais.
- Planejar e executar instalação e manutenção de sistemas de aterramento e de descargas atmosféricas em edificações residenciais, comerciais e industriais.
- Reconhecer tecnologias inovadoras presentes no segmento visando a atender às transformações digitais na sociedade.

Quesitos fundamentais para atuação

- Conhecimentos e saberes relacionados aos processos de planejamento e implementação de sistemas elétricos de modo a assegurar a saúde e a segurança dos trabalhadores e dos usuários.
- Conhecimentos e saberes relacionados à sustentabilidade do processo produtivo, às técnicas e aos processos de produção, às normas técnicas, à liderança de equipes, à solução de problemas técnicos e trabalhistas e à gestão de conflitos.

Campo de atuação

- Empresas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, que atuam na instalação, manutenção, comercialização e utilização de equipamentos e sistemas elétricos.
- Grupos de pesquisa que desenvolvam projetos na área de sistemas elétricos.
- Laboratórios de controle de qualidade, calibração e manutenção.
- Indústrias de fabricação de máquinas, componentes e equipamentos elétricos.

- Concessionárias e prestadores de serviços de telecomunicações.

Sugestões para Especialização Técnica

- Especialização Técnica em Automação Predial (Domótica).
- Especialização Técnica em Redes Industriais.
- Especialização Técnica em Acionamentos de Servomotores Industriais.
- Especialização Técnica em Eficiência Energética em Edificações.
- Especialização Técnica em Eficiência Energética Industrial.
- Especialização Técnica em Energia Solar Fotovoltaica.
- Especialização Técnica em Implantação e Comissionamento de Parques Eólicos.
- Especialização Técnica em Biocombustíveis.
- Especialização Técnica em Biogás e Biometano.
- Especialização Técnica em Aproveitamento Energético de Biogás.

Sugestões para Cursos de Graduação

- Curso Superior de Tecnologia em Automação Industrial.
- Curso Superior de Tecnologia em Eletrônica Industrial.
- Curso Superior de Tecnologia em Eletrotécnica Industrial.
- Curso Superior de Tecnologia em Manutenção Industrial.
- Curso Superior de Tecnologia em Mecatrônica Industrial.
- Curso Superior de Tecnologia em Sistemas Elétricos.
- Bacharelado em Engenharia Eletrônica.
- Bacharelado em Engenharia Elétrica.
- Bacharelado em Engenharia de Automação e Controle.
- Bacharelado em Engenharia de Telecomunicações.
- Bacharelado em Engenharia Mecatrônica.
- Bacharelado em Engenharia de Computação.

SOBRE O MATERIAL

Os nossos materiais de estudos são elaborados pensando no perfil de nossos cursistas, contendo uma estruturação simples e clara, possibilitando uma leitura dinâmica e com volume de informações e conteúdos considerados básicos, mas fundamentais e essenciais para o desenvolvimento de cada disciplina. Lembrando que nossas apostilas não são os únicos meios de estudo.

Elas, juntamente com as videoaulas e outras mídias complementares, compõem os vários recursos midiáticos que são disponibilizados por nossa Instituição, a fim de proporcionar subsídios suficientes a todos no processo de ensino-aprendizagem durante o curso.

Divisão do Conteúdo

Este material está estruturado em três partes:

1) ABERTURA.
2) BASE TEÓRICA.
3) SESSÕES ESPECIAIS.

Parte 1 - ABERTURA

- Sobre a Instituição.
- Sobre o Curso.
- Sobre o Material.

Parte 2 – BASE TEÓRICA

- Conceitos.
- Observações.
- Exemplos.

Parte 3 – SESSÕES ESPECIAIS

- Mapa de Estudo.
- Síntese Direta.
- Momento Quiz.

Boxes

Além dessas três partes, no desenvolvimento da BASE TEÓRICA, temos alguns BOXES interessantes, com intuito de tornar a leitura mais agradável, mesclando um estudo mais profundo e teórico com pausas pontuais atrativas, deixando a leitura do todo “mais leve” e interativa.

Os BOXES são:

- VOCÊ SABIA

VOCÊ SABIA?	São informações complementares contextualizadas com a base teórica, contendo curiosidades que despertam a imaginação e incentivam a pesquisa.

- PAUSA PARA REFLETIR...

	Um momento especial para descansar a mente do estudo teórico, conduzindo o cursista a levar seus pensamentos para uma frase, mensagem ou indagação subjetiva que leve a uma reflexão pessoal e motivacional para o seu cotidiano.

- SE LIGA NA CHARADA!

	Se trata de um momento descontraído da leitura, com a apresentação de enigmas e indagações divertidas que favorecem não só a interação, mas também o pensamento e raciocínio lógico, podendo ser visto como um desafio para o leitor.

Base Teórica

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência que busca estabelecer, de maneira clara e estruturada, conceitos e técnicas para a compreensão de fenômenos. Entre os tópicos de estudo da Matemática, estão os números e suas operações, as estruturas algébricas, as formas geométricas, a probabilidade, a análise de dados, entre muitos outros. Apesar de presentes em todo o estudo matemático, esses conteúdos estão concentrados em áreas específicas, como a aritmética, álgebra, geometria e estatística.

Com a realidade da educação que se vivencia hoje, pode-se notar uma "bola de neve" de alunos que foram empurrados de ano a ano, com déficits de aprendizagem em matemática. O agravante disso são alunos desmotivados em sala de aula, pois aquilo que está sendo ensinado não faz nenhum sentido para eles; por mais que tentem, existe algo faltando, algo ficou para trás no decorrer dos seus anos escolares. Por essa razão, é preciso resgatar esses alunos, proporcionando momentos para que eles recuperem aquilo que não foi aprendido em anos anteriores, além de proporcionar situações para que esses alunos se reencontrem no processo da construção do saber, do conhecimento.

Na matemática, nota-se que os alunos possuem dificuldades nos processos aritméticos (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação), assim como em procedimentos algébricos, os quais necessitam dos conceitos aritméticos para sua construção e desenvolvimento. Se for feita uma análise dos currículos de cada ano escolar, será notado o quanto o conteúdo sofre pequenos acréscimos, criando-se, assim, um grande abismo quando o professor introduz os conceitos algébricos de maneira brusca, causando uma ruptura da álgebra em relação à aritmética. É comum notar alunos no final do Ensino Fundamental II ou até mesmo no Ensino Médio com dificuldades em processos aritméticos de multiplicação, divisão ou até mesmo adição, assim como alunos sem nenhuma noção de como solucionar uma equação do 1º grau.

Diante desses fatos, surge a necessidade de se trilhar um caminho paralelo ao ensino da matemática curricular (dos conteúdos programáticos de cada ano escolar). Este caminho é denominado "Ensino da Matemática Básica"**.** A importância da matemática básica provém justamente de todos esses fatores citados e suas consequências para a vida escolar e social do aluno. Sendo assim, torna-se essencial o acompanhamento de perto dos alunos, trabalhando essa dificuldade que possuem quanto aos conceitos matemáticos e com isso proporcionando motivação para o estudo da matemática, dando sentido àquilo que se aprende durante os anos escolares.

ARITMÉTICA BÁSICA

A aritmética é parte básica da Matemática que lida com números. Foca em operações simples e resolução de problemas cotidianos envolvendo os números. Inclui tópicos como adição, subtração, multiplicação e divisão. É a base para o aprendizado de áreas matemáticas mais avançadas, como a teoria dos números.

O estudo da aritmética é importante porque, para que seja possível resolver problemas mais complexos, é necessário compreender bem essas quatro operações matemáticas citadas. Além de serem úteis em cálculos mais complexos, essas quatro operações (soma, subtração, divisão e multiplicação) são muito utilizadas em situações do cotidiano, tais como a soma dos valores dos produtos em uma compra no supermercado, ou a multiplicação do valor do litro da gasolina para saber quanto deverá ser pago para encher o tanque do carro.

OBSERVAÇÕES:
Vale ressaltar que em muitos cálculos há a necessidade de saber manipular não somente números positivos e inteiros, mas também números negativos e com vírgula, visto que tais números também são frequentes no cotidiano.

As quatro operações

Soma

A soma (ou adição) é uma das operações matemáticas mais frequentes no cotidiano, podendo envolver tantos números positivos quanto negativos. O sinal indicativo é o sinal mais (**+**). A soma consiste em adicionar dois ou mais números, conhecido como parcelas, que produz em todos os casos um único resultado que chamamos de soma ou total**.**

EXEMPLOS:

a) João foi ao supermercado e comprou R$ 115,15 em mercadorias. Quando retornou a casa, ele viu que seu filho também havia ido ao mercado e comprado os mesmos produtos. Quanto os dois gastaram juntos?

Resolução:
Como eles gastaram a mesma quantia, basta realizar a soma de 115,15 e 115,15:

$$\begin{array}{r} {}^{1\ 1} \\ 115{,}15 \\ +\ \underline{115{,}15} \\ 230{,}30 \end{array}$$

Juntos, os dois gastaram R$ 230,30.

b) Ana foi no supermercado e comprou:

- 1 pacote de feijão por R$ 5,20.
- 1 pacote de arroz por R$ 10,50.
- 1 pacote de bolacha por R$ 1,30.
- 1 bandeja de iogurte por R$ 4,80.
- 2 litros de óleo por R$ 3,20 cada.

Calcule quanto Ana gastou.

Resolução:

Para resolver essa questão, devemos montar uma expressão numérica:

1 pacote de feijão + 1 pacote de arroz + 1 pacote bolacha + 1 bandeja de iogurte + 2 litros de óleo

Substitua os itens da lista pelos seus respectivos valores:

$$\begin{array}{r} {}^{1\ 2} \\ 5{,}20 \\ 10{,}50 \\ +1{,}\ 30 \\ 4{,}80 \\ 3{,}20 \\ 3{,}20 \\ \hline 28{,}20 \end{array}$$

Logo, Ana gastou R$ 28,20.

Subtração

Subtração é uma das quatro operações matemáticas básicas na qual, para cada dois valores, um é subtraído do outro, ou seja, uma quantidade é retirada de outra, e o valor restante é o resultado dessa operação.

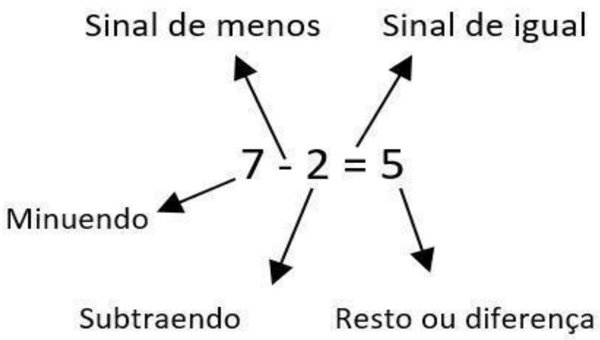


Figura 1: *Representação da operação de subtração.*

EXEMPLO:

Uma fábrica de sapatos possui 5 235 pares de calçados em estoque e recebe um pedido, de um único cliente, de 4989 pares de calçados. Quantas unidades de calçados sobraram em estoque após a entrega desse pedido?

Resolução:

Primeiro precisamos entender que um par de sapatos possui duas unidades de calçados, ou seja, 1 par é igual a 2 sapatos. Subtraindo do número de pares em estoque o número de pares que foi pedido, temos:

$$\begin{array}{rcccc} & {\scriptstyle 4} & {\scriptstyle 11} & {\scriptstyle 12} & {\scriptstyle 15} \\ & 5 & \cancel{2} & \cancel{3} & \cancel{5} \\ - & 4 & 9 & 8 & 9 \\ \hline & & 2 & 4 & 6 \end{array}$$

Repare que o exercício pergunta quantas unidades de calçados sobraram em estoque. O número 246 é relativo ao número de pares de calçados, logo:

$$\begin{array}{rccc} & & {\scriptstyle 1} & \\ & 2 & 4 & 6 \\ + & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 4 & 9 & 2 \end{array}$$

Portanto, são 492 unidades de calçados em estoque.

Multiplicação

A multiplicação é uma das operações matemáticas básicas. Ela é uma evolução natural da adição, pois é definida de modo que represente a soma de determinado número de conjuntos que possuem a mesma quantidade de elementos. Essa soma pode ser representada pelo símbolo “x” ou “ · ”.

Trazendo para o cotidiano, sabemos que é usual comprar muitos exemplares de um mesmo produto em supermercados. Caso compre oito produtos que custem R$ 2,00, o total a ser pago será de R$ 16,00, pois somamos o valor R$ 2,00 oito vezes.

$$\boxed{2+2+2+2+2+2+2+2 = 8 \, . \, 2 = 16}$$

$$\begin{array}{r} {}^{1}1200 \\ \text{x } 5 \\ \hline 6000 \end{array}$$

Figura 2: *Representação de multiplicação.*

EXEMPLO:

Flávia foi a uma loja de doces e comprou:

- 3 chocolates (cada um custou R$0,50);
- 4 chicletes (cada um custou R$ 0,30);
- 5 pirulitos (cada um custou R$1,00);
- 2 balinhas (cada um custou R$0,30).

Calcule o valor total que Flávia gastou em dinheiro.

Resolução:

Para resolver essa questão, devemos montar uma expressão numérica que apresente a quantidade de cada doce e seus respectivos valores:

$$(3 \, . \, 0{,}50) + (4 \, . \, 0{,}30) + (5 \, . \, 1{,}00) + (2 \, . \, 0{,}30)$$

$$1{,}50 + 1{,}20 + 5{,}00 + 0{,}60$$

$$8{,}30$$

Flávia gastou, no total, R$ 8,30.

Divisão

A divisão é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. Consiste em dividir dois números, o dividendo e o divisor, que produz dois resultados chamados de quociente e resto. Seu símbolo é o “ ÷ ”. No entanto, pode variar, por exemplo, no teclado do computador o símbolo adotado é a barra “ / ”, em outros casos, “ : ”.

Figura 3: *Representação da divisão sem resto.*

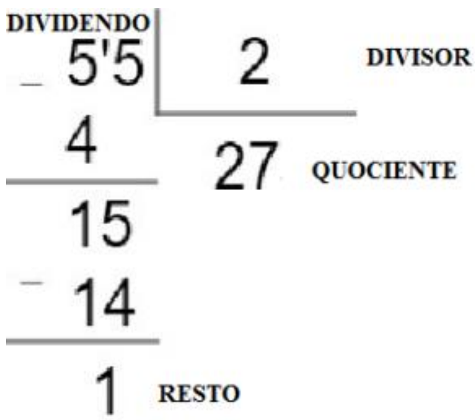


Figura 4: *Representação de divisão com resto.*

EXEMPLO:

Para realizar um campeonato de vôlei em uma escola, o professor de educação física decidiu dividir os 96 alunos em grupos. Sabendo que cada equipe para esse esporte deve ser composta por 6 pessoas, quantas equipes o professor conseguiu formar?

Resolução:

Para encontrar o número de equipes, basta dividir o número total de alunos pelo número de pessoas que deve conter em cada equipe.

```
dividendo →    9'6 |_6_  ←  divisor
              - 6    16  ←  quociente
               36
              - 36
resto     →      0
```

Portanto, não há resto na divisão e todos os alunos serão inseridos nas 16 equipes formadas.

Números primos

Um número é classificado como primo se ele é maior do que um e é divisível apenas por um e por ele mesmo. Apenas números naturais são classificados como primos. Antes de saber mais sobre o **número primo**, é importante relembrar algumas regras de divisibilidade, que ajudam na identificação de quais números não são primos.

Critérios de divisibilidade

Vejamos as principais regras de divisibilidade:

- ✓ **Divisibilidade por 2:** todo número par é divisível por 2. Os números pares são aqueles terminados em 0, 2, 4, 6 e 8.
- ✓ **Divisibilidade por 3**: um número é divisível por 3 se a soma dos seus algarismos der um número divisível por 3.
- ✓ **Divisibilidade por 4**: um número é divisível por 4 se ele for divisível duas vezes por 2 ou, então, se seus dois últimos algarismos forem divisíveis por 4.
- ✓ **Divisibilidade por 5**: todo número terminado em 0 ou 5 é divisível por cinco.
- ✓ **Divisibilidade por 6:** se um número for divisível por 2 e também divisível por 3, será divisível por 6.
- ✓ **Divisibilidade por 7:** um número é divisível por 7 se a diferença entre o dobro do último algarismo e o restante do número resultar em um número múltiplo de 7.
- ✓ **Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando termina em zero, ou seja, seu último algarismo for 0.

VOCÊ SABIA?

Para encontrar cada número primo menor do que 100, utilizamos o “**Crivo de Eratóstenes**”.

Na tabela a seguir (figura 5), cancelaremos os números que não são primos seguindo esta ordem:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Figura 5: *Tabela para encontrar os números primos de 1 à 100 (“Crivo de Eratóstenes”).*

- ✓ O número 1 estará fora, pois, pela condição inicial, os números primos são maiores que um (será destacado de **preto**);
- ✓ Os números terminados em 0, 2, 4, 6 e 8 estarão fora porque são divisíveis por dois (serão destacados **vermelho**);
- ✓ Os números terminados em 5 estarão fora porque são divisíveis por 5 (serão destacados de **azul**). Os números terminados em zero já foram cortados;
- ✓ Os números cuja soma dos algarismos for 3 estarão fora por serem divisíveis por três (serão destacados de **laranja**);
- ✓ Os números que são divisíveis por 7 serão retirados também (serão destacados de **verde**).

Os números destacados em amarelo são aqueles que só são divisíveis por 1 e por eles mesmos, isto é, não obedecem a nenhum dos critérios de divisibilidade que comentamos acima. Portanto, pelo “Crivo de

Eratóstenes", os números **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97** são os únicos números primos menores que 100.

Na imagem inicial do texto, há vários números primos entre 100 e 1000. Hoje já se conhece uma grande quantidade de números primos, mas não se sabe qual é o maior número primo existente. Esse é um dos grandes enigmas matemáticos que farão rico o seu desvendador.

"Há um prêmio milionário para aquele que descobrir o maior dos números primos".

MMC e MDC

Os cálculos de MMC e MDC estão ligados aos múltiplos e aos divisores de um número. Esse tipo de cálculo, aprendido no ensino fundamental, é essencial para resolver muitas questões e problemas no Enem.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O mínimo múltiplo comum, ou MMC, de dois ou mais números inteiros é o menor múltiplo inteiro positivo comum a todos eles.

- ✓ MMC entre 6 e 8 é 24 (denotado por MMC 6, 8 = 24), pois o menor múltiplo inteiro positivo comum deles é 24.
- ✓ MMC entre 5, 6 e 8 é 120 (denotado por MMC 5, 6, 8 = 120), pois o menor múltiplo inteiro positivo comum deles é 120.

O MMC é muito útil quando se adicionam ou subtraem frações, pois é necessário um mesmo denominador comum durante esses processos. Não é necessário que esse denominador comum seja o MMC, mas a sua escolha minimiza os cálculos.

EXEMPLO:

Calcule o MMC entre 8, 12 e 28:

Resolução:

- Primeiro...

Alinhamos os três números, 8, 12 e 28, e dividimos todos os números que podem ser divididos pelo primeiro primo 2.

Na linha de baixo anotamos cada quociente obtido:

$$\begin{array}{ccc|c} 8 & 12 & 28 & 2 \\ 4 & 6 & 14 & \end{array}$$

- Depois...

Repetimos esse procedimento sucessivamente com o 2, depois com o 3 e, depois com o 7, até que a última linha só contenha algarismos 1:

8	12	28	2
4	6	14	2
2	3	7	2
1	3	7	3
1	1	7	7
1	1	1	

- Por último...

Agora, multiplicamos todos os fatores primos na coluna da direita, obtendo o MMC procurado:

MMC 8, 12, 28 = 2 · 2 · 2 · 3 · 7 = 168

Portanto, o MMC entre 8, 12 e 28 é 168.

MMC 8, 12, 28 = 168

Máximo Divisor Comum (MDC)

O máximo divisor comum, ou MDC, de dois ou mais números inteiros é o maior divisor inteiro comum a todos eles.

- ✓ MDC entre 16 e 36 é o 4 (denotado por MDC 16, 36 = 8), pois o maior divisor inteiro comum a todos eles é 4.
- ✓ MDC entre 30, 54 e 72 é 6 (denotado por MDC 30, 54, 72 = 6) pois o maior divisor inteiro comum a todos eles é 6.

EXEMPLO:

Calcule o MMC entre 30, 36 e 72:

Resolução:

- Primeiro...

Alinhamos os três números, 30, 36 e 72, e dividimos todos os números que podem ser divididos pelo primeiro primo 2. Na linha de baixo anotamos cada quociente obtido:

30	36	72	2
15	18	36	

- Depois...

Repetimos esse procedimento com o próximo primo que divida os três quocientes e, assim, sucessivamente, até que não haja mais primos comuns:

30	36	72	2
15	18	36	3
5	9	12	

- Por último...

Agora, multiplicamos todos os fatores primos na coluna da direita, obtendo o MDC procurado:

MDC 30, 36, 72 = 2 · 3 = 6

Portanto, o MDC entre 30, 36 e 72 é 6.

MMC 30, 36, 72 = 6

Frações

Representação de uma fração

Fração é a representação matemática das partes de determinada quantidade que foi dividida em pedaços ou fragmentos iguais. As frações são úteis em várias situações, principalmente para representar algo que não conseguimos apresentar através de números naturais.

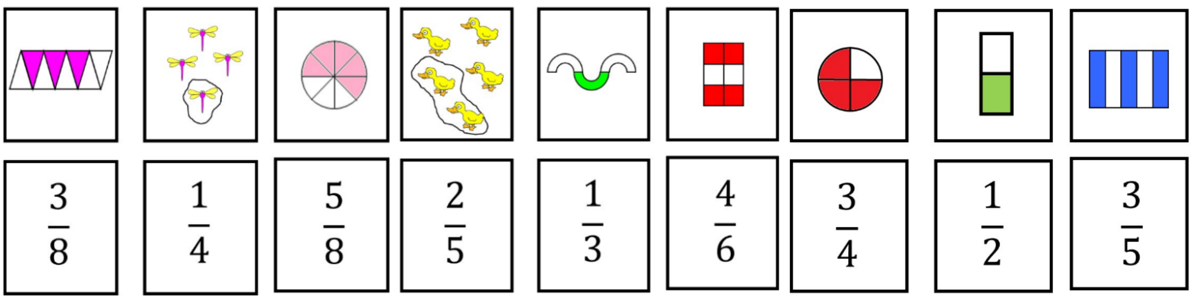


Figura 6: *Representação de fração.*

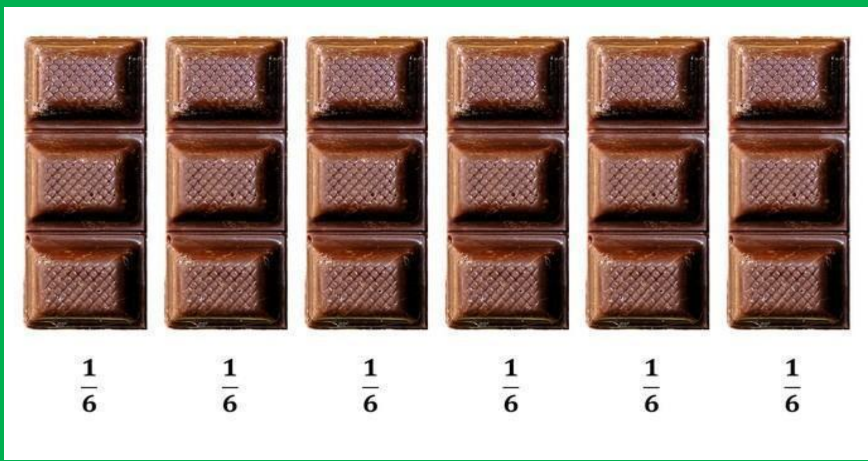
EXEMPLO:

Observe a barra de chocolate a seguir e responda: quantos quadradinhos deve-se comer para consumir 5/6 da barra?

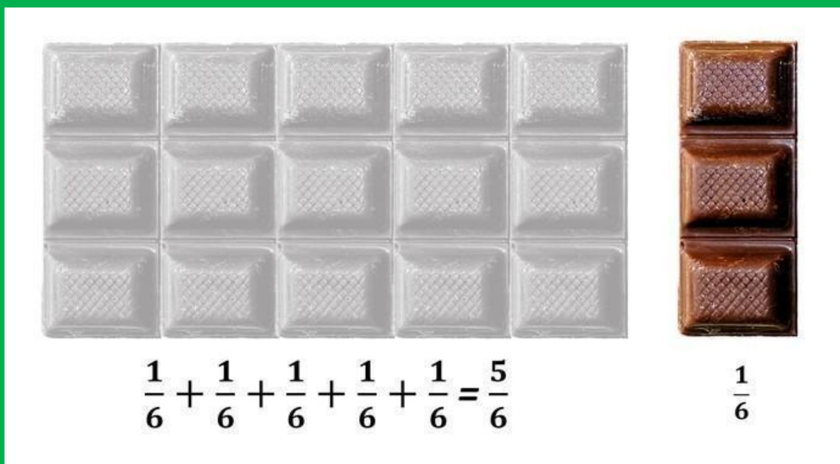
Figura 7: *Barra de chocolate.*

Resolução:

Se contarmos quantos quadradinhos de chocolate temos na barra apresentada na imagem encontraremos o número de 18. O denominador da fração consumida (5/6) é 6, ou seja, a barra foi dividida em 6 partes iguais, cada uma com 3 quadradinhos.



Para consumir a fração de 5/6 então devemos pegar 5 pedaços de 3 quadradinhos cada e, assim, consumir 15 quadradinhos de chocolate.



RESPOSTA: 15 quadrinhos.

VOCÊ SABIA?

A história das frações

A história das frações remonta o Antigo Egito (3.000 a.C.) e traduz a necessidade e a importância para o ser humano acerca dos números fracionários. Naquele tempo, os matemáticos marcavam suas terras para delimitá-las. Com isso, nas épocas chuvosas o rio passava do limite e inundava muitas terras e, consequentemente, as marcações. Diante disso, os matemáticos resolveram demarcá-las com cordas a fim de resolver o problema inicial das enchentes. Contudo, notaram que muitos terrenos não eram compostos somente por números inteiros, havia os terrenos que mediam partes daquele total. Foi a partir disso, que os geômetras dos faraós, começaram a utilizar os números fracionários. Note que a palavra Fração é proveniente do latim *fractus* e significa “partido”.

Operações com frações

Adição de frações

Para somar frações é necessário identificar se os denominadores são iguais ou diferentes. Se forem iguais, basta repetir o denominador e somar os numeradores. Contudo, se os denominadores são diferentes, antes de somar devemos transformar as frações em frações equivalentes de mesmo denominador. Neste caso, calculamos o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre os denominadores das frações que queremos somar, esse valor passa a ser o novo denominador das frações.

Além disso, devemos dividir o MMC encontrado pelo denominador e o resultado multiplicamos pelo numerador de cada fração. Esse valor passa a ser o novo numerador.

EXEMPLOS:

$$a)\ \frac{5}{9}+\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$$

$$b)\ \frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{3.1+5.2}{15}=\frac{3+10}{15}=\frac{13}{15}$$

$$c)\ \frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}=\frac{10.1+15.1+6.2}{30}=\frac{10+15+12}{30}=\frac{37}{30}$$

Subtração de frações

Para subtrair frações temos que ter o mesmo cuidado que temos na soma, ou seja, verificar se os denominadores são iguais. Se forem, repetimos o denominador e subtraímos os numeradores. Se forem diferentes, fazemos os mesmos procedimentos da soma, para obter frações equivalentes de mesmo denominador, aí sim podemos efetuar a subtração.

EXEMPLOS:

$a)\ \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{1}{8}$

$b)\ \frac{6}{7} - \frac{1}{3} = \frac{3.6 - 7.1}{21} = \frac{18 - 7}{21} = \frac{11}{21}$

Multiplicação de frações

A multiplicação de frações é feita multiplicando os numeradores entre si, bem como seus denominadores.

EXEMPLOS:

$a)\ \frac{3}{4} . \frac{1}{5} = \frac{3.1}{4.5} = \frac{3}{20}$

$b)\ \frac{7}{8} . \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$

$c)\ \frac{1}{2} . \frac{1}{3} . \frac{5}{7} = \frac{1.1.5}{2.3.7} = \frac{5}{42}$

Divisão de frações

Na divisão entre duas frações, multiplica-se a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja, inverte-se o numerador e o denominador da segunda fração.

EXEMPLOS:

$a)\ \frac{3}{4} : \frac{3}{2} = \frac{3}{4} . \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$b)\ \frac{15}{8} : 3 = \frac{15}{8} . \frac{1}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

$c)\ \frac{3}{8} : \frac{15}{2} = \frac{3}{8} . \frac{2}{15} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$

Números decimais

Os números decimais são números racionais (Q) não inteiros expressos por vírgulas e que possuem casas decimais, por exemplo: 1,54; 4,6; 8,9, etc. Eles podem ser positivos ou negativos.

As casas decimais são contadas a partir da vírgula, por exemplo: o número 12,451 possui três casas decimais, ou seja, três algarismos após a vírgula (algarismos 4, 5 e 1).

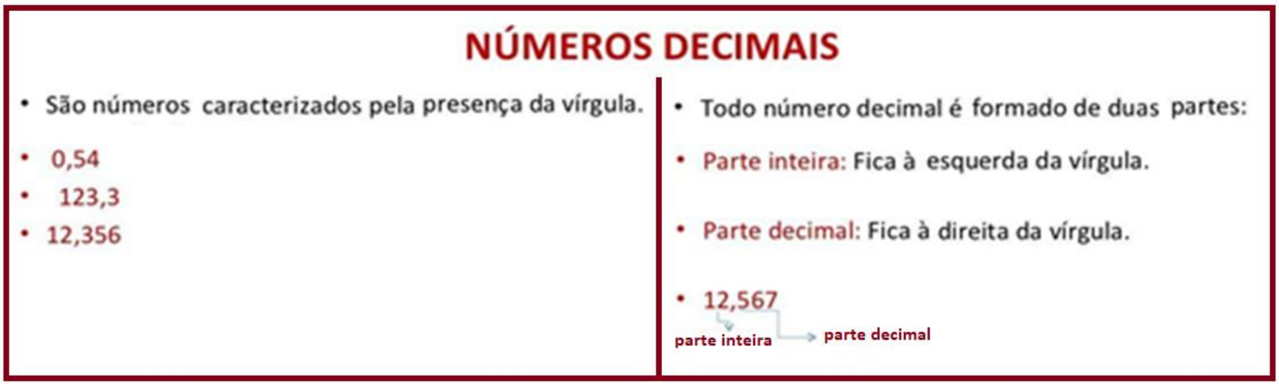


Figura 8: *Conceitos sobre os números decimais.*

OBSERVAÇÕES:

Os números decimais são aqueles que pertencem ao conjunto dos números racionais (Q) e são escritos com a utilização de uma vírgula. Esses números são formados por uma parte inteira e uma parte decimal, que se apresenta à direita da vírgula.

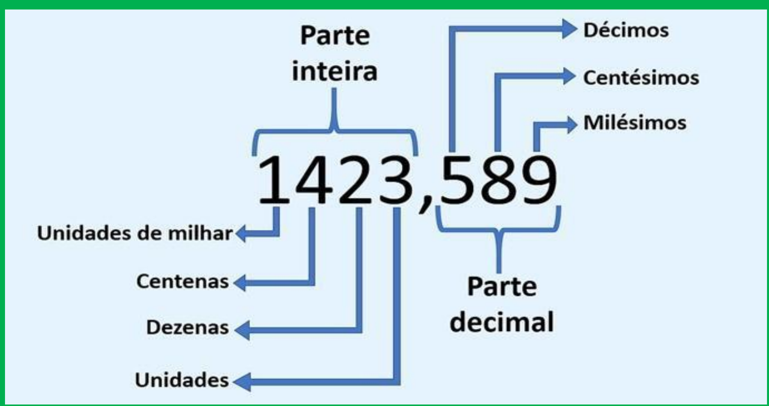


Figura 9: *Estrutura de um número decimal (ordens e partes).*

Operações com números decimais

As operações matemáticas básicas – adição, subtração, multiplicação e divisão – são realizadas com os números decimais mediante a aplicação de algumas regras que veremos a seguir.

Adição de números decimais

Na soma de números decimais, devemos somar os respectivos números de cada casa decimal, ou seja, décimos são somados com décimos, centésimos com centésimos e milésimos com milésimos. Para facilitar os cálculos, escreva os números de forma que as vírgulas fiquem uma abaixo da outra e no resultado a vírgula também deve estar alinhada.

EXEMPLOS:

a) 0,6 + 1,2

$$\begin{array}{r} 0{,}6 \\ +\ 1{,}2 \\ \hline 1{,}8 \end{array}$$

Portanto, 0,6 + 1,2 = 1,8.

Se um número apresentar mais casas decimais que o outro, você pode adicionar zeros ao número com menos casas após a vírgula para igualar a quantidade de termos.

b) 2,582 + 5,6 + 7,31

$$\begin{array}{rcccc} \text{U} & & \text{d} & \text{c} & \text{m} \\ \overset{1}{2} & , & 5 & 8 & 2 \\ 5 & , & 6 & 0 & 0 \\ +\ 7 & , & 3 & 1 & 0 \\ \hline 15 & , & 4 & 9 & 2 \end{array}$$

Portanto, 2,582 + 5,6 + 7,31 = 15,492.

Subtração de números decimais

Assim como na adição, a subtração de números decimais deve ser feita alinhando-se às vírgulas.

EXEMPLOS:

a) 3,57 – 1,45

$$\begin{array}{rccc} \text{U} & & \text{d} & \text{c} \\ 3 & , & 5 & 7 \\ -\ 1 & , & 4 & 5 \\ \hline 2 & , & 1 & 2 \end{array}$$

Portanto, 3,57 – 1,45 = 2,12.

b) 15,879 – 12,564

$$\begin{array}{rcccccc} & D & U & & d & c & m \\ & 1 & 5 & , & 8 & 7 & 9 \\ - & 1 & 2 & , & 5 & 6 & 4 \\ \hline & 0 & 3 & , & 3 & 1 & 5 \end{array}$$

Portanto, 15,879 – 12,564 = 3,315.

Multiplicação de números decimais

A operação de multiplicação com números decimais pode ser feita efetuando uma multiplicação normalmente e ao resultado adiciona-se uma vírgula para que o número de casas decimais seja igual à soma das casas decimais dos números multiplicados. Outra maneira é escrever os números decimais na forma de fração e multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

EXEMPLOS:

<u>Multiplicação de um número decimal por um número natural</u>

Ao multiplicar um número decimal por um número natural devemos repetir no resultado o número de casas decimais.

a) 3,25 x 4

$$\begin{array}{rcccc} & \overset{1}{3} & , & \overset{2}{2} & 5 \\ \times & & & & 4 \\ \hline 1 & 3 & , & 0 & 0 \end{array}$$

Isso seria o mesmo que:

$$\text{I. } 4 \times 3{,}25 = 3{,}25 + 3{,}25 + 3{,}25 + 3{,}25 = 13$$

$$\text{II. } 4 \times 3{,}\underline{25} = 4 \times \frac{325}{100} = \frac{13\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 13$$

<u>Multiplicação entre números decimais</u>

Para multiplicar números decimais realizamos, primeiramente, a multiplicação normalmente, sem levar em consideração a vírgula. Após isso, no resultado deve ser acrescentado a vírgula com o número de casas decimais após ela que corresponde à soma das casas decimais dos números multiplicados.

b) 3,5 x 2,5

Método 1:

$$
\begin{array}{rl}
3{,}5 & \leftarrow \text{um algarismo após a vírgula} \\
\times\ 2{,}5 & \leftarrow \text{um algarismo após a vírgula} \\
\hline
175 & \\
70+ & \\
\hline
8{,}75 & \leftarrow \text{dois algarismos após a vírgula}
\end{array}
$$

Método 2:

$$3{,}\underline{5} \times 2{,}\underline{5} = \frac{35}{10} \times \frac{25}{10} = \frac{35 \times 25}{10 \times 10} = \frac{875}{100} = 8{,}75$$

<u>Multiplicação de um número decimal por 10, 100, 1000, ...</u>

Quando multiplicamos um número decimal por 10, 100, 1000, ... devemos "andar" com a vírgula para direita de acordo com o número de zeros.

c)

$$5{,}4321 \times 10 = 54{,}321$$
$$5{,}4321 \times 100 = 543{,}21$$
$$5{,}4321 \times 1000 = 5432{,}1$$

Portanto, ao multiplicar por:

- 10, "andamos" com a vírgula uma casa para direita;
- 100, "andamos" com a vírgula duas casas para direita;
- 1000, "andamos" com a vírgula três casas para direita e assim sucessivamente.

Divisão de números decimais

Para efetuar a divisão, tanto o dividendo quanto o divisor devem ter o mesmo número de casas decimais.

EXEMPLOS:

<u>Divisão de um número decimal por outro número decimal</u>

Se, por exemplo, os dois termos da divisão possuem um algarismo à direita da vírgula, então podemos multiplicar por 10 e eliminá-la.

a) 3,5 : 0,5

1º passo:

$$3{,}\underline{5} \div 0{,}\underline{5} \xrightarrow{\times 10} 35 \div 5$$

2º passo:

$$\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ \underline{-\ 35} & 7 \\ 0 & \end{array}$$

Portanto, 3,5 ÷ 0,5 = 7.

<u>Divisão de um número decimal por um número natural</u>

Para efetuar esse tipo de divisão, devemos reescrever o divisor para que apresente o mesmo número de casas decimais que o dividendo. Após isso, eliminamos a vírgula, multiplicando os dois termos por 10, 100, 1000… de acordo com o número de casas decimais, e realizamos a divisão.

b) 20,5 : 5

1º passo:

$$20{,}5 \div 5 \rightarrow 20{,}5 \div 5{,}0$$

2º passo:

$$20{,}5 \div 5{,}0 \xrightarrow{x\ 10} 205 \div 50$$

3º passo:

$$\begin{array}{r|l} 205 & 50 \\ \underline{-\ 200} & 4 \\ 5 & \end{array}$$

Observe que ocorreu uma divisão não exata, ou seja, a operação apresenta resto. Para continuar, devemos adicionar uma vírgula ao divisor e um zero ao resto.

4º passo:

$$\begin{array}{r|l} 205 & 50 \\ \underline{-\ 200} & 4{,}1 \\ 50 & \\ \underline{-\ 50} & \\ 0 & \end{array}$$

Portanto, 20,5 ÷ 5 = 4,1.

<u>Divisão de um número natural por um número decimal</u>

Para efetuar a divisão, devemos adicionar uma vírgula ao dividendo e, em seguida, colocamos algarismos zeros à direita da vírgula igual ao número de casas decimais do divisor.

Se, por exemplo, o divisor apresenta uma casa decimal, então adicionamos uma vírgula seguida de um algarismo 0 ao dividendo. Multiplicando os dois termos por 10, eliminamos a vírgula e realizamos a operação normalmente.

c) 14 : 0,7

1º passo:

$$14 \div 0{,}7 \rightarrow 14{,}0 \div 0{,}7$$

2º passo:

$$14{,}\underline{0} \div 0{,}7 \xrightarrow{x\,10} 140 \div 7$$

3º passo:

$$\begin{array}{rl} 14'0 & \underline{|\ 7\ \ } \\ \underline{-\ 14} & \ \ 20 \\ 00 & \\ \underline{-\ 00} & \\ 0 & \end{array}$$

Portanto, $14 \div 0{,}7 = 20$.

Potenciação

Potenciação ou exponenciação é a forma de abreviar a multiplicação de uma sequência de fatores iguais. Dessa forma, quando multiplicamos um número sucessivas vezes, podemos abreviar elevando-o a quantidade de vezes que o número é multiplicado.

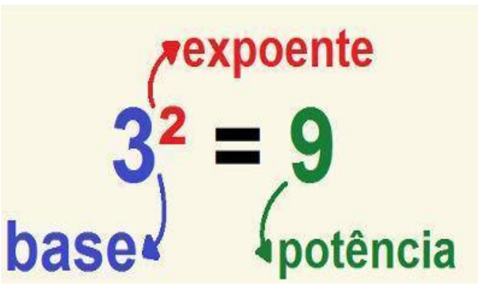


Figura 10: *Representação de potenciação.*

EXEMPLO:

Sabendo que o valor de 5^7 é 78 125, qual o resultado de 5^8?

Resolução:

Como sabemos o valor de 5^7, transformamos o número 5^8 da seguinte forma:

$$5^8 = 5^7 . 5\text{, pois } 5^7 . 5 = 5^{7+1} = 5^8$$

Sendo assim, para encontrar o resultado, precisamos apenas substituir o valor de 5^7 e multiplicar por 5.

$$5^7 . 5 = 78\,125 . 5 = 390\,625$$

RESPOSTA: 390 625.

Radiciação

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo uma determinada quantidade de vezes dá um valor que conhecemos.

Termos da radiciação e cálculo de uma raiz

Os termos de uma radiciação e sua representação é dada na figura a seguir (*figura 11*):

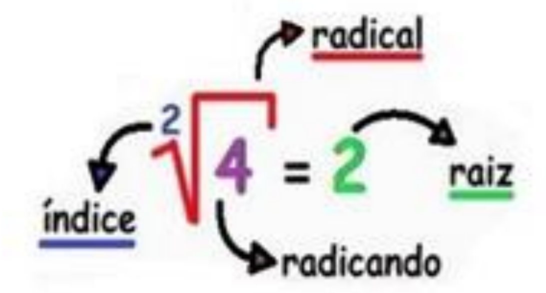


Figura 11: *Representação e termos da radiciação.*

Já o cálculo de uma raiz é simples, basta encontrar o número que multiplicado por ele mesmo a quantidade de vezes indicada no índice resulta no valor do radicando.

Ou seja, a raiz quadrada de 4 é 2, pois o índice sendo 2 e o radicando 4, temos que o número 2 é o número que multiplicado por ele mesmo duas vezes dá 4.

Se o índice fosse 3 e o radicando fosse 64, a raiz cúbica dessa radiciação seria 4, pois multiplicando o 4 por si mesmo 3 vezes, teríamos 4 vezes 4 vezes 4 que é igual a 64.

EXEMPLO:

a) Qual é a raiz de $\sqrt{36}$?

No exemplo temos o índice igual a 2 e o radicando igual a 36, assim temos um radical com nome raiz quadrada de trinta e seis, cuja raiz será o número que multiplicado por si mesmo 2 vezes dará 36.

RESPOSTA: 6

(Pois, 6 vezes 6 é igual a 36)

$$\sqrt{36} = 6, pois\ 6 \,.\, 6 = 36$$

b) Qual é a raiz de $\sqrt[3]{125}$?

No exemplo temos o índice igual a 3 e o radicando igual a 125, assim temos um radical com nome raiz cúbica de cento e vinte e cinco, cuja raiz será o número que multiplicado por si mesmo 3 vezes dará 125.

RESPOSTA: 5

(Pois, 5 vezes 5 vezes 5 é igual a 125)

$$\sqrt[3]{125} = 5, pois\ 5 \,.\, 5 \,.\, 5 = 125$$

OBSERVAÇÕES:

- ✓ Quando não aparecer o valor do índice em um radical, significa que ele vale 2.
- ✓ Quando o valor do índice é 2 e do radicando é 9, o nome do radical será raiz quadrada de nove.
- ✓ Quando o valor do índice é 3 e do radicando é 8, o nome do radical será raiz cúbica de oito.
- ✓ Quando o valor do índice é 4 e do radicando é 16, o nome do radical será raiz quarta de dezesseis.
- ✓ Quando o valor do índice é 5 e do radicando é 32, o nome do radical será raiz quinta de trinta.

Portanto, temos que o nome de um radical depende do valor de seu índice e de seu radicando, cuja nomenclatura seguirá a lógica dos exemplos citados acima.

SE LIGA NA CHARADA!

PERGUNTA:

O que o zero (0) disse para o oito (8)?

RESPOSTA:

Que cinto maneiro.

GRANDEZAS E MEDIDAS

Sistema Internacional de Unidades (SI)

Vejamos uma tabela que mostra a relação entre Grandeza, Nome da Unidade e Símbolo, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI):

Nome	Símbolo	Grandeza
Metro	m	Comprimento
Metro cúbico	m³	Volume
Metro quadrado	m²	Área
Segundo	s	Tempo
Quilograma	kg	Massa
Hertz	hz	Freqüência
Watt	w	Fluxo de energia, potência
Ampére	a	Medir corrente elétrica
Volts	v	Medir tensão elétrica
Litro	l	Volume
Tonelada	t	Massa
Minuto	min	Tempo = 60 s
Horas	h	Tempo = 3600 s
Newton	n	Medir força

***Figura 12**: Tabela indicando a relação entre Grandeza, Unidade e Símbolo de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI).*

Medidas de comprimento

As medidas de comprimento são os mecanismos de medição mais utilizados no dia a dia. O **metro** é a unidade de medida principal para medir comprimento. A partir do metro são obtidas outras medidas de comprimentos que são múltiplos e submúltiplos do metro. Os múltiplos do metro são: decâmetro (dam)**,** hectômetro (hm) **e** quilômetro (km)**;** os submúltiplos são: milímetro (mm)**,** centímetro (cm) **e** decímetro (dm)**.**

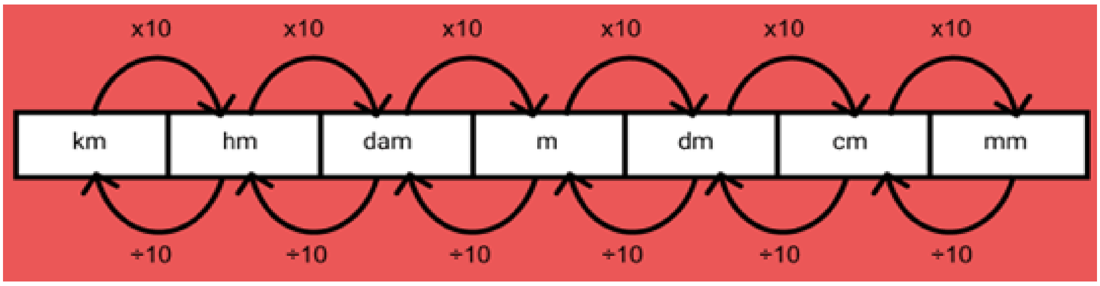


***Figura 13:** Representação de conversão de unidade de medidas de comprimento.*

As principais relações nas medidas de comprimento são:

- ✓ Quilômetros → 1 km = 1.000 m.
- ✓ Hectômetro → 1 hm = 100 m.
- ✓ Decâmetro → 1 dam = 10 m.

- ✓ Metro → 1 m.
- ✓ Decímetro → 1 dm = 0,1 m.
- ✓ Centímetro → 1 cm = 0,01 m.
- ✓ Milímetro → 1 mm = 0,001 m.

EXEMPLO:

Fazendo a conversão de 12 km para metro, quanto obtemos?

Resolução:

Para converter 12 km em metros devemos multiplicar o 12 por 10^3, ou seja, por:

10 x 10 x 10 ou direto por 1 000

Fazendo os cálculos temos:

12 x 10 x 10 x 10 = 12 000 m

RESPOSTA: 12 000 m.

*"Note que **multiplicar por 1 000** é o mesmo que "**andar**" com a vírgula **três casas para direita**."*

Medidas de área

Área é um conceito matemático que pode ser definida como quantidade de espaço bidimensional, ou seja, de superfície. Existem várias unidades de medida de área, sendo a mais utilizada o metro quadrado (m²) e os seus múltiplos: decâmetros ao quadrado (dam²), hectômetro ao quadrado (hm²) e quilômetro ao quadrado (km²) e os submúltiplos: decímetro ao quadrado (dm²), centímetro ao quadrado (cm²) e milímetro ao quadrado (mm²).

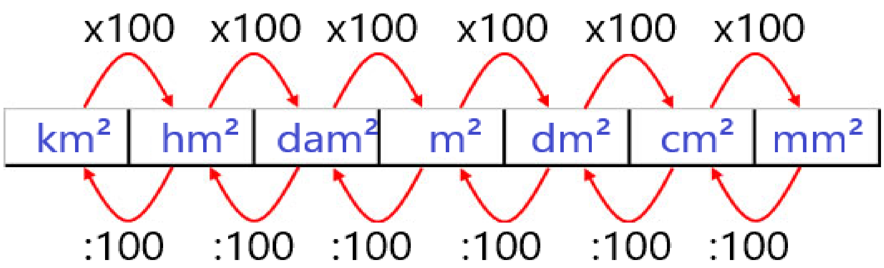


Figura 14: *Representação de conversão de unidade de medidas de área.*

As principais relações nas medidas de superfície ou área são:

- ✓ Quilômetro quadrado → 1 km² = 1.000.000 m² = 10^6 m².
- ✓ Hectômetro quadrado → 1 hm² = 10.000 m² = 10^4 m².

- ✓ Decâmetro quadrado → 1 dam² = 100 m² = 10^2 m².
- ✓ Metro quadrado → 1 m².
- ✓ Decímetro quadrado → 1 dm² = 0,01 m² = 10^{-2} m².
- ✓ Centímetro quadrado → 1 cm² = 0,0001 m² = 10^{-4} m².
- ✓ Milímetro quadrado → 1 mm² = 0,000001 m² = 10^{-6} m².

EXEMPLO:

2 km² equivale a quantos metros quadrados?

Resolução:

Para converter 2 km² para m², basta multiplicar o 2 por 100^3, ou seja, por:

100 x 100 x 100 ou direto por 1 000 000

Fazendo os cálculos temos:

2 x 100 x 100 x 100 = 2 000 000 m²

RESPOSTA: 2 000 000 m³.

*"Note que **multiplicar por 1 000 000** é o mesmo que "**andar**" com a vírgula **seis casas para direita**."*

Medidas de volume

A medida de volume no sistema internacional de unidades (SI) é o metro cúbico (m³). As unidades do sistema métrico decimal de volume são: quilômetro cúbico (km³), hectômetro cúbico (hm³), decâmetro cúbico (dam³), metro cúbico (m³), decímetro cúbico (dm³), centímetro cúbico (cm³) e milímetro cúbico (mm³). As transformações entre os múltiplos e submúltiplos do m³ são feitas multiplicando ou dividindo por 1000.

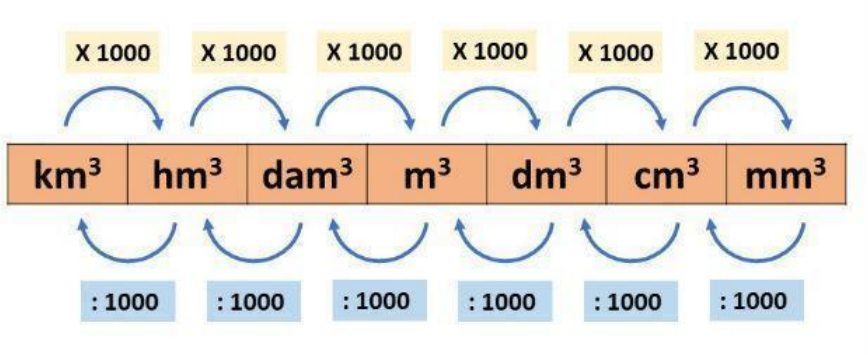


Figura 15: *Representação de conversão de unidade de medidas de volume.*

As principais relações nas medidas de volume são:

- ✓ Quilômetro cúbico → 1 $km^3 = 10^9\ m^3$ = 1.000.000.000 m^3.
- ✓ Hectômetro cúbico → 1 $hm^3 = 10^6\ m^3$ = 1.000.000 m^3.
- ✓ Decâmetro cúbico → 1 $dam^3 = 10^3\ m^3$ = 1.000 m^3.
- ✓ Metro cúbico → 1 m^3.
- ✓ Decímetro cúbico → 1 $dm^3 = 10^{-3}\ m^3$ = 0,001 m^3.
- ✓ Centímetro cúbico → 1 $cm^3 = 10^{-6}\ m^3$ = 0,000001 m^3.
- ✓ Milímetro cúbico → 1 $mm^3 = 10^{-9}\ m^3$ = 0,000000001 m^3.

EXEMPLO:

Efetue a seguinte transformação: 6 m^3 em dm^3.

Resolução:

Basta multiplicar o 6 por 1 000. Assim temos:

$$\mathbf{6 \times 1\ 000 = 6\ 000\ dm^3}$$

RESPOSTA: 6 000 dm^3.

*"Note que **multiplicar por 1 000** é o mesmo que "**andar**" com a vírgula **três casas para direita**."*

Medidas de massa

As medidas de massa são usadas quando queremos definir a quantidade exata de massa de um corpo. No nosso cotidiano, usamos o quilograma e o grama para medir essa quantidade em determinados objetos. A unidade de medida padrão para a massa no sistema internacional de medidas é o quilograma (kg), que pode ser divididos em 7 múltiplos e submúltiplos do grama: quilograma (kg), hectograma (hg), decagrama (dag), grama (g), decigrama (dg), centigrama (cg) **e** miligrama (mg).

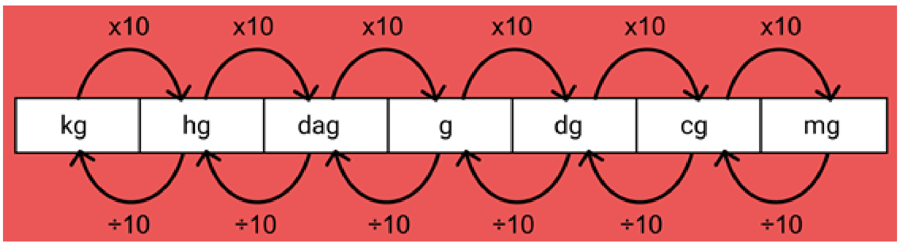


Figura 16: *Representação de conversão de unidade de medidas de massa.*

As principais relações nas medidas de massa são:

- ✓ Quilograma → 1 kg = 1.000 g.
- ✓ Hectograma → 1 hg = 100 g.
- ✓ Decagrama → 1 dag = 10 g.
- ✓ Grama → 1 g.
- ✓ Decigrama → 1 dg = 0,1 g.
- ✓ Centigrama → 1 cg = 0,01 g.
- ✓ Miligrama → 1 mg = 0,001 g.

EXEMPLO:

Converta 4 kg em mg.

Resolução:

Converter 4 kg para mg é o mesmo que multiplicar o 4 por 10^6, ou seja, por:

10 x 10 x 10 x 10 x 10 x10 ou direto por 1 000 000

Fazendo os cálculos temos:

4 x 1 000 000 = 4 000 000 mg

RESPOSTA: 4 000 000 mg.

*"Note que **multiplicar por 1 000 000** é o mesmo que "**andar**" com a vírgula **seis casas para direita**."*

Medidas de capacidade

As medidas de capacidade são grandezas utilizadas para estimar uma quantidade que está inserida em um reservatório/recipiente, ou seja, são empregadas na medição de líquidos. Ainda pode-se dizer que tais medidas são usadas para definir o volume no interior de um recipiente. Mas, antes de conhecer as unidades de medidas de capacidade é importante fazer a distinção entre alguns termos. Quando falarmos em volume, estamos nos referindo ao espaço que um corpo é capaz de ocupar. Mas ao falar de capacidade, estamos nos referindo ao volume de líquido que pode ser acomodado dentro do recipiente.

O litro foi definido pelo Sistema Internacional de Unidades (SI) como a unidade padrão de medidas de capacidade podendo ser utilizados também os seus múltiplos que são o quilolitro (kl), hectolitro (hl) e decalitro (dal), todos maiores que o litro e os submúltiplos que são menores que o litro e denominados por decilitro (dl), centilitro (cl) e mililitro (ml).

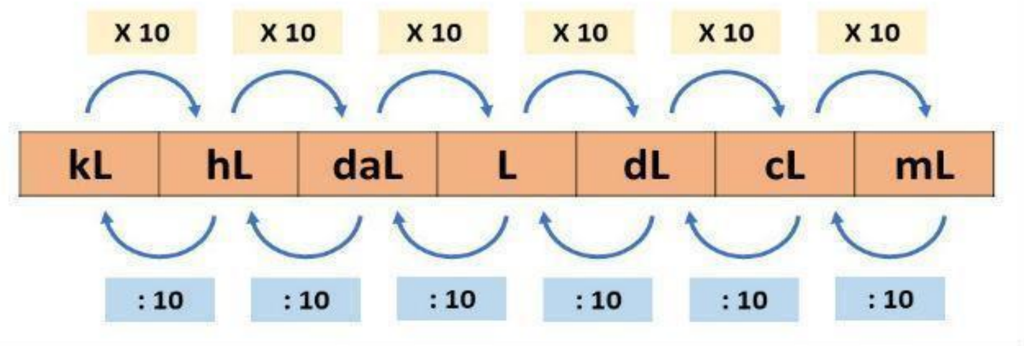


Figura 17: *Representação de conversão da unidade de medida de capacidade.*

As principais relações nas medidas de capacidade são:

- ✓ Quilolitro → 1 kL = 1.000 L.
- ✓ Hectolitro → 1 hL = 100 L.
- ✓ Decalitro → 1 daL = 10 L.
- ✓ Litro → 1 L.
- ✓ Decilitro → 1 dL = 0,1 L.
- ✓ Centilitro → 1 cL = 0,01 L.
- ✓ Mililitro → 1 mL = 0,001 L.

EXEMPLO:

Transforme 30 mL para em L.

Resolução:

Para transformar de 30 mL para L devemos dividir o número 30 por 10^3, ou seja, dividir por:

10 x 10 x 10 ou direto por 1 000

Calculando temos:

30 : 1 000 = 0,03 L

RESPOSTA: 0,03 L.

*“Note que **dividir por 1000** é o mesmo que "**andar**" com a vírgula **três casas para esquerda**.”*

Medidas de tempo

Existem diversas unidades de medida de tempo, por exemplo: a hora, o dia, o mês, o ano, o século. No sistema internacional de medidas a unidades de tempo é o segundo (s). Para medir o tempo utilizamos relógios que são dispositivos que medem eventos que acontecem em intervalos regulares.

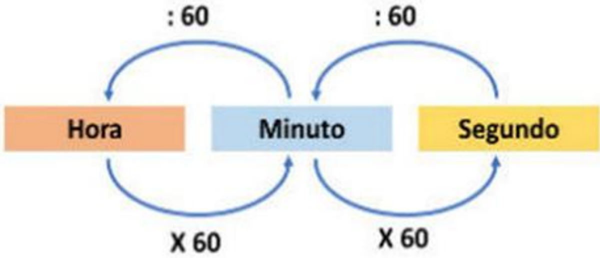


Figura 18: *Representação de conversão das medidas de tempo.*

Unidade	Corresponde a
1 dia	24 horas
1 semana	7 dias
1 quinzena	15 dias
1 bimestre	2 meses
1 trimestre	3 meses
1 quadrimestre	4 meses
1 semestre	6 meses
1 ano	365 dias ou 12 meses
1 década	10 anos
1 século	100 anos
1 milênio	1 000 anos

Figura 19: *Representação de unidades de medidas de tempo.*

Relações entre dias, horas, minutos e segundos:

- ✓ 1 minuto (min) = 60 segundos (s).
- ✓ 1 hora (h) = 60 minutos (min) = 3.600 segundos (s).
- ✓ 1 dia = 24 horas (h) = 1.440 minutos (min) = 86.400 segundos (s).

EXEMPLO:

a) Uma hora tem quantos segundos?

Resolução:

Como uma hora tem 60 minutos, e um minuto tem 60 segundos, então basta multiplicar os 60 minutos por 60 segundos.

60 x 60 = 3 600 s

RESPOSTA: 3 600 s.

b) Converter 3 horas para segundos:

3 h x 60 x 60 = 10.800 s

c) Converter 3 horas para minutos:

3 h x 60 = 180 min

d) Converter 3.600 segundos para horas:

3 600 s ÷ 60 ÷ 60 = 1 h

e) Converter 180 minutos para horas:

180 min ÷ 60 = 3 h

f) Converter 10.800 segundos para minutos:

10 800 s ÷ 60 = 180 min

Medidas agrárias

As medidas agrárias são muito utilizadas para medir áreas rurais, comuns na vida de fazendeiros, produtores e cidadãos que possuem chácara ou fazenda.

São elas:

✓ Are (a).

✓ Hectare (ha).

✓ Alqueire.

EXEMPLO:

Dificilmente se ouve falar:

*"Seu João comprou uma fazenda de **100 000 m²**."*

O mais comum é dizer:

*"Seu João comprou uma fazenda com **10 hectares**."*

As medidas de áreas rurais são diferentes das medidas urbanas (metro, centímetro, milímetro, etc.). Mas, elas se relacionam entre si.

Vejamos as referências:

1 a = **100 m²**

(*um are corresponde a cem metros quadrados*)

1 ha = **100 a** = **10.000 m²**

(um hectare corresponde a cem ares ou a dez mil metros quadrados)

Além do Are (a) e do Hectare (ha) citados no exemplo anterior, outra medida agrária bastante utilizada é o alqueire. No Brasil ela varia de acordo com a região. Por isso, ao trabalhar cálculos envolvendo alqueires, será necessário saber em relação a qual região se está trabalhando.

Os alqueires mais usados e suas respectivas regiões são:

- ✓ 1 alqueire nortista → 27.225 m^2 = 2,72 ha.
- ✓ 1 alqueire mineiro → 48.400 m^2 = 4,84 ha.
- ✓ 1 alqueire paulista → 24.200 m^2 = 2,42 ha.
- ✓ 1 alqueire baiano → 96.800 m^2 = 9,68 ha.

PAUSA PARA REFLETIR...

As leis da natureza são apenas os pensamentos matemáticos de Deus.

Euclides de Alexandria.

PORCENTAGEM

A **porcentagem** é uma das áreas da matemática mais conhecidas, praticamente utilizada em todas as outras. Em exemplo, podemos citar algumas situações como: quando queremos comparar grandezas, estimar o crescimento de algo e expressar uma quantidade de aumento ou desconto do preço de alguma mercadoria.

Vemos porcentagem a todo momento, e mesmo quando não percebemos, estamos fazendo uso dela. A porcentagem é uma razão, cujo denominador é igual a 100. Ela costuma ser indicada pelo símbolo:

%

(*símbolo de porcentagem*)

Representação de porcentagem

Existem três formas de representarmos uma porcentagem:

- ✓ Na forma percentual;
- ✓ Na forma fracionária;
- ✓ Na forma decimal.

Veja as três formas citadas na tabela a seguir:

Forma percentual	Forma fracionário	Forma decimal
10%	$^{10}/_{100}$	0,1
30%	$^{30}/_{100}$	0,3
5,3%	$^{5,3}/_{100}$	0,053

Figura 20: *Tabela com as formas de se representar a porcentagem.*

Cálculo de porcentagem

Existem várias formas de se calcular porcentagem. Além de poder utilizar a porcentagem em forma fracionária ou decimal para o cálculo, também é possível usar o processo da regra de três simples, isso fica a escolha do cursista.

EXEMPLOS:

a) Imagine um produto que custa R$ 80,00 sendo vendido à vista, com desconto de 5%. Qual será o valor do desconto?

Vamos desenvolver o cálculo dessa porcentagem utilizando três formas diferentes, as quais chegarão no mesmo resultado como solução.

Solução utilizando a forma fracionária:

$$5\% \; de \; 80$$

$$\frac{5}{100} \, . \, 80$$

$$\frac{5}{100} \, . \, \frac{80}{1}$$

$$\frac{400}{100} = 4$$

RESPOSTA: R$ 4,00.

Solução utilizando a forma decimal:

$$5\% \; de \; 80$$

0,05 . 80 = 4

(*5% equivale a 0,05 que é o mesmo que 5 dividido por 100 que é igual a R$ 4,00*)

RESPOSTA: R$ 4,00.

Solução utilizando a regra de três:

R$	%
80	100
x	5

$$\frac{80}{x} = \frac{100}{5}$$

$$100 \,.\, x = 5 \,.\, 80$$

$$100x = 400$$

$$x = \frac{400}{100}$$

$$x = 4$$

RESPOSTA: R$ 4,00.

Portanto, independente da forma utilizada, o desconto será de R$ 4,00.

b) Se um corretor de imóveis vender um imóvel no valor de R$ 500.000,00 e sua comissão for de 2% do valor de venda do imóvel, qual será sua comissão?

Resolução:

$$2\% \; de \; 500\,000$$

$$\frac{2}{100} \;.\; 500\,000$$

$$\frac{2}{100} \;.\; \frac{500\,000}{1}$$

$$\frac{1\,000\,000}{100} = 10\,000$$

RESPOSTA: R$ 10 000,00.

Portanto, a comissão desse corretor de imóveis será de R$ 10 000,00.

TABELAS E GRÁFICOS

Tabelas

Tanto as tabelas quanto os gráficos são muito utilizados para organização de dados e representação de resultados em pesquisas estatísticas.

Tabelas Simples

Usada para apresentar a relação entre uma informação e outra, como produto e preço ilustrado *(figura 21)*. É formada por duas colunas e deve ser lida horizontalmente.

PRODUTO	PREÇO
Chocolate em barra	R$ 0,50
Maçã	R$ 1,00
Banana	R$ 0,70
Biscoito	R$ 3,00
Pão com queijo	R$ 1,50
Pão com geleia	R$ 1,20
Granola	R$ 2,50
Suco de laranja	R$ 1,75

Figura 21: *Representação de tabela simples.*

Tabelas de dupla entrada

Útil para mostrar dois ou mais tipos de dados (como altura e peso, por exemplo) sobre um item/nome. Deve ser lida na **vertical** e na **horizontal** simultaneamente para que as linhas e as colunas sejam relacionadas, como ilustrado *(figura 22).*

NOME	ALTURA*	PESO**
André	1,10	35
João	1,05	28,5
Marcos	1,10	33,5
Paula	1,12	34,5
Raquel	1,20	40
Renan	1,30	31
Sandro	1,10	32

* Em metros ** Em quilos

Figura 22: *Representação de tabela de dupla entrada.*

Gráficos

Gráficas são representações visuais utilizadas para exibir dados, sejam eles, sobre determinada informação, ou valores numéricos. Geralmente, são utilizados para demostrar padrões, tendências e ainda, comparar informações qualitativas e quantitativas num determinado espaço de tempo.

São ferramentas utilizadas em diversas áreas de estudo (matemática, estatística, geografia, economia, história, etc.) para facilitar a visualização de alguns dados, bem como para tornar os dados mais claros e informativos. Dessa forma, o uso de gráficos torna a interpretação e/ou análise mais rápida e objetiva.

Tipos de gráficos

Os tipos de gráficos incluem as diversas formas de representar algumas informações e dados, sendo que os mais importantes são: coluna, linha, pizza e área. Compreender os gráficos hoje em dia é uma tarefa essencial, pois eles estão muito presentes em nosso cotidiano, seja nos jornais, revistas, internet, etc. Além disso, os concursos, vestibulares e o Enem, contêm diversas questões em que os gráficos estão presentes. Assim, nada mais importante do que conhecer seus tipos e saber interpretá-los.

Elementos dos Gráficos

Alguns elementos importantes que estão incluídos nos gráficos são:

- ✓ **Título**: geralmente possuem um título a respeito da informação que será apresentada.
- ✓ **Fonte**: muitos gráficos, sobretudo os da área de estatística, apresentam a fonte, ou seja, de onde as informações foram retiradas. Também podem apresentar o ano de publicação da fonte referida.
- ✓ **Números**: estes são essenciais para comparar as informações dadas pelos gráficos. A maior parte deles utilizam números, seja para indicar quantidade ou tempo (mês, ano, trimestre).
- ✓ **Legendas**: grande parte dos gráficos apresentam legendas que auxiliam na leitura das informações apresentadas. Junto a ela, cores que destacam diferentes informações, dados ou períodos, são utilizadas.

Temos um exemplo na imagem a seguir *(figura 23)* de um gráfico com seus elementos.

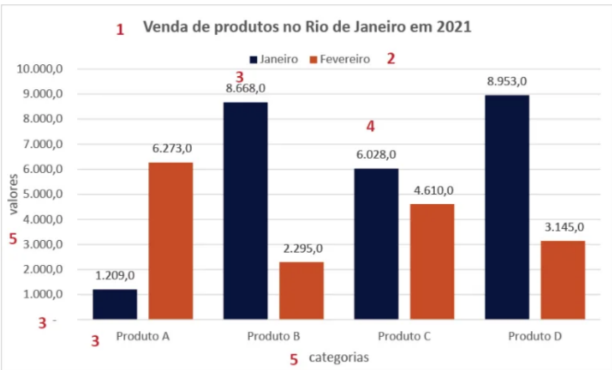


Figura 23: *Exemplo de um gráfico com seus elementos.*

Classificação dos Gráficos

Vejamos agora as diversas maneiras de exibir os dados num gráfico, de acordo com o objetivo pretendido.

Gráficos de Linha

Também chamado de "Gráfico de Segmento", ele é usado para apresentar valores (sequência numérica) em determinado espaço de tempo. Ou seja, mostra as evoluções ou diminuições de algum fenômeno, como ilustrado *(figura 24).*

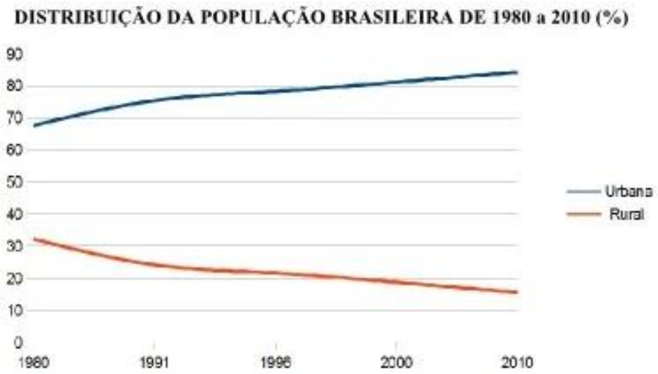


Figura 24: *Gráfico de linha.*

Gráfico de Barras ou Colunas

Eles são usados para comparar quantidades ou mesmo demonstrar valores pontuais de determinado período. Esses gráficos podem surgir de duas maneiras:

- ✓ Na horizontal (geralmente chamado de gráfico de barras), como ilustrado na imagem *(figura 25)*.
- ✓ Na vertical (geralmente chamado de gráfico de colunas) como ilustrado na imagem *(figura 26)*.

Figura 25: *Gráfico de barras.*

Figura 26: *Gráfico de colunas.*

Gráfico de Setores

Também chamado de "Gráfico de Pizza", esse modelo recebe esse nome pois tem a forma de uma pizza, ou seja, é circular. Eles são utilizados para reunir valores a partir de um todo, segundo o conceito de proporcionalidade.

- ✓ Eleições para prefeito (simulação dos votos em porcentagem), ilustrado na imagem *(figura 27)*:

***Figura 27**: Representação de gráfico de setores ou gráfico de pizza (cada parte do círculo indica uma porcentagem de votos identificada na legenda ao lado).*

Histograma

O Histograma é uma ferramenta de análise de dados que apresenta diversos retângulos justapostos (barras verticais). Por esse motivo, ele se assemelha ao gráfico de colunas, entretanto, o histograma não apresenta espaço entre as barras, como ilustrado *(imagem 28).*

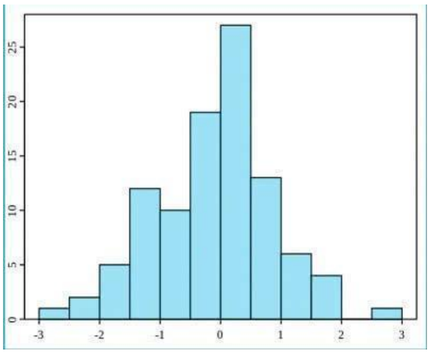


Figura 28: Exemplo de Histograma.

Ele é muito utilizado na área da estatística, sendo um importante indicador para a distribuição de dados.

Infográficos

Os infográficos representam a união de uma imagem com um texto informativo. As imagens podem conter alguns tipos de gráficos, como ilustrado *(figura 29).*

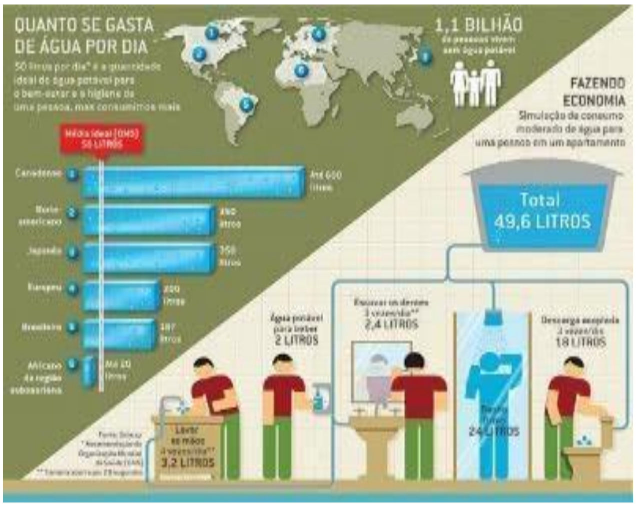


Figura 29: *Infográfico sobre o Consumo de Água.*

Da mesma maneira que os gráficos, eles facilitam a compreensão sobre um tema. Esse tipo de ferramenta é muito utilizado no meio jornalístico e nos livros didáticos.

Diagramas

Os diagramas são tipos de representações gráficas, que demonstram, por exemplo, um esquema ou uma maquete. Também são usados para simplificar uma ideia ou conceito, e, portanto, facilitam na interpretação do tema, como ilustrado na imagem *(figura 30).* Geralmente incluem linhas, setas, desenhos, etc. São muito utilizados na área das estatísticas e administração.

Figura 30: *Exemplo de Diagrama.*

PAUSA PARA REFLETIR...

O supérfluo dos ricos é propriedade dos pobres.

Agostinho de Hipona.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Probabilidade é o estudo das chances de obtenção de cada resultado de um experimento aleatório. A essas chances são atribuídos os números reais do intervalo entre 0 e 1. Resultados mais próximos de 1 têm mais chances de ocorrer. Além disso, a probabilidade também pode ser apresentada na forma percentual.

Já a **Estatística** é a parte da ciência responsável pela coleta, organização e interpretação de dados experimentais e pela extrapolação dos resultados da amostra para a população.

Probabilidade

Os conceitos básicos relacionados a probabilidade são: experimento aleatório, ponto amostral, espaço amostral, evento e o cálculo da probabilidade.

Experimento aleatório

Um experimento aleatório pode ser repetido inúmeras vezes e nas mesmas condições e, mesmo assim, apresenta resultados diferentes. Cada um desses resultados possíveis é chamado de ponto amostral.

EXEMPLOS:

São exemplos de experimentos aleatórios:

- Cara ou coroa

Lançar uma moeda e observar se a face voltada para cima é cara ou coroa é um exemplo de **experimento aleatório**. Se a moeda não for viciada e for lançada sempre nas mesmas condições, poderemos ter como resultado tanto cara quanto coroa.

- Lançamento de um dado

Lançar um dado e observar qual é o número da face superior também é um **experimento aleatório**. Esse número pode ser 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 e cada um desses resultados apresenta a mesma **chance** de ocorrer. Em cada lançamento, o resultado pode ser igual ao anterior ou diferente dele. Observe que, no lançamento da moeda, as chances de repetir o resultado anterior são muito maiores.

- Retirar uma carta aleatória de um baralho

Cada carta tem a mesma chance de ocorrência cada vez que o experimento é realizado, por isso, esse é também um **experimento aleatório**.

Espaço amostral

O espaço amostral (Ω) é o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Em outras palavras, é o conjunto formado por todos os pontos amostrais de um experimento.

EXEMPLOS:

- ✓ O espaço amostral do experimento “cara ou coroa” é o conjunto S = {Cara, Coroa}.
- ✓ Os pontos amostrais desse experimento são os mesmos elementos desse conjunto.
- ✓ O espaço amostral do experimento “lançamento de um dado” é o conjunto S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
- ✓ Os pontos amostrais desse experimento são 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

O espaço amostral também é chamado de *Universo* e pode ser representado pelas outras notações usadas nos conjuntos. Além disso, todas as operações entre conjuntos valem também para espaços amostrais.

O número de elementos do espaço amostral, número de pontos amostrais do espaço amostral ou número de casos possíveis em um espaço amostral é representado da seguinte maneira: n(Ω).

Evento

Um evento é qualquer subconjunto de um espaço amostral. Ele pode conter nenhum elemento (conjunto vazio) ou todos os elementos de um espaço amostral. O número de elementos do evento é representado da seguinte maneira: n(E), sendo E o evento em questão.

EXEMPLOS:

Sair cara em um lançamento de uma moeda.

O evento é sair cara e possui um único elemento. A representação dos eventos também é feita com notações de conjuntos:

E = {cara}

O seu número de elementos é n(E) = 1.

Sair um número par no lançamento de um dado.

O evento é sair um número par:

E = {2, 4, 6}

O seu número de elementos é n(E) = 3.

Os eventos que possuem apenas um elemento (ponto amostral) são chamados de *simples*.

Quando o evento é igual ao espaço amostral, ele é chamado de *evento certo* e sua probabilidade de ocorrência é de 100%. Quando um evento é igual ao conjunto vazio, ele é chamado de *evento impossível* e possui 0% de chances de ocorrência.

Cálculo da probabilidade

Seja E um evento qualquer no espaço amostral Ω. A probabilidade do evento A ocorrer é a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis. Em outras palavras, é o número de elementos do evento dividido pelo número de elementos do espaço amostral a que ele pertence.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Ou,

$$Probabilidade = \frac{número \;\; de \;\; eleventosdo \;\; EVENTO}{número \;\; de \;\; elementosdo \;\; ESPAÇO \;\; AMOSTRAL}$$

Ou ainda,

$$Probabilidade = \frac{número \;\; de \;\; resultados \;\; FAVORÁVEIS}{número \;\; de \;\; resultados \;\; POSSÍVEIS}$$

Estatística

A palavra estatística vem do latim e significa “estado”. Este termo provém do primeiro uso da estatística, que tinha como função o registro de dados (número de habitantes da população, número de casamentos, entre outros) e a elaboração de tabelas e gráficos para descrever resumidamente um determinado país em números. Passado muito tempo a estatística evoluiu, tornando-se uma ampla e complexa ciência, tirando conclusões sobre o conjunto todo a partir de amostras representativas.

Uma boa definição de estatística é a de ser um conjunto de métodos especialmente apropriados à coleta, apresentação (organização, resumo e descrição), análise e interpretação de dados de observação, tendo como objetivo a compreensão de uma realidade específica para a tomada da decisão.

De forma mais precisa, a estatística se preocupa com:

- ✓ A coleta, a organização, a sintetização e a apresentação de dados;
- ✓ A medição da variação nos dados e levantamento de dados;
- ✓ A estimativa dos parâmetros da população e a determinação da precisão das estimativas;
- ✓ A aplicação dos testes de hipótese em relação aos parâmetros;
- ✓ A análise da relação entre duas ou mais variáveis.

A estatística trabalha com dois conjuntos de dados: o universo e a amostra. Apesar de a estatística se preocupar em obter informações sobre a população, dificilmente ela estuda todos os componentes da mesma (censo).

Não existem estatísticas especiais, como bioestatística e estatística econômica, mas sim aplicações específicas de estatística em determinadas áreas, o que leva a dividir a estatística especificamente para questões didáticas.

A estatística pode ser dividida em duas:

1) **Estatística descritiva:** é a parte que procura os melhores métodos para coletar, ordenar e sumarizar os dados dos experimentos.
2) **Estatística experimental:** é a parte que fornece os métodos de análise e interpretação dos resultados dos experimentos.

Conceitos básicos sobre estatística

<u>Estatística</u>

É a parte da ciência responsável pela coleta, organização e interpretação de dados experimentais e pela extrapolação dos resultados da amostra para a população.

<u>População</u>

É qualquer conjunto, não necessariamente de pessoas, que constituem todo o universo de informações de que se necessita. Por exemplo, se em uma empresa o diretor gostaria de saber se os funcionários estão satisfeitos com os benefícios oferecidos, a população de estudo são todos os funcionários dessa empresa. Outro exemplo de população é o caso de um biólogo que necessita estudar uma espécie de formigas de uma determinada região. Assim a população corresponde a todas as formigas dessa espécie que vivem nessa região.

"O conceito de população depende do objetivo do estudo"

<u>Amostra</u>

Corresponde a um grupo representativo da população. Por exemplo, uma rádio tem o interesse de saber como está sua audiência com os ouvintes no trânsito. Sabemos que não é possível perguntar a todos os motoristas que ouvem rádio qual é aquela que eles preferem. Então buscamos uma amostra dessa população, isto significa, perguntar somente a alguns motoristas qual rádio eles preferem escutar enquanto dirigem.

"Corresponde a um grupo representativo da população"

<u>Variável quantitativa</u>

É aquela que mede quantidade (número de revistas vendidas, número de filhos de uma casa, o peso de um produto, altura dos alunos de uma escola, etc).

<u>Variável qualitativa</u>

É aquela que mede a qualidade do indivíduo (cor da pele, cor dos olhos, marca de refrigerante, marca de automóvel, etc).

Frequência Absoluta

Para a estatística, a Frequência Absoluta é o número de vezes em que uma determinada variável assume um valor. Toda pesquisa envolve uma coleta de dados, que devem ser organizados e analisados. Ao determinarmos o número de vezes que determinado valor de uma variável acontece, estamos demonstrando a sua Frequência Absoluta. A Frequência Absoluta de um valor é o número de vezes em que uma determinada variável assume um valor.

Frequência Relativa

A coleta de dados em uma pesquisa tem por objetivo analisar determinada situação, as informações coletadas devem ser organizadas em tabelas para se ter um melhor entendimento das diferentes opções de respostas escolhidas pelos entrevistados. A frequência absoluta registra exatamente a quantidade de vezes que determinada realização ocorreu, não sendo possível uma análise de comparação. Para que os dados se tornem significativos, devemos recorrer à frequência relativa da pesquisa, que será feita através de dados percentuais, definidos como a razão entre a frequência absoluta e o número total de observações.

Média aritmética

A Média Aritmética de um conjunto de dados é obtida somando todos os valores e dividindo o valor encontrado pelo número de dados desse conjunto. É muito utilizada em estatística como uma medida de tendência central. Pode ser simples, onde todos os valores possuem a mesma importância, ou ponderada, quando considera pesos diferentes aos dados.

<u>Média Aritmética Simples</u>

Esse tipo de média funciona de forma mais adequada quando os valores são relativamente uniformes. Por ser sensível aos dados, nem sempre fornece os resultados mais adequados. Porque todos os dados possuem a mesma importância (peso).

Fórmula:

$$M_s = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

Onde:

- ✓ M_s: média aritmética simples.
- ✓ x_1, x_2, x_3,...,x_n: valores dos dados.

- ✓ n: número de dados.

EXEMPLO:

Sabendo que as notas de um aluno foram: 8,2; 7,8; 10,0; 9,5; 6,7, qual a média que ele obteve no curso?

$$M_s = \frac{8{,}2 + 7{,}8 + 10{,}0 + 9{,}5 + 6{,}7}{5}$$

$$M_s = \frac{42{,}2}{5}$$

$$M_s = 8{,}4$$

<u>Média Aritmética Ponderada</u>

A média aritmética ponderada é calculada multiplicando cada valor do conjunto de dados pelo seu peso. Depois, encontra-se a soma desses valores que será dividida pela soma dos pesos.

Fórmula:

$$M_p = \frac{p_1 . x_1 + p_2 . x_2 + \cdots + p_n . x_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}$$

Onde:

- ✓ M_p: Média aritmética ponderada
- ✓ p_1, p_2,..., p_n: pesos
- ✓ x_1, x_2,...,x_n: valores dos dados

EXEMPLO:

Considerando as notas e os respectivos pesos de cada uma delas, indique qual a média que o aluno obteve no curso.

Disciplina	Nota	Peso
Biologia	8,2	3
Filosofia	10,0	2
Física	9,5	4
Geografia	7,8	2
História	10,0	2
Língua Portuguesa	9,5	3
Matemática	6,7	4

***Figura 31:** Representação de uma tabela com notas e média de um aluno.*

$$M_p = \frac{3\,.8{,}2 + 2\,.10{,}0 + 4\,.9{,}5 + 2\,.7{,}8 + 2\,.10 + 3\,.9{,}5 + 4\,.6{,}7}{3+2+4+2+2+3+4}$$

$$M_p = \frac{24{,}6 + 20 + 38 + 15{,}6 + 20 + 28{,}5 + 26{,}8}{20}$$

$$M_p = \frac{173{,}5}{20}$$

$$M_p = 8{,}7$$

Moda

É chamado de moda o dado mais frequente de um conjunto.

EXEMPLOS:

Veja um exemplo:

1) Em uma escola de música, as turmas são formadas por apenas 8 alunos. Na turma "A", estão matriculados Mateus, Mateus, Rodrigo, Carolina, Ana, Ana, Ana e Teresa.

Observe que há dois meninos chamados de Mateus e três meninas chamadas de Ana. O nome que mais se repete é Ana e, por isso, é a moda desse conjunto de dados. Agora vejamos um exemplo com números:

1. Em uma escola de música, os oito alunos da turma "A" possuem as seguintes idades: 12 anos, 13 anos, 13 anos, 12 anos, 11 anos, 10 anos, 14 anos e 11 anos.

Perceba que as idades 11, 12 e 13 repetem-se o mesmo número de vezes e nenhuma idade aparece mais que essas três. Nesse caso, o conjunto possui três modas (11, 12 e 13) e é chamado de trimodal. Também podem existir conjuntos bimodais (duas modas) e amodais (nenhuma moda).

Mediana

Se o conjunto de informações for numérico e estiver organizado em ordem crescente ou decrescente, a sua mediana será o número que ocupa a posição central da lista.

Se a lista possuir um número par de informações, para encontrar a mediana (M_a), devemos encontrar os dois valores centrais (a_1 e a_2) da lista, somá-los e dividir o resultado por 2.

$$M_a = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

EXEMPLOS:

1) Considere que a escola de música já citada possui nove professores e que suas idades são:

32 anos, 33 anos, 24 anos, 31 anos, 44 anos, 65 anos, 32 anos, 21 anos e 32 anos

Para encontrar a mediana das idades dos professores, devemos organizar a lista de idades em ordem crescente:

21, 24, 31, 32, 32, 32, 33, 44 e 65

Observe que o número 32 é o quinto. A sua direita, existem outras 4 idades, assim como à esquerda. Logo, 32 é a mediana da lista das idades dos professores.

21, 24, 31, 32, 32, 32, 33, 44, 65

(a idade que representa a mediana é 32 anos)

2) Se as idades dos professores fossem 19 anos, 19 anos, 18 anos, 22 anos, 44 anos, 45 anos, 46 anos, 46 anos, 47 anos e 48 anos, a lista crescente com as duas medidas centrais seria:

18, 19, 19, 22, 44, 45, 46, 46, 47, 48

Observe que a quantidade de informações à direita e à esquerda desses dois números é exatamente a mesma. A mediana desse conjunto de dados é, portanto:

$$\text{Ma} = \frac{a1 + a2}{2}$$

$$\text{Ma} = \frac{44 + 45}{2}$$

Ma = 89

Ma = 44,5 anos.

GEOMETRIA GERAL

Conceitos sobre ponto, reta e plano

O primeiro passo para estudar esse tema é aprender o conceito de **ponto, reta e plano**.

- ✓ Um **ponto** determina uma posição no espaço.
- ✓ Uma **reta é** um conjunto de pontos.
- ✓ Um **plano é** um conjunto infinito com duas dimensões.

A geometria plana ou euclidiana estuda o comportamento de estruturas no plano, a partir de conceitos básicos primitivos como ponto, reta e plano. Estuda o conceito e a construção de figuras planas como quadriláteros, triângulos, círculos, com suas propriedades, formas, tamanhos e o estudo de suas áreas e perímetro.

Os conceitos básicos, ou primitivos, da geometria plana, são chamados de axiomas, ou seja, são aceitos sem demonstrações. São apenas noções que auxiliam no entendimento de conceitos mais completos.

Conceito de ponto

Segundo "Os Elementos", de Euclides, um ponto é definido como "o que não tem partes". É apenas uma posição no espaço. É representado por letras maiúsculas, como ilustrado *(figura 32).*

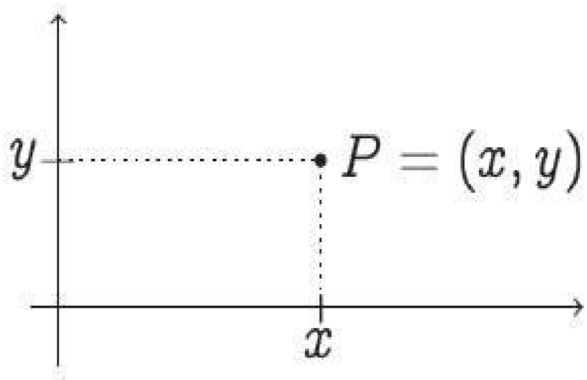


Figura 32: *Representação de um ponto.*

Conceito de reta

Uma reta é a reunião de infinitos pontos. É uma "linha" com comprimento, mas sem largura, como mostra a imagem *(figura 33)*. É sempre representada por uma letra minúscula.

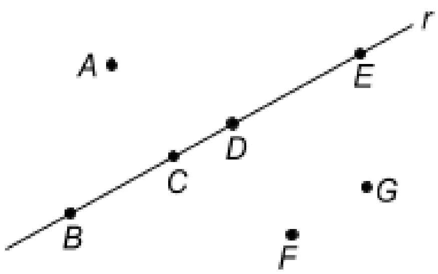


Figura 33: *Representação da reta r, contendo os pontos B, C, D e E nela.*

Conceito de plano

Um plano é uma região onde há infinitos pontos e infinitas retas, como mostra a imagem *(figura 34)*. É um elemento com comprimento e largura. Geralmente é representado por letras gregas.

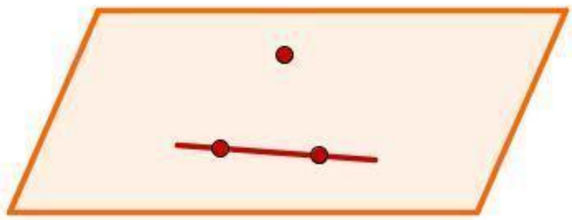


Figura 34: *Representação de um plano, demonstrando que é formado por pontos e retas.*

Retas, semirretas e segmentos de reta

Retas

Na Geometria, as retas são definidas apenas como conjuntos de pontos. Sabemos, além disso, que as retas são linhas que não fazem curvas e que são ilimitadas e infinitas. Desse modo, as retas possuem infinitos pontos e nenhum espaço entre eles.

As retas são objetos que possuem uma dimensão apenas, assim, só é possível tomar uma medida em qualquer objeto que esteja definido dentro de uma reta: o comprimento.

As retas normalmente são representadas por uma linha finita que, às vezes, possui setas em suas pontas para indicar a sua direção.

As retas podem estar na horizontal, vertical ou inclinada, como ilustrado *(figura 35).*

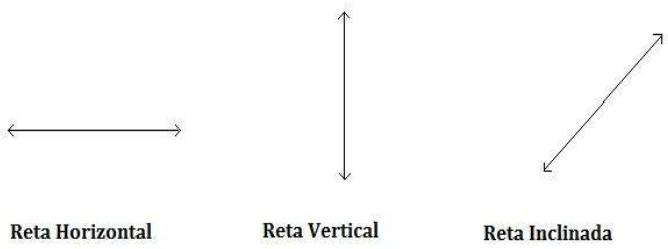


Figura 35: *Representação das posições das retas.*

Semirretas

As semirretas podem ser encontradas “dentro” de uma reta. Elas possuem um ponto inicial, mas não possuem ponto final. É como se, em algum ponto de sua extensão, a reta sofresse um corte. A notação usada para as semirretas é a S_{AB}, em que A é o ponto inicial e B é a direção para onde a semirreta segue, como ilustrado *(figura 36)*.

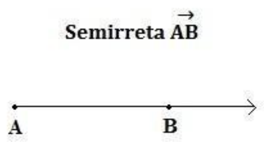


Figura 36: *Representação de uma semirreta.*

Segmento de reta

Um segmento de reta é a parte de uma reta que pode ser medida. Isso significa que, embora possua infinitos pontos, não é ilimitado. Assim, um segmento de reta é uma parte da reta que possui ponto inicial e ponto final, como ilustrado *(figura 37)*.

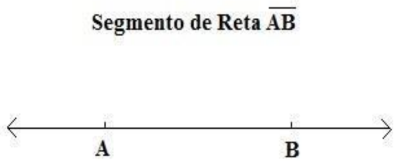


Figura 37: *Representação de um segmento de reta.*

Classificação de retas

- ✓ **Retas paralelas:** duas ou mais retas são ditas paralelas quando não existe ponto de encontro entre elas. Assim, elas não formam ângulo nem se encontram em qualquer parte de sua extensão infinita, como ilustrado *(figura 38)*.

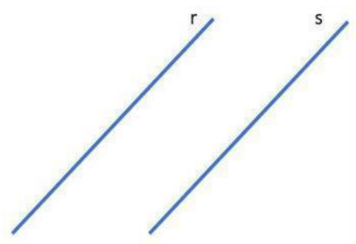


Figura 38: *Representação de retas paralelas.*

- ✓ **Retas Concorrentes Perpendiculares**: possuem um ponto em comum, o qual forma um ângulo reto (90°), como ilustrado *(figura 39)*.

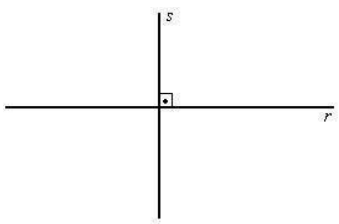


Figura 39: *Representação de retas concorrentes perpendiculares.*

- **Retas concorrentes:** dizemos que duas **retas** são concorrentes quando elas possuem apenas um ponto em comum. Isso significa que existe um ângulo entre essas duas retas justamente no ponto de encontro entre elas. Quando esse ângulo é de 90°, essas retas também são chamadas de *perpendiculares*, como ilustrado *(figura 40)*.

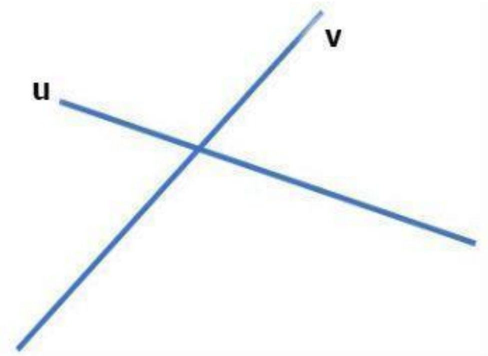


Figura 40: *Representação de retas concorrentes.*

- **Retas transversais:** retas que são transversais às outras retas. É definida como uma reta que possui interseção com as outras retas em pontos diferentes como ilustrado *(figura 41)*.

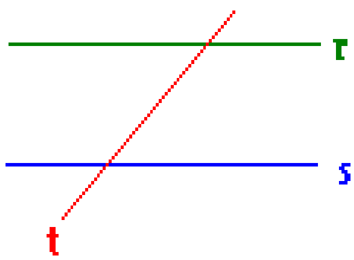


Figura 41: *Representação de retas transversais.*

- **Retas coincidentes:** são retas que possuem pelo menos dois pontos em comum. Como reta alguma faz curva, se duas retas possuem dois pontos em comum, elas possuem todos os pontos em comum. O resultado disso é visto geometricamente como uma reta só, como ilustrado *(figura 42).*

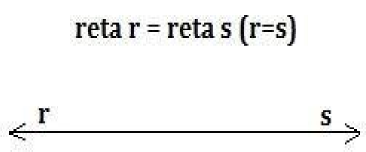


Figura 42: *Representação de retas coincidentes.*

EXEMPLO:

Dada a figura a seguir *(figura 43)*, assinale a alternativa correta:

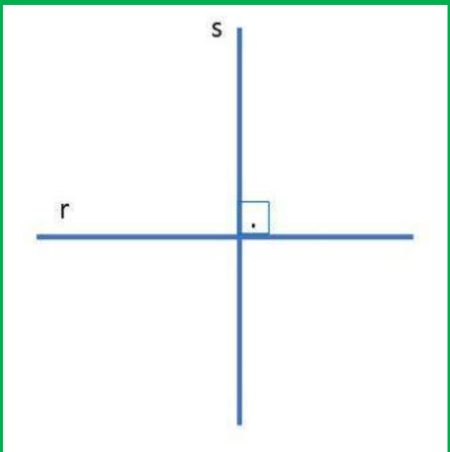


Figura 43: *retas r e s.*

a) Retas paralelas.

b) Retas transversais.

c) Retas concorrentes perpendiculares.

d) Retas coincidentes.

RESPOSTA: letra c

Pois elas possuem um ponto em comum e forma um ângulo de 90°.

Ângulos

O ângulo é a medida da abertura entre dois segmentos de reta. Desse modo, existe um número que está relacionado com cada abertura entre duas semirretas e, quanto maior a abertura, maior esse número, em outras palavras o ângulo é uma medida expressa em graus que é atribuível à região ou conjunto de pontos situados entre duas semirretas de mesma origem. Geralmente os ângulos são representados por letras maiúsculas com acento circunflexo. O instrumento utilizado para medir um ângulo é o transferidor.

Classificação dos ângulos:

- ✓ **Ângulo agudo:** chamamos de ângulo agudo quando a sua abertura em grau é maior do que 0° e menor que 90°.
- ✓ **Ângulo reto:** o ângulo reto é a medida exata em abertura de 90°.
- ✓ **Ângulo obtuso:** o ângulo obtuso é a abertura maior que 90° e menor que 180°.
- ✓ **Ângulo raso:** o ângulo raso é a quando a medida tem exatamente 180°.

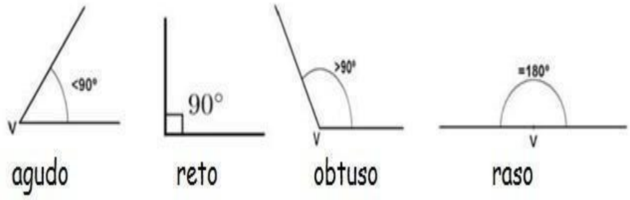


Figura 44: *Representação das classificações dos ângulos.*

Indicado na imagem a classificação de ângulos *(figura 44).*

EXEMPLO:

Dada a figura a seguir *(figura 45)*, assinale a alternativa que corresponde ao ângulo.

Figura 45: *Melancia partida ao meio.*

a) Ângulo reto.

b) Ângulo obtuso.

c) Ângulo agudo.

d) Ângulo raso.

Solução:

Possui a medida exatamente a 180°

RESPOSTA: letra d

VOCÊ SABIA?

A geometria, como ciência, teve origem em problemas práticos do mundo antigo, como a medição de terrenos e a construção de edifícios. Por isso, seu nome deriva do grego: "geo" significa terra e "metria" significa medida, ou seja, "medida da terra".

Embora a geometria plana seja amplamente conhecida como euclidiana, graças aos estudos de Euclides, os babilônios e egípcios já utilizavam conceitos geométricos há mais de 4.000 anos, principalmente para resolver questões de agricultura e arquitetura. Foi Euclides, no entanto, quem organizou esses conhecimentos de forma sistemática em sua obra **"Os Elementos"**, que influenciou a matemática por séculos.

Polígonos

Polígonos regulares

Trata-se de polígonos cujos lados são todos iguais, ou seja, são do mesmo tamanho, como ilustrado *(figura 46).*

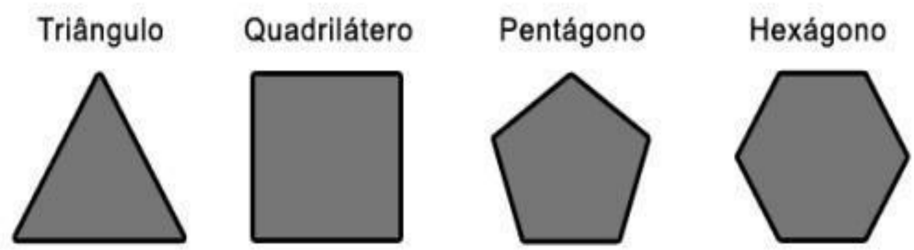


***Figura 46**: Exemplos de polígonos regulares.*

Repare que todas as figuras são formadas por três ou mais segmentos que são os lados de cada figura, e que cada lado intersecta ou liga somente com outros dois lados. O encontro dessa ligação chamamos **vértice** e, além disso, esses dois lados que se encontram nunca são paralelos.

Polígonos não-regulares

Vimos alguns exemplos de polígonos regulares, ou seja, polígonos cujos lados são todos iguais de mesmo tamanho. Mas, existem também polígonos cujos lados podem ser de tamanhos diferentes os quais chamamos de **polígonos não-regulares**.

EXEMPLOS:

- ✓ Pentágono regular e não-regular *(figura 47)*

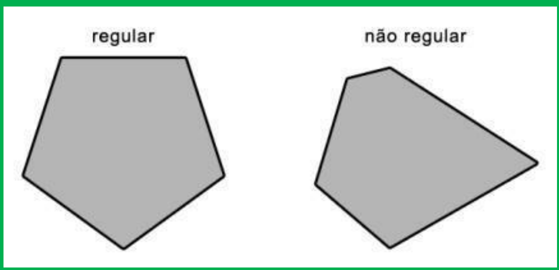


***Figura 47**: Ilustração de pentágono regular e não-regular.*

- ✓ Hexágono regular e não-regular *(figura 48).*

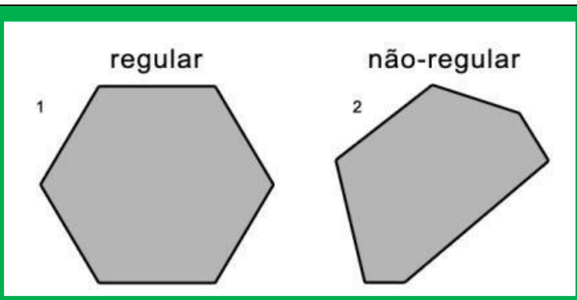


Figura 48: *Ilustração de hexágono regular e não-regular.*

Principais figuras planas

Dentre as principais figuras planas podemos destacar:

- ✓ Triângulo;
- ✓ Quadrado;
- ✓ Retângulo;
- ✓ Trapézio;
- ✓ Losango;
- ✓ Círculo.

A imagem a seguir ilustra algumas dessas figuras planas *(figura 49).*

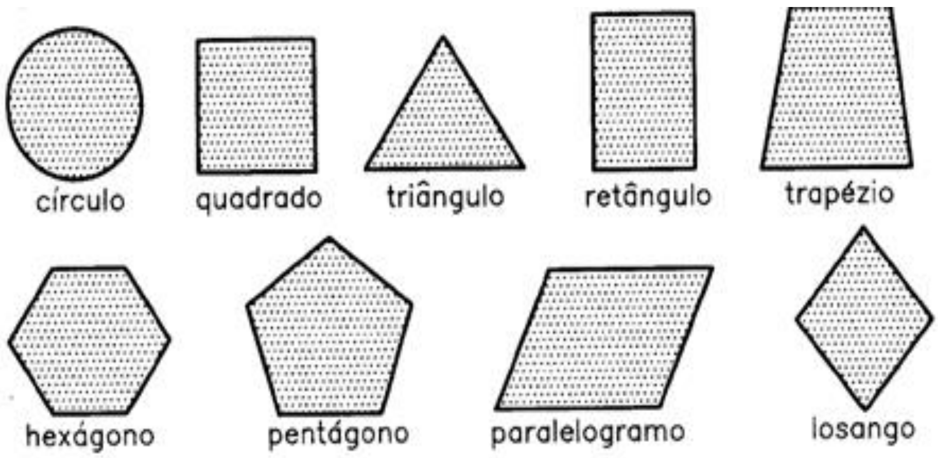


Figura 49*: Exemplos de figuras planas.*

"As figuras planas com três ou mais lados são chamadas de polígonos".

Triângulos

Triângulo é um polígono formado por três lados e três ângulos internos. Os vértices de um triângulo são representados por letras maiúsculas e os lados são representados por letras minúsculas.

Os triângulos podem ser classificados de acordo com seus lados e seus ângulos internos. Além disso, um triângulo pode ser mais de um tipo ao mesmo tempo.

Os triângulos são polígonos de três lados que podem ser classificados de duas maneiras:

✓ Quanto à medida dos lados;

✓ Quanto à medida dos ângulos.

Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados

Em relação aos lados, podem ser classificados como:

✓ **Equilátero:** são os triângulos que possuem os três lados e ângulos iguais, sendo que os ângulos medem 60º.

✓ **Isósceles:** são triângulos em que pelo menos dois de seus lados tenham medidas iguais. O ângulo formado pelos lados que têm medidas iguais é chamado de ângulo do vértice.

✓ **Escaleno:** são os triângulos em que todos os lados possuem medidas diferentes.

A imagem a seguir *(figura 50)* ilustra a classificação dos triângulos quanto à medida dos lados.

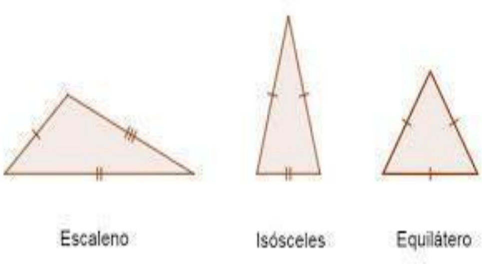


Figura 50: *Representação da classificação de triângulo quanto ao lado.*

Classificação dos triângulos quanto à medida dos ângulos

Em relação aos ângulos internos, podem ser classificados como:

✓ **Retângulo:** são triângulos onde um de seus ângulos mede **90**°, conhecido como ângulo reto. Os demais ângulos são chamados de complementares, cuja soma é igual a **90º**. No triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa e os lados adjacente e oposto ao ângulo são chamados de catetos.

✓ **Obtusângulo:** são triângulos onde um de seus ângulos mede mais que 90°.

✓ **Acutângulo:** são triângulos onde todos os seus ângulos medem menos que 90°.

A imagem a seguir *(figura 51)* ilustra a classificação dos triângulos quanto à medida dos lados.

Figura 51: *Representação da classificação de triângulo quanto ao ângulo.*

Circunferência e círculo

Uma circunferência é uma região do plano formada por pontos que são equidistantes de um ponto fixo chamado de centro da circunferência, ou seja, é formada por pontos que possuem a mesma distância do centro**.**

Em toda circunferência, tem raio**,** diâmetro e corda. Vejamos o que significa cada um:

- ✓ **Raio:** o raio (*r*) da circunferência é o segmento de reta que une o centro (C) da circunferência à sua extremidade.
- ✓ **Diâmetro:** o segmento de reta que une as duas extremidades da circunferência e passa pelo centro *C* é chamado de diâmetro da circunferência e é denotado pela letra *d*. O diâmetro é o dobro do raio, ou seja, $d = 2r$.
- ✓ **Corda:** qualquer segmento de reta que una dois extremos da circunferência e que não passe pelo centro é chamado de corda**.**

A imagem a seguir *(figura 52)* ilustra uma circunferência.

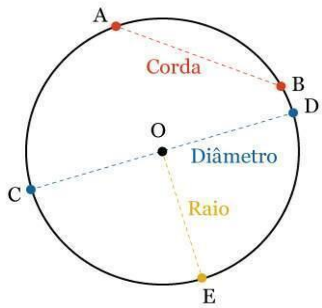


Figura 52: *Representação de uma circunferência.*

A definição de círculo é decorrente da definição de circunferência, pois um círculo é a região interna da circunferência**.** Como o círculo é uma região do plano determinada por uma circunferência, os elementos do círculo coincidem com os elementos da circunferência, isto é, ele também apresenta raio**,** diâmetro e corda**,** como ilustrado *(figura 53).*

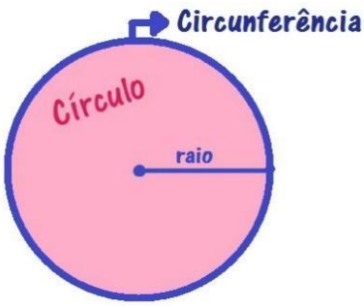


Figura 53: *Representação de um círculo e circunferência.*

Perímetro e área de figuras planas

O perímetro de qualquer figura plana se dá pela soma de seus lados, ou seja, no triângulo é a soma de seus 3 lados; no quadrilátero é soma de seus 4 lados; e assim por diante.

O perímetro também é indicado pelo comprimento do contorno de uma figura plana. No caso do círculo, o perímetro é igual ao comprimento da circunferência que forma o círculo dado por:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

(comprimento é igual a duas vezes Pi vezes o raio sendo Pi = 3,14)

Vejamos *(figura 54)* as fórmulas usadas para calcular a área das principais figuras planas:

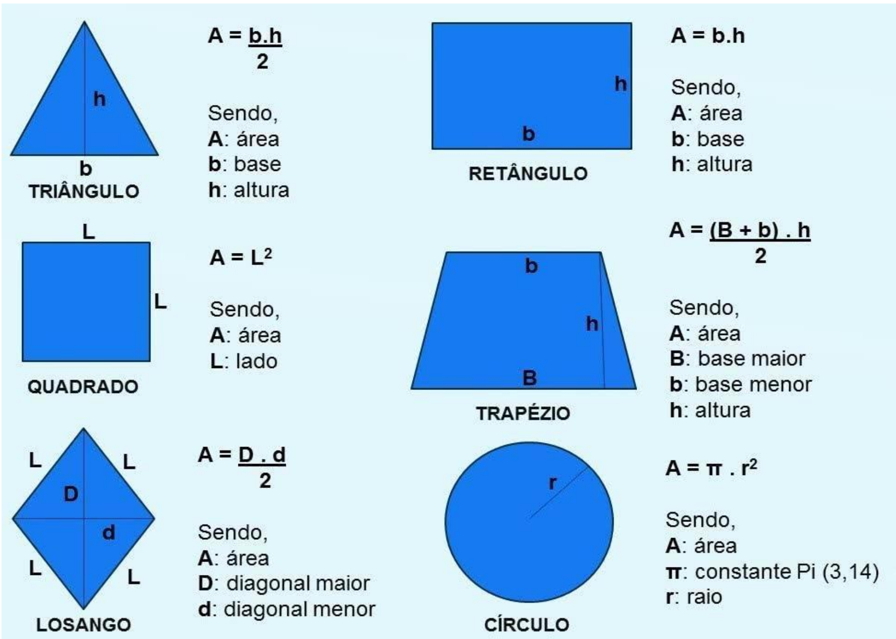


Figura 54*: Fórmulas da área das principais figuras planas.*

EXEMPLOS:

a) O triângulo a seguir *(figura 55)* representa um terreno que será impermeabilizado para receber futuras obras. O metro quadrado do material impermeabilizante custa R$ 5,00. Calcule o valor que será gasto nesse procedimento.

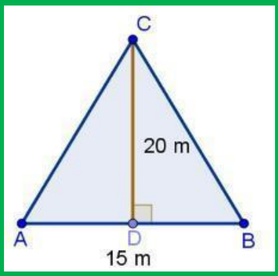


***Figura 55**: Triângulo ABC.*

a) R$ 1200,00
b) R$ 1384,50
c) R$ 750,00
d) R$ 1400,00
e) R$ 1421,50

Resolução:

Primeiramente, calcule a área do triângulo.

$$A = \frac{15 \ . \ 20}{2}$$

$$A = \frac{300}{2}$$

A = 150 m²

Agora multiplique a área pelo valor do produto impermeabilizante.

150 · 5 = 750,00

RESPOSTA:

O gasto será de R$ 750,00. Sendo assim, a **letra "c"** está correta.

b) Qual a área de um losango que possui diagonal maior medindo 10 cm e diagonal menor medindo 7 cm?

Resolução:

Substituindo os valores informados temos:

$$\mathbf{A} = \frac{D \ . \ d}{2}$$

$$\mathbf{A} = \frac{10\ .\ 7}{2}$$

$$\mathbf{A} = \frac{70}{2}$$

$$\mathbf{A = 35m^2}$$

RESPOSTA:

Portanto, a área do losango é 35 cm^2.

c) Calcule a área de um paralelogramo que possui base igual a 15 centímetros e altura igual a 25 centímetros.

Resolução:

Para calcular a área do paralelogramo, ignora-se o valor de seu lado e considera-se apenas o valor de sua base e altura.

Substituindo os valores da base e da altura na fórmula A = b · h temos:

$$\mathbf{A = b \cdot h}$$

$$\mathbf{A = 15 \cdot 25}$$

$$\mathbf{A = 375\ cm^2}$$

RESPOSTA:

A área do paralelogramo então é 375 cm^2.

d) Calcule a área de um trapézio que possui 20 centímetros de altura e bases de 40 e 30 centímetros, respectivamente.

Resolução:

O trapézio em questão é ilustrado na figura a seguir *(figura 56)*:

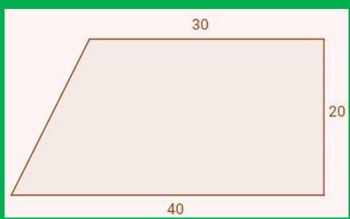


***Figura 56**: Trapézio.*

Sabendo que a área do trapézio é dada pela fórmula:

$$A = \frac{(B + b)\ .\ h}{2}$$

Dadas às informações, basta substituir os valores e realizar os cálculos, lembrando que as operações no interior dos parênteses devem ser realizadas primeiro.

$$A = \frac{(B + b)\ .\ h}{2}$$

$$A = \frac{(40 + 30)\ .\ 20}{2}$$

$$A = \frac{(70)\ .\ 20}{2}$$

$$A = \frac{1400}{2}$$

A = 700 cm²

RESPOSTA:

Sendo assim, a área do trapézio é 700 cm².

e) Um dos sistemas de irrigação utilizados na Agronomia é o de pivô central. Um braço de metal é preso por uma de suas extremidades ao centro de um círculo e percorre um campo circular durante o dia irrigando os locais por onde passa, de modo que a outra extremidade passa pela borda desse mesmo círculo. O resultado obtido por esse sistema são plantações perfeitamente circulares.

Supondo que o braço utilizado para irrigação de um campo circular tenha o comprimento de 30 metros, qual será a área irrigada por ele em uma volta? (π = 3,14)

Resolução:

Como o braço está preso à extremidade e ao centro do círculo, então, ele representa seu raio. Desse modo, o raio desse círculo tem 30 metros.

Para calcular a área, basta substituir essas informações na fórmula do cálculo de área de um círculo.

Vejamos:

$$\mathbf{A = \pi r^2}$$

$$\mathbf{A = 3{,}14 \cdot 30^2}$$

$$\mathbf{A = 3{,}14 \cdot 900}$$

$$\mathbf{A = 2826\ m^2}$$

RESPOSTA:

Sendo assim, a área do braço é de 2826 m².

f) Uma praça tem formato circular e deseja-se cercá-la para a realização de um evento durante um final de semana. Para tanto, serão gastos R$ 8,50 por metro de material. Sabendo que o diâmetro dessa praça é de 30 metros, qual será o valor gasto com a cerca nesse evento?

a) R$ 1601,40.
b) R$ 800,70.
c) R$ 900,00.
d) R$ 1600,00.
e) R$ 94,20.

Resolução:

Sabendo que a fórmula usada para determinar o comprimento da circunferência é:

C = 2πr

E que o diâmetro é o dobro do raio, podemos fazer:

d = 2r

30 = 2r

$$r = \frac{30}{2}$$

r = 15 cm

(raio é a metade do diâmetro)

Calculado o raio, basta substituir seu valor na fórmula do Comprimento da circunferência ou círculo.

Vejamos:

C = 2πr

C = 2 . 3,14 . 15

C = 6,28 . 15

C = 94,2 metros

Sabendo que serão 94,2 metros de cerca, para encontrar o custo, basta multiplicar esse comprimento pelo valor da cerca por metro:

94,2 · 8,50 = 800,70

Assim, serão gastos **R$ 800,70**.

RESPOSTA:
Portanto, a alternativa correta é a **letra "b".**

Principais teoremas

Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras está relacionado com o comprimento dos lados do triângulo retângulo. Essa figura geométrica é formada por um ângulo interno de 90°, chamado de **ângulo reto**.

O enunciado desse teorema é: *a soma dos quadrados de seus catetos corresponde ao quadrado de sua hipotenusa.*

Fórmula

Segundo o enunciado do Teorema de Pitágoras, a fórmula é representada da seguinte maneira: $a^2 = b^2 + c^2$ **(quadrado da hipotenusa = ao quadrado de um cateto + o quadrado do outro cateto).**

Sendo:

- **a**: hipotenusa.
- **b**: cateto.
- **c**: cateto.

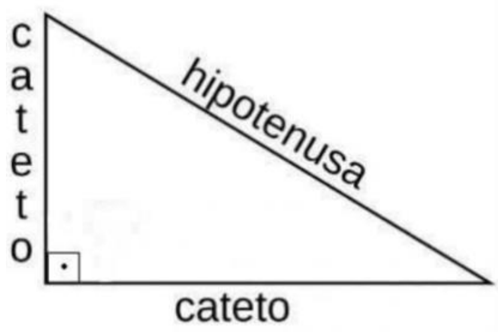


***Figura 57**: Representação de um triângulo retângulo.*

A **hipotenusa** é o **maior l**ado de um **triângulo retângulo** e o lado oposto ao ângulo reto. Os outros dois lados são os **catetos**. O ângulo formado por esses lados possui medida igual a 90º (ângulo reto), como ilustrado *(figura 57).*

Identificamos ainda os catetos, de acordo com um ângulo de referência. Ou seja, o cateto poderá ser chamado de cateto adjacente ou cateto oposto.

Quando o cateto está junto ao ângulo de referência, é chamado de **adjacente**, por outro lado, se está contrário a este ângulo, é chamado de **oposto**, como ilustrado *(figura 58).*

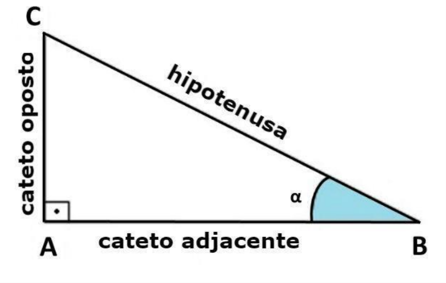


***Figura 58**: Representação de um triângulo retângulo com um ângulo de referência para determinar os catetos oposto e adjacente.*

Teorema de Tales

O **Teorema de Tales** é uma teoria aplicada na geometria acerca do conceito relacionado entre retas paralelas e transversais.

VOCÊ SABIA?

Tales de Mileto, além de ser conhecido como o "Pai da Geometria Descritiva", é também considerado um dos primeiros matemáticos a introduzir conceitos de lógica nos cálculos. Ele foi o responsável por criar o famoso **Teorema de Tales**, que descreve a relação entre segmentos proporcionais formados por retas paralelas cortadas por duas transversais.

Um fato curioso é que Tales utilizou seus conhecimentos de geometria para prever fenômenos astronômicos e medir distâncias inacessíveis, como a largura de um rio, sem precisar atravessá-lo. Ele fez isso utilizando estacas e ângulos de visão, mostrando como a matemática pode ser aplicada de forma prática para resolver problemas do cotidiano.

Conceito

O conceito do Teorema de Tales é expresso pela sentença: "A interseção entre duas retas paralelas e transversais formam segmentos proporcionais".

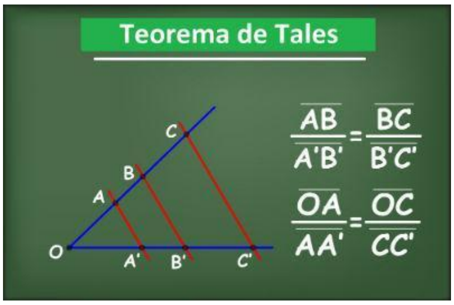


***Figura 59**: Ilustração da relação do Teorema de Tales.*

O teorema de Tales é ilustrado na imagem *(figura 59)*:

EXEMPLO:

Para compreender melhor o Teorema de Tales, observe a figura abaixo *(figura 60)*:

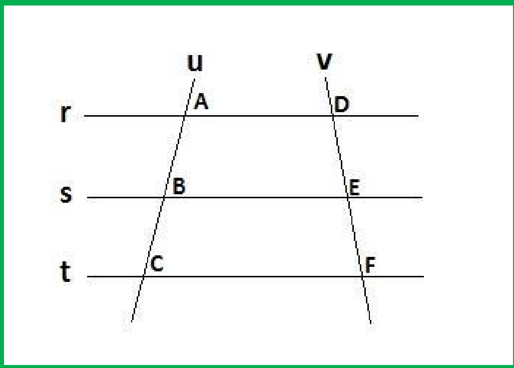


***Figura 60**: Retas paralelas cortadas por retas transversais.*

Na figura acima as retas transversais u e v interceptam as retas paralelas r, s e t. Os pontos pertencentes na reta u são: A, B e C; e na reta v, os pontos: M, N e O. Logo, de acordo com o Teorema de Tales:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

(segmentos proporcionais)

Lê-se: AB está para BC, assim como DE está para EF.

Teorema de Tales nos triângulos

O teorema de Tales também é aplicado em situações que envolvem triângulos. Veja abaixo um exemplo em que se aplica o teorema *(figura 61)*:

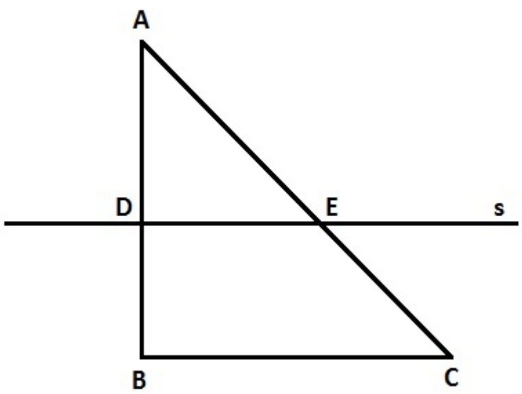


***Figura 61**: Aplicação do teorema de Tales no triângulo.*

De acordo com a semelhança entre triângulos podemos afirmar que: o triângulo ABC é semelhante ao triângulo ADE.

Δ ABC ~ Δ ADE

(triângulo ABC é semelhante ao triângulo AED)

EXEMPLOS:

1) Sejam as retas *r*, *s* e *t* tais que *r* // *s* // *t*. Vamos determinar a medida dos segmentos AB e BC da figura abaixo *(figura 62)*:

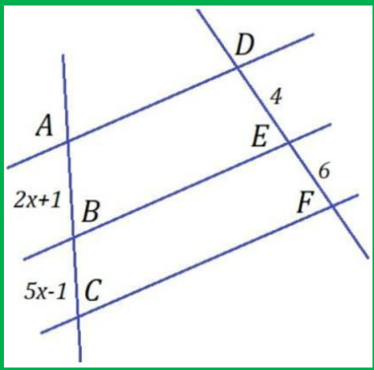


Figura 62*: Representação de retas paralelas cortadas por retas transversais.*

Resolução:

As medidas de cada segmento são:

- ✓ $AB = 2x + 1$
- ✓ $BC = 5x - 1$
- ✓ $DE = 4$
- ✓ $EF = 6$
- ✓ $AC = 2x + 1 + 5x - 1 = 7x$
- ✓ $DF = 4 + 6 = 10$

Pelo teorema de Tales, podemos então afirmar:

$$\frac{2x+1}{4} = \frac{5x-1}{6} = \frac{7x}{10}$$

Para resolver esta equação podemos escolher **dois** entre os três termos acima na igualdade.

- ✓ Escolhendo os termos AB, DE, BC e EF:

$$\frac{2x+1}{4} = \frac{5x-1}{6}$$

$$6.(2x + 1) = 4.(5x - 1)$$

$$12x + 6 = 20x - 4$$

$$6 + 4 = 20x - 12x$$

$$10 = 8x$$

$$x = \frac{10}{8}$$

$$x = 1{,}25$$

$$AB = 2x + 1 = 2\,.\,1{,}25 + 1 = 3{,}5$$

$$BC = 5x - 1 = 5\,.\,1{,}25 - 1 = 5{,}25$$

REPOSTA:

Então, as medidas valem **AB = 3,5** e **BC = 5,25**.

2) Agora, considere três terrenos que estão entre duas ruas, A e B. Sabendo que as medidas de cada terreno de frente a rua A são 40 m, 30 m e 20 m, vamos determinar a medida de cada terreno para a rua B sabendo que a frente para essa rua tem 180 m. Vamos ilustrar *(figura 63)* segundo o nosso problema um esboço dos terrenos:

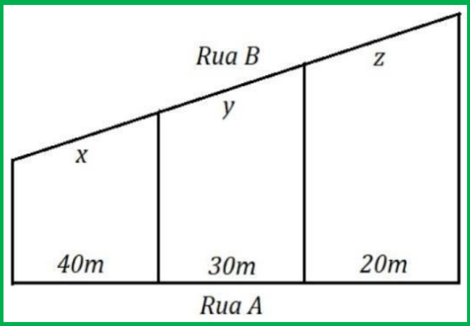


***Figura 63**: Representação de três terrenos (Exemplo 2 do Teorema de Tales).*

Resolução:

Pelo enunciado podemos dizer que x + y + z = 180, então pelo teorema de Tales, a relação dos seus lados será dada por:

$$\frac{x + y + z}{x} = \frac{40 + 30 + 20}{40}$$

$$\frac{180}{x} = \frac{90}{40}$$

$$90x = 7200$$

$$x = 80$$

$$\frac{x+y+z}{y} = \frac{40+30+20}{30}$$

$$\frac{180}{y} = \frac{90}{30}$$

90y = 180.30

90y = 5400

y = 60

$$\frac{x+y+z}{z} = \frac{40+30+20}{20}$$

$$\frac{180}{z} = \frac{90}{20}$$

90z = 180.20

90z = 3600

z = 40

REPOSTA:

Então, as medidas valem:

x = 80

y = 60

z = 40

3) Agora, um exemplo com um triângulo onde os segmentos DE e BC são paralelos *(figura 64)*. Vamos determinar o valor da medida AE.

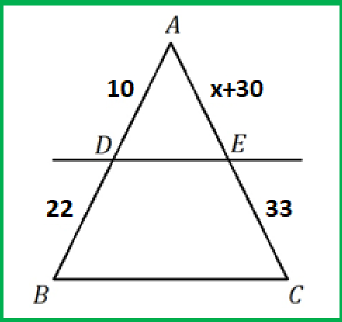


Figura 64*: Representação de aplicação de Teorema de Tales em um triângulo.*

Resolução:

Pela definição do teorema podemos:

$$\frac{10+22}{10}=\frac{x+30+33}{x+30}$$

$$\frac{32}{10}=\frac{x+63}{x+30}$$

$$32.(x+30) = 10.(x+63)$$

$$32x + 960 = 10x + 630$$

$$32x - 10x = 630 - 960$$

$$22x = -330$$

$$x=\frac{-330}{22}$$

$$x = -15$$

RESPOSTA:

Logo, AE que vale x+30 será -15+30 que dá 15.

AE = 15

Figuras espaciais

A **geometria espacial** é a área da matemática que estuda figuras no espaço, ou seja, que possuem **mais de duas dimensões**.

Assim como a geometria plana, o estudo da geometria espacial está baseado em axiomas fundamentais. Além dos axiomas já utilizados em geometria plana (ponto, reta e plano), outros quatro são importantes para entender a geometria espacial:

- ✓ Por três pontos não colineares passa um único plano.
- ✓ Qualquer que seja o plano, existem infinitos pontos nesse plano e infinitos pontos fora dele.
- ✓ Se dois planos distintos têm um ponto em comum, então a intersecção entre eles é uma reta.
- ✓ Se dois pontos de uma reta pertencem a um plano, então essa reta está contida nesse plano.

As figuras espaciais, objetos de estudo desse campo da geometria, são conhecidas como **sólidos geométricos**, ou ainda, **figuras geométricas espaciais**. Assim, é possível determinar o volume destes mesmos objetos, ou seja, o espaço que estes ocupam.

Principais figuras espaciais

Dentre as principais figuras espaciais podemos destacar:

- ✓ Cubo;
- ✓ Paralelepípedo;
- ✓ Pirâmide;
- ✓ Cone;
- ✓ Cilindro e Esfera.

A imagem ilustra *(figura 65)* as principais figuras especiais:

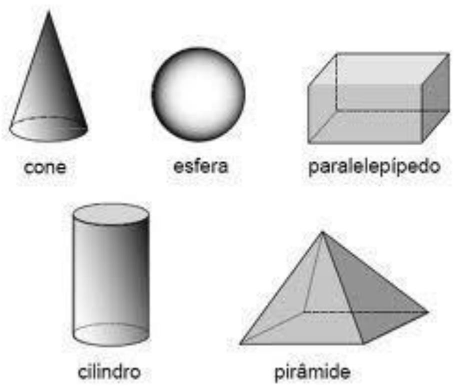


***Figura 65**: Exemplos de sólidos geométricos também conhecidos como figuras espaciais.*

Essas figuras espaciais estão inseridas em dois grandes grupos, um relacionado aos corpos redondos (Exemplos: cone, cilindro e esfera) e o outro aos poliedros (Exemplos: cubo, prisma e pirâmide), como ilustrado *(figura 66).*

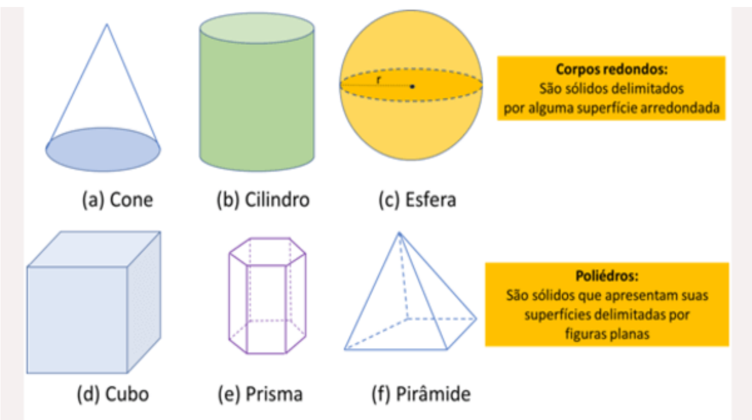


***Figura 66**: Exemplos de figuras que pertencem ao grupo de sólidos de corpos redondos e ao grupo de sólidos chamados de poliedros (copos não-redondos).*

Área e volume de figuras espaciais

Confira abaixo *(figura 67)* as fórmulas para os cálculos de área e volume das principais figuras espaciais:

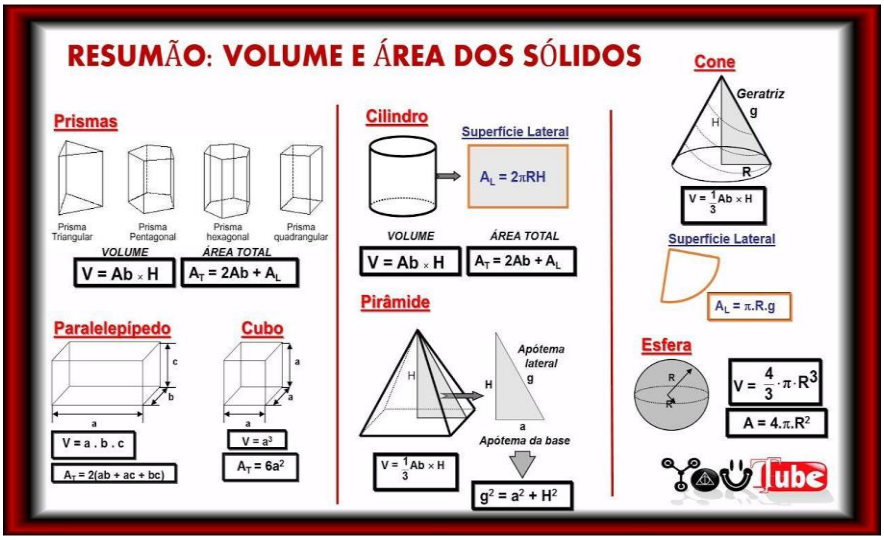


***Figura 67**: Fórmulas de área e volume das principais figuras espaciais.*

Volume de um cubo

O cubo é uma figura geométrica espacial formada por 12 arestas congruentes – com a mesma medida, 6 faces quadrangulares e 8 vértices. Lembrando que arestas são segmentos de retas, enquanto os vértices estão relacionados aos pontos.

O volume de uma figura geométrica corresponde ao espaço ocupado por determinado objeto. Assim, para calcular o volume do cubo utiliza-se a fórmula:

$$V = a^3$$

Sendo “a” o valor da aresta do cubo.

***Figura 68:** Representação de um cubo.*

A imagem *(figura 68)* representa os elementos de um cubo.

EXEMPLO:

Calcule o volume do cubo da imagem a seguir *(figura 69)* :

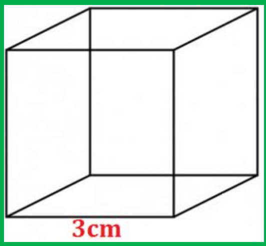


Figura 69: *Representação de um cubo.*

Resolução:

Sabendo que a aresta desse cubo é 3 cm e a fórmula utilizada para o cálculo de seu volume é:

$$V = a^3$$

Então:

$$V = 3^3$$

$$V = 27\ cm^3$$

RESPOSTA:

Volume do cubo é igual a 27 cm³.

Volume de um paralelepípedo

O paralelepípedo é uma figura geométrica espacial que faz parte dos sólidos geométricos. Trata-se de um prisma que possui base e faces em formato de paralelogramos (polígono de quatro lados). Em outras palavras, o paralelepípedo é um prisma quadrangular com base de paralelogramos.

Para calcular o volume do paralelepípedo como o representado pela imagem *(figura 70)* é dado através da fórmula:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

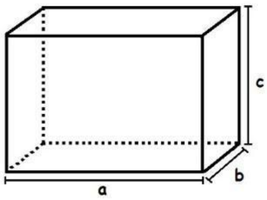


Figura 70: *Representação de um paralelepípedo.*

EXEMPLO:

Um bloco retangular possui 5cm de comprimento, 10 cm de altura e 2 cm de largura. Sabendo disso, calcule o volume desse bloco.

Resolução:

Sabemos que o cálculo do volume do retângulo é V = a . b . c, sendo a = comprimento, b = largura e c = altura, então basta substituir os valores 5 cm, 10 cm e 2 cm na fórmula para descobrir o volume desse paralelepípedo.

$$V = a \cdot b \therefore c$$

$$V = 5 \cdot 2 \therefore 10$$

$$V = 10 \cdot 10$$

$$V = 100\ cm^3$$

(volume do paralelepípedo é igual a 100 cm³)

Volume de uma pirâmide

A pirâmide é uma figura geométrica espacial, mais precisamente um poliedro. Ela é composta por uma base e um vértice**.** Sua base pode ser triangular, pentagonal, quadrada, retangular, paralelogramo. Já o vértice, corresponde ao ponto mais distante da base da pirâmide e que une todas as faces laterais triangulares. Em outros termos, a pirâmide é um sólido geométrico de base poligonal que possui todos os vértices num plano (plano da base). Sua altura corresponde a distância entre o vértice e sua base.

Para calcular o volume da pirâmide, tem-se a expressão:

$$V = \frac{1}{3} . Ab\ . h$$

Onde, "A_b" indica à área da base da pirâmide e "h" a altura da pirâmide.

A imagem ilustra elementos de uma pirâmide de base quadrada *(figura 71).*

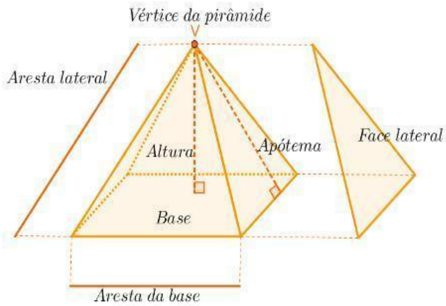


Figura 71: *Representação da pirâmide com base quadrada.*

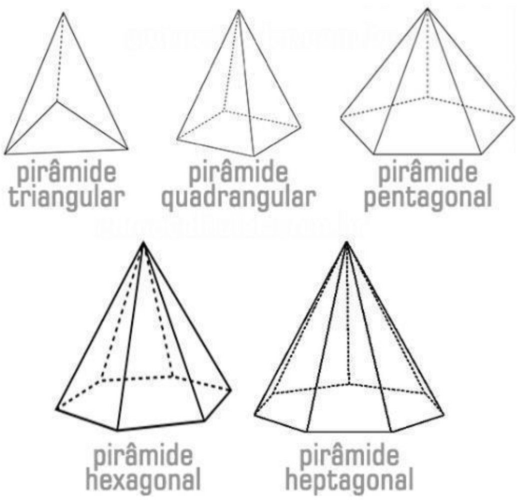


Figura 72: *Representação dos tipos de pirâmides.*

A imagem ilustra tipos de pirâmides *(figura 72).*

EXEMPLO:

Qual o volume de uma pirâmide regular com 9 m de altura e base quadrada com perímetro de 8 m?

Resolução:

Para resolver esse problema, temos que estar atentos ao conceito de perímetro.

O perímetro é a soma de todos os lados de uma figura. Já que se trata de um quadrado, podemos afirmar que cada lado desse quadrado mede 2 m, pois, somando os quatro lados de 2 m teremos os 8 m de perímetro.

Ou, se preferir, podemos dividir o valor do perímetro por 4, já que todos os quatro lados do quadrado são iguais.

$$lado\ do\ quadrado = \frac{Perímetro\ do\ quadrado}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Assim, podemos encontrar a área da base da pirâmide calculando a área do quadrado de lado 2 m:

$$Ab = l^2 = 22 = 4\,m$$

Feito isso, vamos substituir o valor da área da base e da altura na fórmula do volume da pirâmide:

$$V = \frac{1}{3} . Ab . h$$

$$V = \frac{1}{3} . 4 . 9$$

$$V = \frac{1}{3} . 36$$

$$V = \frac{36}{3}$$

$$V = 12\, m3$$

RESPOSTA:

Volume da pirâmide é igual a 12 m³.

Volume de uma esfera

A esfera é um sólido geométrico estudado na geometria espacial, sendo classificada como um corpo redondo**.** A esfera é um sólido geométrico obtido através da rotação do semicírculo em torno de um eixo. É composto por uma superfície fechada na medida em que todos os pontos estão equidistantes do centro (O).

Para calcular o volume da esfera, como a ilustrada *(figura 73)*, utiliza-se a fórmula:

$$V = \frac{4\, \pi\, r^3}{3}$$

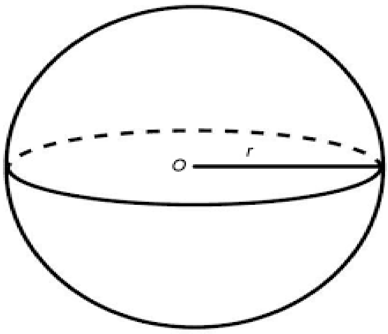


Figura 73: *Representação de uma esfera.*

EXEMPLO:

Um reservatório esférico possui um raio interno de 2m. Quantos metros cúbicos de gás cabe nesse reservatório? Utilize o valor de π = 3,14.

Resolução:

Para calcular basta aplicar os valores na fórmula.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \ . \ \pi \ . \ 2^3}{3}$$

$$V = \frac{4 \ . \ \pi \ . \ 8}{3}$$

$$V = \frac{32 \ . \ \pi}{3}$$

$$V = \frac{32 \ . \ 3{,}14}{3}$$

$$V = \frac{100{,}48}{3}$$

$$V = 33{,}49 \ m3$$

REPOSTA:

Volume da esfera é igual a 33,49 m³.

Logo, esse reservatório pode conter **33,49m³.**

Volume de um cilindro

O cilindro ou cilindro circular é um sólido geométrico alongado e arredondado que possui o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento. Essa figura geométrica, que faz parte dos estudos de geometria espacial, apresenta dois círculos com raios de medidas equivalentes os quais estão situados em planos paralelos.

O volume do cilindro, como o ilustrado *(figura 74)*, é calculado a partir do produto da área da base pela altura, como mostra a fórmula a seguir:

$$\mathbf{V = A_b \ . \ h}$$

ou

$$\mathbf{V} = \pi \ . r^2 . h$$

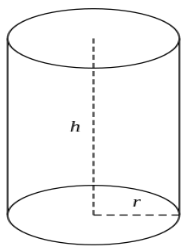


Figura 74: *Representação de um cilindro.*

Onde, "A_b" indica à área da base do cilindro (área do círculo) e "h" a altura do cilindro.

EXEMPLO:

Calcule o volume de um cilindro cuja altura mede 10 cm e o diâmetro da base mede 6 cm (utilize o valor de 3,14 para π).

Resolução:

Primeiramente, vamos encontrar o valor do raio dessa figura. Lembre-se que o raio é duas vezes o diâmetro. Para tanto, dividimos o valor do diâmetro por 2:

$$6 : 2 = 3$$

(raio é a metade do diâmetro, ou seja, o valor do diâmetro dividido por 2)

Logo,

$$r = 3\,cm$$

$$h = 10\,cm$$

Substituindo na fórmula:

$$V = Ab\,.\,h$$

$$V = \pi\,.\,r^2.hV = 3{,}14\,.\,32\,.\,10V = 3{,}14\,.\,9\,.\,10V = 3{,}14\,.\,90V = 282{,}6\,cm3$$

RESPOSTA:

Volume do cilindro é igual a 282,6 cm³.

Portanto, o volume do cilindro é 282,6 cm³.

Volume de um cone

O cone é um sólido geométrico tridimensional - com largura, altura e comprimento - que pertence à geometria espacial. Cone é o conjunto de todos os segmentos que ligam os pontos de um círculo (base) a um ponto fora do plano em que ele está contido.

O volume do cone, como o ilustrado na imagem *(figura 75)* é dado pela seguinte fórmula:

$$V = \frac{1}{3}.Ab\,.\,h$$

ou

$$\mathbf{V} = \frac{\pi\,.\,r^2\,.\,h}{3}$$

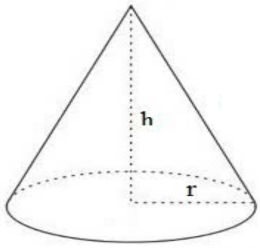


Figura 75: *Representação de um cone.*

EXEMPLO:

Um cone possui 21 cm de altura, e seu raio mede 10 cm. Qual é o **volume** desse **cone**? (Considere π = 3).

Resolução:

Para resolver esse problema, basta substituir os valores dados na fórmula do volume do cone:

$$V = \frac{\pi \ . \ r^2 \ . \ h}{3}$$

$$V = \frac{3 \ . \ 10^2 \ . \ 21}{3}$$

$$V = \frac{3 \ . \ 100 \ . \ 21}{3}$$

$$V = \frac{300 \ . \ 21}{3}$$

$$V = \frac{6300}{3}$$

$$V = 2100 \ cm^3$$

REPOSTA:

O volume do cone é igual a 2100 cm³.

OBSERVAÇÕES:

A geometria plana é a área da matemática que estuda as figuras planas, iniciando-se nos conceitos primitivos de ponto, reta e plano, e, com base neles, desenvolvendo-se até a construção das figuras planas, com o cálculo de suas respectivas áreas e perímetros.

Além disso, ela é base para a geometria espacial, porém, a diferença entre ambas é que a primeira é bidimensional, e a segunda, tridimensional.

Nunca se esqueça de colocar a unidade de medida em tudo que for calcular, como perímetro, área e volume.

VOCÊ SABIA?

As pirâmides egípcias não foram projetadas apenas por razões estéticas ou religiosas, mas também devido à estabilidade geométrica dessa forma. O formato piramidal distribui o peso de maneira equilibrada, reduzindo a pressão sobre a base e tornando a estrutura extremamente resistente ao tempo.

Curiosamente, além do Egito, civilizações como os maias e astecas também adotaram o formato piramidal em suas construções, mostrando que essa figura geométrica era reconhecida como um símbolo de estabilidade e durabilidade em diferentes partes do mundo.

Distância entre dois pontos

Os estudos em Geometria Analítica (GA) possibilitam a relação entre a Álgebra e a Geometria, abrangendo situações em que são envolvidos ponto, reta e figuras espaciais. Um conceito básico de Geometria deve ser aproveitado na GA, a fim de estabelecer a distância entre dois pontos:

"por dois pontos passa apenas uma reta"

Dado o plano cartesiano *(figura 76)*, vamos estabelecer a distância entre os pontos A e B.

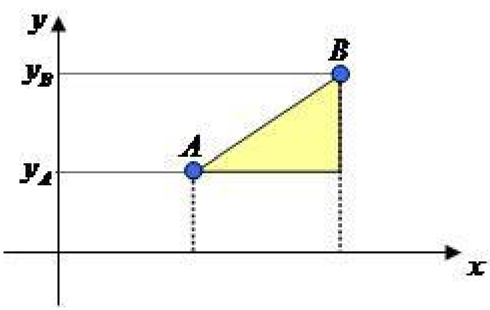


***Figura 76**: Representação de um triângulo no plano cartesiano destacando a distância entre dois pontos (distância entre A e B).*

Observe que os pontos possuem coordenadas, sendo o ponto A (xa , ya) e B (xb , yb). Além disso, note que a distância entre eles (distância entre A e B) forma um segmento que representa a hipotenusa de um triângulo retângulo. Assim, podemos aplicar o teorema de Pitágoras para calcular essa distância.

Dados:

- ✓ Cateto BC: ***yb – ya***
- ✓ Cateto AC: ***xb – xa***
- ✓ Hipotenusa AB: distância (D)

Pelo Teorema de Pitágoras temos:

"o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos"

Logo,

$$D^2 = (x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2$$

$$D = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

(fórmula para calcular a distância entre dois pontos)

EXEMPLO:

Dados os pontos A (2 , -3) e B (4 , 5), determine a distância entre eles.

Dados:

- ❖ xa: 2
- ❖ xb: 4
- ❖ ya: -3
- ❖ yb: 5

Resolução:

$$D = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

$$D = \sqrt{(4-2)^2 + \left(5-(-3)\right)^2}$$

$$D = \sqrt{(2)^2 + (8)^2}$$

$$D = \sqrt{4 + 64}$$

$$D = \sqrt{68}$$

RESPOSTA:

$$D = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

Distância entre dois pontos no plano

No plano, um ponto fica determinado conhecendo um par ordenado (x, y) associado a ele.

Para conhecer a distância entre dois pontos no plano iremos inicialmente representá-los, para então calcular essa distância.

EXEMPLO:

Qual a distância entre o ponto A (4, 1) e o ponto B (1, 3) *(figura 77)*?

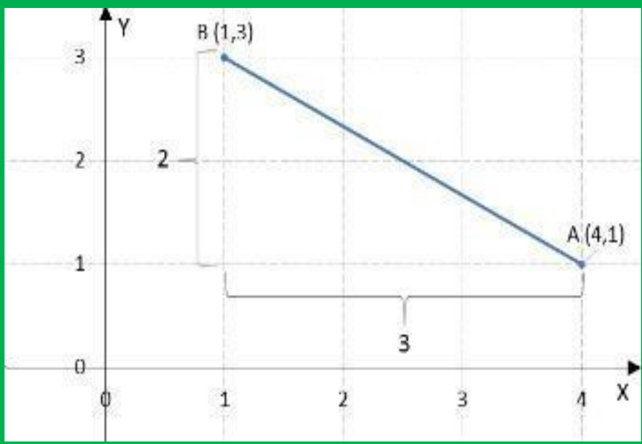


***Figura 77**: Representação de um segmento unindo dois pontos no plano cartesiano formando um triângulo retângulo.*

Resolução:

Note que a distância entre o ponto A e o ponto B é igual à hipotenusa do triângulo retângulo de catetos 2 e 3. Assim, usaremos o teorema de Pitágoras para calcular a distância entre os pontos dados.

Dados:

- No eixo x: distância do 1 ao 4 = 3
- No eixo y: distância do 1 ao 3 = 2

$$D^2 = 3^2 + 2^2$$

$$D^2 = 9 + 4$$

$$D^2 = 13$$

$$D = \sqrt{13}$$

RESPOSTA:

$$D = \sqrt{13}$$

Ponto Médio

O ponto médio de um segmento de reta é o que separa o segmento em duas partes com **medidas iguais**, como ilustrado *(figura 78).*

O segmento de reta possui inúmeros pontos alinhados, mas somente um deles divide o segmento em duas partes iguais.

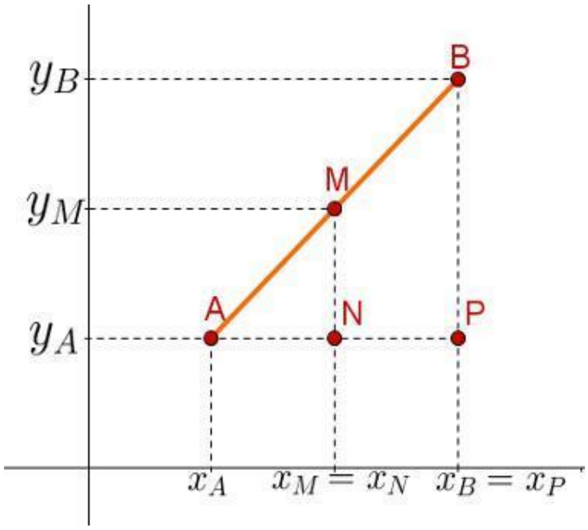


Figura 78*: Representação de um segmento com indicação do ponto médio (M).*

Assim, considerando M o ponto médio do segmento AB, temos a seguinte expressão matemática para determinar as coordenadas do ponto médio de qualquer segmento no plano cartesiano:

$$M = (x_M, y_M)$$

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

(fórmula para calcular o ponto médio)

EXEMPLO:

Dadas as coordenadas dos pontos A (4, 6) e B (8, 10) pertencentes ao segmento AB, determine as coordenadas do ponto médio desse segmento.

Dados:

- $x_A = 4$
- $y_A = 6$
- $x_B = 8$
- $y_B = 10$

Resolução:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{4+8}{2}, \frac{6+10}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{12}{2}, \frac{16}{2}\right)$$

$$M = (6{,}8)$$

Portanto, as coordenadas do ponto médio do segmento AB são M(6 , 8).

SE LIGA NA CHARADA!

PERGUNTA:

O que o 4 disse para o 40?

RESPOSTA:

Passa a bola.

FUNÇÃO DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU

Função do primeiro grau

A função de primeiro grau ou função afim é uma norma matemática que relaciona as variáveis de uma equação, ou seja, a dependência de um elemento em relação ao outro. Por isso, a função de primeiro grau é utilizada para definir a relação entre as variáveis x e y. Isso porque para cada valor dado a x, determinará o de y.

O conjunto de valores determinados para x é conhecido por domínio e para os de y como imagem (contradomínio). Já as variáveis x e y são chamados, respectivamente, de variável independente e variável dependente. Sendo assim, a função afim é definida pela seguinte fórmula**:**

$$y = ax + b$$

ou

$$f(x) = ax + b$$

EXEMPLO:

Dada a função $f(x) = 5x + 2$. Determine $f(2)$.

$$f(x) = 5x + 2$$

Para determinar $f(2)$, basta colocar onde tem x o valor 2 e resolve a função.

$$f(2) = 5 \, . \, 2 + 2$$

$$f(2) = 10 + 2$$

$$f(2) = 12$$

Função do segundo grau

A função do 2º grau (também chamada de função quadrática) traz o expoente 2 em sua incógnita, sendo escrita por meio da função $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}$ ou $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$**.**

Para que essa função seja válida, é necessário que a**,** b e **c** pertençam ao conjunto dos números reais e **a** deve ser diferente de zero.

EXEMPLO:

Dada função quadrática $y = x^2 - 4x + 3$. Determine $f(4)$.

$$\mathbf{f(x) = x^2 - 4x + 3}$$

Para determinar $f(4)$, basta substituir no lugar de x, o valor de 4.

$$\mathbf{f(4) = 4^2 - 4 \, . \, 4 + 3}$$

A ordem das operações é uma **regra** que indica a sequência correta de etapas para o cálculo de uma expressão **matemática**. Podemos lembrar essa ordem usando **PEMDAS**: Parênteses, Expoentes, Multiplicação e Divisão (da esquerda para a direita), Adição e Subtração (da esquerda para a direita). Sendo assim, a resolução de $f(4)$ ficará:

$$\mathbf{f(4) = 16 - 4 \, . \, 4 + 3}$$

$$\mathbf{f(4) = 16 - 16 + 3}$$

$$\mathbf{f(4) = 0 + 3}$$

$$\mathbf{f(4) = 3}$$

OBSERVAÇÕES:

1) Toda **expressão algébrica** que possuir uma **igualdade** em sua composição será chamada de equação. O **grau de uma equação** determina quantas soluções a equação possui. Desse modo, uma equação de grau 1 possui apenas 1 resultado (um valor possível para a incógnita); uma equação de grau 2 possui dois resultados e assim sucessivamente.
2) A função pode ser descrita como f(x) ou y.

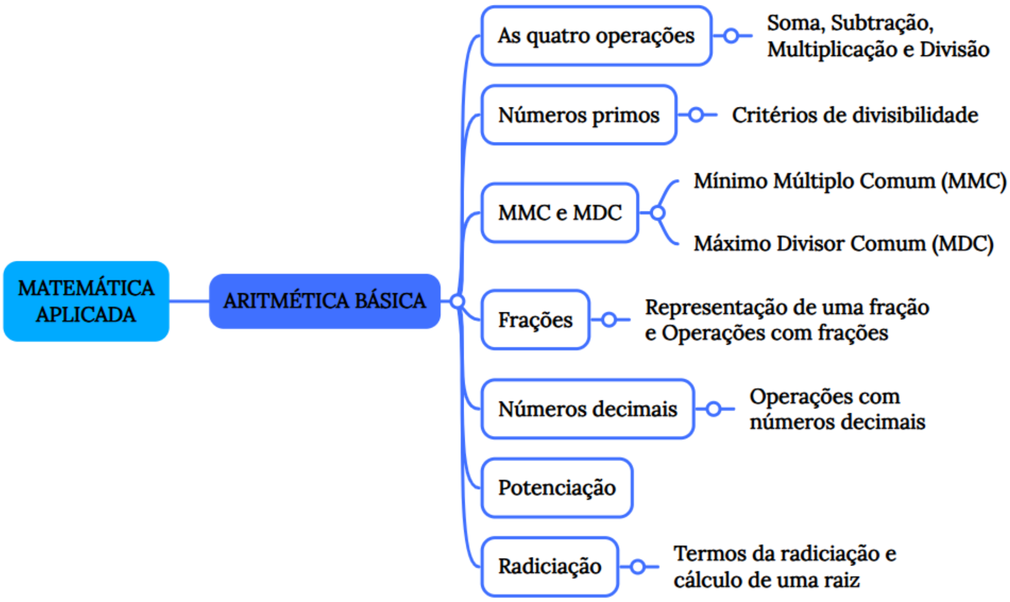
VOCÊ SABIA?

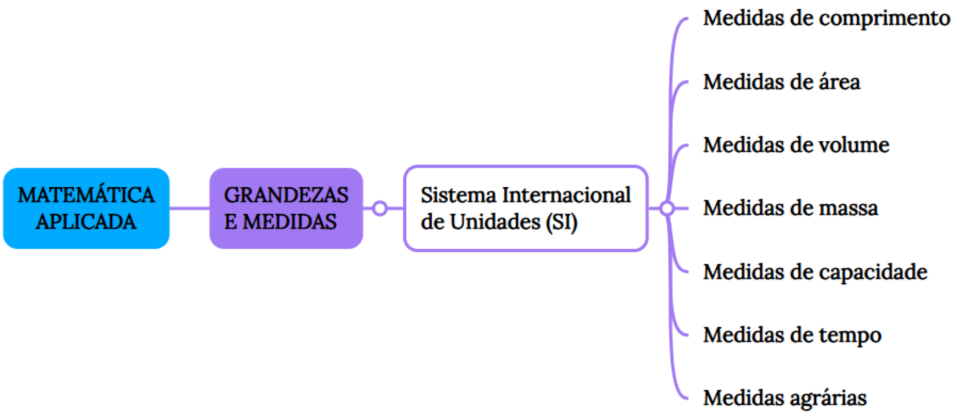
No Brasil, costuma-se chamar de fórmula de Bháskara à fórmula que dá as soluções da equação do segundo grau. Além de ser historicamente incorreto, esta nomenclatura não é usada em nenhum outro país.

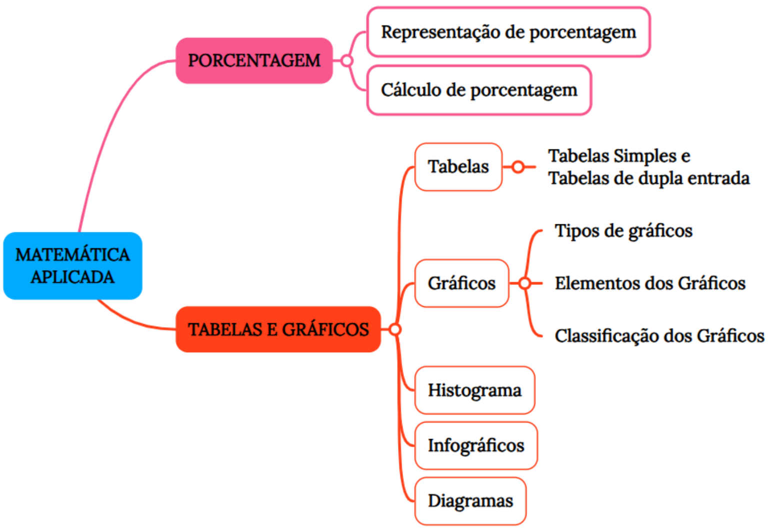
François Viète (séc. XVI) foi responsável pela introdução da primeira notação algébrica sistematizada, além de contribuir para a teoria das equações. Ficou conhecido como o Pai da Álgebra.

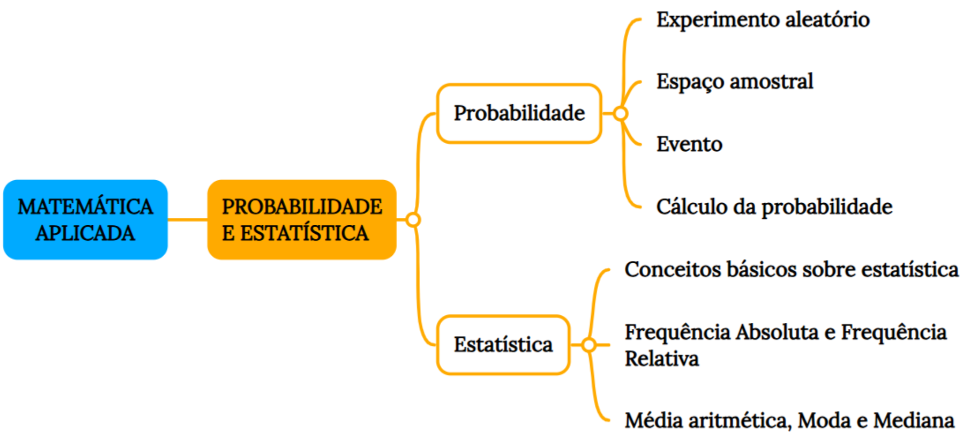
Sessões Especiais

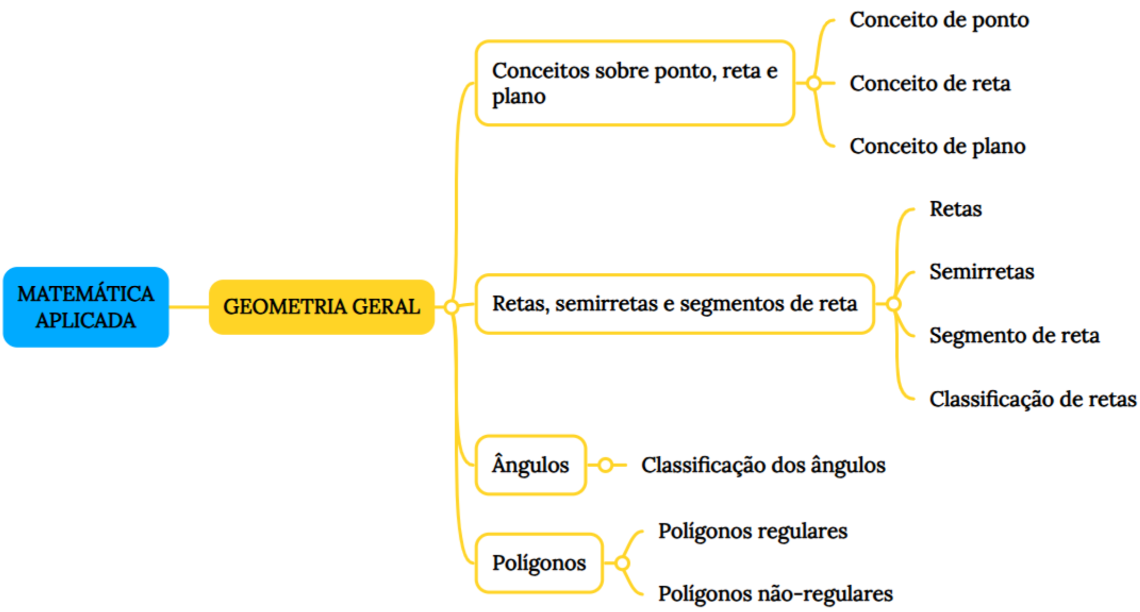
MAPA DE ESTUDO

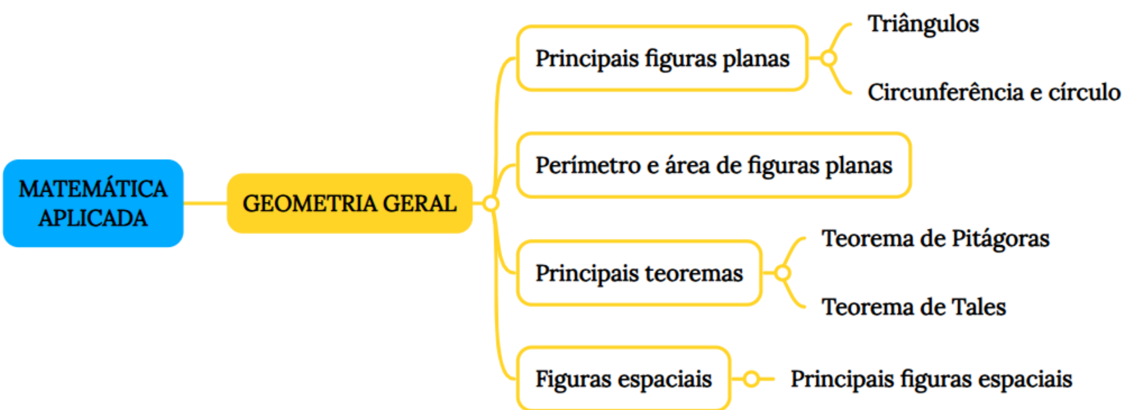


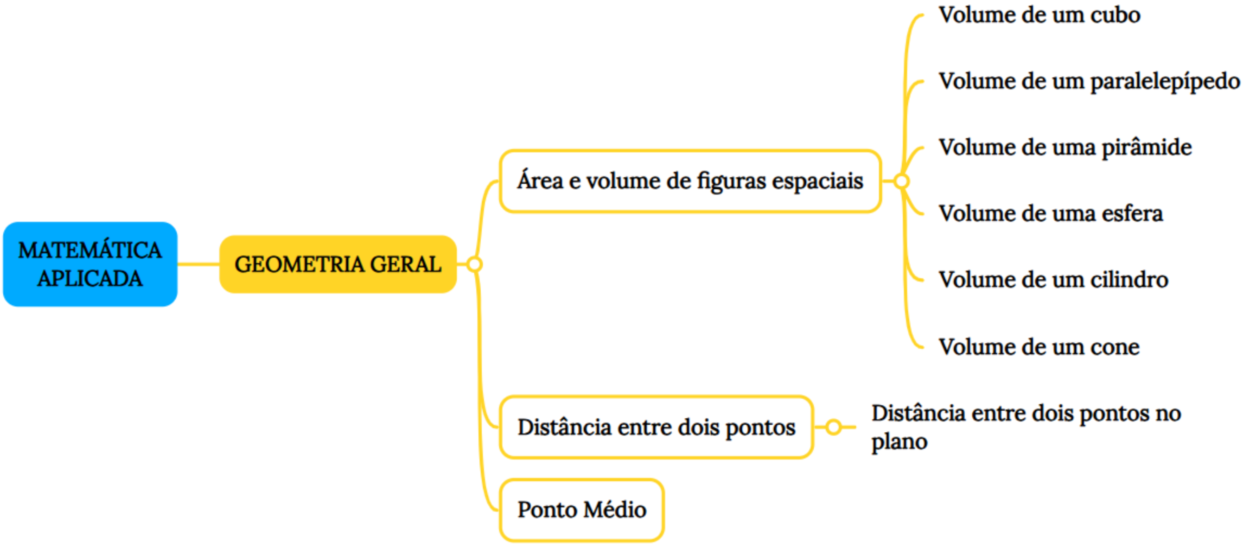


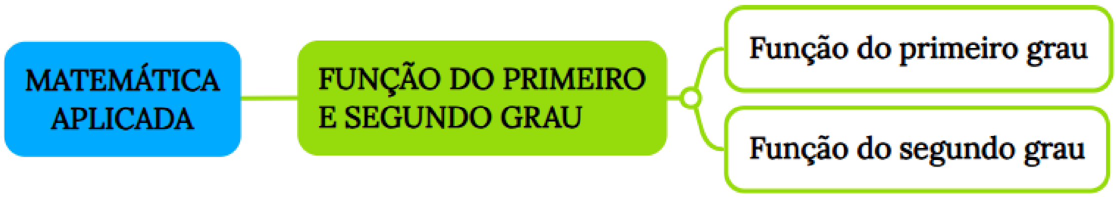



MATEMÁTICA APLICADA
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
Probabilidade
Experimento aleatório
Espaço amostral
Evento
Cálculo da probabilidade
Estatística
Conceitos básicos sobre estatística
Frequência Absoluta e Frequência Relativa
Média aritmética, Moda e Mediana


MATEMÁTICA APLICADA
GEOMETRIA GERAL
Conceitos sobre ponto, reta e plano
Conceito de ponto
Conceito de reta
Conceito de plano
Retas, semirretas e segmentos de reta
Retas
Semirretas
Segmento de reta
Classificação de retas
Ângulos
Classificação dos ângulos
Polígonos
Polígonos regulares
Polígonos não-regulares


MATEMÁTICA APLICADA
GEOMETRIA GERAL
Principais figuras planas
Triângulos
Circunferência e círculo
Perímetro e área de figuras planas
Principais teoremas
Teorema de Pitágoras
Teorema de Tales
Figuras espaciais
Principais figuras espaciais





SÍNTESE DIRETA

1. ARITMÉTICA BÁSICA

✓ Operações fundamentais: soma, subtração, multiplicação e divisão.

✓ Conceitos de números primos e critérios de divisibilidade.

✓ Cálculo de MMC (Mínimo Múltiplo Comum) e MDC (Máximo Divisor Comum).

✓ Frações: representação, operações básicas, e aplicações.

✓ Números decimais: estrutura, operações e aplicação em cálculos.

2. GRANDEZAS E MEDIDAS

✓ Sistema Internacional de Unidades (SI) e conversões entre medidas.

✓ Medidas de comprimento, área, volume, massa e capacidade.

✓ Medidas agrárias: conversões e aplicações.

3. PORCENTAGEM

✓ Representação e formas de cálculo (percentual, fracionária e decimal).

✓ Aplicações práticas, como descontos e comissões.

4. TABELAS E GRÁFICOS

✓ Estrutura e tipos de tabelas (simples e de dupla entrada).

✓ Classificação de gráficos (linha, barras, setores, área e histogramas).

✓ Elementos importantes: título, fonte, números e legendas.

✓ Infográficos e diagramas: representações visuais e simplificadas de informações.

5. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

✓ Probabilidade: conceitos básicos, espaço amostral e cálculo.

✓ Estatística: coleta, organização e análise de dados.

✓ Conceitos-chave: frequência absoluta, relativa, média, moda e mediana.

6. GEOMETRIA GERAL

✓ Conceitos primários: ponto, reta e plano.

✓ Figuras geométricas: planas e espaciais.

✓ Cálculo de áreas, perímetros e volumes.

✓ Teoremas importantes: Pitágoras e Tales.

✓ Distância entre pontos e ponto médio.

7. FUNÇÕES DE PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU

✓ Conceito e aplicação das funções.

✓ Fórmulas, gráficos e interpretação.

MOMENTO QUIZ

1. **Ana tem um pedaço de tecido que mede 120 cm². Ela utilizou 3/5 dele para fazer uma peça de roupa. Mais tarde, percebeu que ainda tinha 20% do tecido restante para terminar outro projeto. Qual a área total que Ana ainda possui do tecido?**
   a) 24 cm².
   b) 36 cm².
   c) 48 cm².
   d) 72 cm².

2. **Uma caixa d'água tem a capacidade de 2.000 litros. Se cada centímetro cúbico equivale a 1 mililitro, qual é o volume total dessa caixa d'água em metros**

cúbicos?

e) 1,5 m³.

f) 2 m³.

g) 2,5 m³.

h) 3 m³.

3. **Um terreno triangular possui lados de 10 metros, 14 metros e 18 metros. Qual é a classificação desse triângulo com base em seus lados e ângulos?**

a) Triângulo escaleno e acutângulo.

b) Triângulo isósceles e obtusângulo.

c) Triângulo escaleno e obtusângulo.

d) Triângulo equilátero e acutângulo.

4. **Em uma fábrica, o controle de qualidade registrou os seguintes tempos de produção (em minutos) de um lote de máquinas: 45, 47, 49, 49, 48, 50, 49. Qual é a moda dos tempos registrados?**

a) 45 minutos.

b) 47 minutos.

c) 49 minutos.

d) 50 minutos.

5. **A tabela abaixo mostra a produção mensal de uma empresa (em toneladas):**

Mês	Produção (t)
Janeiro	200
Fevereiro	300
Março	400
Abril	100

Se fosse criado um gráfico de barras representando os dados, qual seria a altura da barra de março em relação à de abril?

a) 2 vezes maior.

b) 3 vezes maior.

c) 4 vezes maior.

d) 5 vezes maior.

Gabarito

QUESTÃO	ALTERNATIVA
1	C
2	B
3	C
4	C
5	C

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática - Contexto e Aplicações. Ens. Médio - Vol. 1, 2 e 3. Ática, 1999.

MARCONDES/ GENTIL/ SÉRGIO. Matemática para o Ensino Médio. V. Único.Ática,1999.

GIOVANNI/ BONJORNO/ GIOVANNI Jr. Matemática Completa. Volume Único. FTD,2002.

PAIVA, Manuel Rodrigues. Matemática. Volume Único. Moderna, 2003.

BIANCHINI, Edwaldo & PACCOLA, Herval: Matemática, Editora Moderna, São Paulo, 1990, v.1.

PAIVA, Manoel Rodrigues: Matemática, Editora Moderna, 1.ed., São Paulo, 1999. v.1.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim. Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas. Campinas: Editora da UNICAMP; São Paulo: Imprensa Oficial, 2000.

NETTO, Scipione di Pierro: Matemática, Editora Ática, 2. Ed., São Paulo 1984, v.1.

OBRIGADO!

CONTINUE ESTUDANDO.

Ineprotec